

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Bakalářská práce

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Bakalářská práce

Pavel Kantor

Magické čtverce v umění

Olomouc 2018

vedoucí práce: Mgr. David Nocar, Ph.D.

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu své bakalářské práce Mgr. Davidu Nocarovi, Ph.D. za jeho cenné rady a připomínky, které mi po dobu vypracovávání poskytoval. Dále bych rád poděkoval pracovníkům Národní knihovny České republiky za ochotu při poskytování podkladů pro mou kvalifikační práci. A hlavně bych rád poděkoval manželce Karin Kantorové za vytváření dokonalého zázemí při psaní práce.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně, a že veškeré podklady, které jsem pro práci použil, jsou řádně citovány a uvedeny v seznamu literatury.

V Olomouci 22. 6. 2018

.....

podpis studenta

Obsah

1. Úvod.....	6
2. Teorie magických čtverců	7
2.1. Písmenné magické čtverce	7
2.2. Číselné magické čtverce	9
3. Historie magických čtverců.....	14
3.1. Vše začíná v starověké Číně	14
3.2. Magické čtverce na Blízkém východě	19
3.3. Magické čtverce v Evropě	22
4. Magické čtverce v umění	25
4.1. Albrecht Dürer – Melancholia I.....	25
4.2. Johann Hiebel – Alegorie aritmetiky	27
4.3. Sagrada Familia	28
4.4. Chrám Parsvanath	30
4.5. Magické čtverce v moderním umění	31
5. Závěr.....	37
Seznam použitých zdrojů.....	38
Seznam obrázků.....	41

1. Úvod

Záhady, mystéria, magie, tajemství, alchymie, okultismus, historie, kultura, matematika, umění, to vše spojuje pojem magický čtverec. Odhalování tajemství o magických čtvercích přilákalo již spoustu badatelů, vědců ale i laiků z řad veřejnosti a jistojistě bude lákat i nadále, protože vznik a původ, šíření do dalších oblastí světa i důvody vlastní konstrukce magických čtverců jsou opředeny mnoha tajemstvími, nad kterými se dá volně spekulovat.

V mé bakalářské práci, jak už sám název napovídá, se budu zabývat spojením magických čtverců a umění. Jakým způsobem ovlivnily tyto číselné konstrukce umělce ve své tvorbě a jaké je využití magických čtverců v různých uměleckých oborech? Tyto otázky se budu snažit ve své práci zodpovědět. Ačkoli se budeme pohybovat v matematickém prostředí, věřím, že práce bude srozumitelná i čtenářům, kteří zrovna matematice neholdují.

Abychom vůbec porozuměli danému tématu, zavedeme nejdříve matematickou terminologii. Ta nám pomůže orientovat se v různých typech magických čtverců. Jejich historie nám přiblíží, jak a kde magické čtverce vznikly, jak se šířily do jiných oblastí a jak byly čtverce v různých kulturách konstruovány. Nakonec se zaměříme na souvislosti mezi magickými čtverci a uměním a uvedeme si nejznámější příklady, kde se magické čtverce v uměleckém světě uplatnily.

2. Teorie magických čtverců

Ačkoli jsou magické čtverce známy již tisíce let, jejich teorií se začali matematici zabývat až v posledních staletích. Je velmi pravděpodobné, že tento dřívější nezájem matematiků o magické čtverce byl způsoben zejména tím, že magické čtverce vznikly mimo matematické prostředí a účel jejich vzniku nebyl matematického rázu.

Mezi další důvody opomíjení magických čtverců můžeme zařadit i způsob zobrazování. Historie totiž kromě číselných magických čtverců zná i čtverce vyplněné písmeny či různými obrázky. Přestože tyto čtverce úplně nevyhovují definici magických čtverců, sehrály v historii lidstva důležitou roli. Proto se nejdříve budeme věnovat nečíselným magickým čtvercům.

2.1. Písmenné magické čtverce

Vznik a počáteční vývoj písmenných a číselných magických čtverců byl na sobě nezávislý. Až v arabském kulturním světě došlo ke spojení obou typů čtverců a v arabské kultuře se tak můžeme setkat i se čtverci kombinovanými, jejichž první řádek tvoří slovo a další řádky číselná hodnota tohoto slova. To už ale zabíháme moc dopředu.

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

Obr. 1 Čtverec SATOR

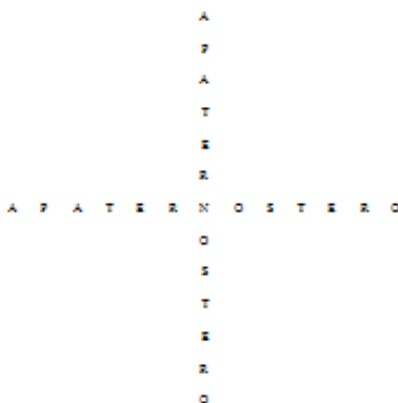


Obr. 2 Čtverec SATOR v Pompejích

Mezi nejznámější písmenné čtverce patří čtverec s označením SATOR, jehož původ, stáří i účel jsou předmětem spekulací [1]. (Obr. 1) Tento symbol se objevoval na různých amuletech, jejichž úkolem bylo chránit majitele před démony a nemocemi, na trámech domů

měl ochraňovat před vznikem požáru, na pohárech chránil před otrávením apod. Nejstarší dochovaný nálezc čtverce SATOR je z Pompejí (Obr. 2) a byl objeven archeology až v roce 1936. Další nálezy jsou známy z Anglie, Itálie, Francie, Španělska, Portugalska či Švédska.

Smysl tohoto čtverce jsme již představili, ale existují i jiné výklady. Podle jedné z verzí souvisí slova ve čtverci s křesťanstvím. Z písmen se totiž dá sestavit slovo Pater – Otec. Nabízí se tudíž vysvětlení, vycházející z upraveného čtverce (Obr. 3), že celý text je spojen s modlitbou „Otče náš“, jejíž úvodní slova se v něm dvakrát objevují. Zbývající písmena A a O mají symbolizovat symbol Ježíše Krista jakožto alfu a omegu, počátek a konec všeho lidského. Jiná prokřesťanská verze vychází z hesla benediktýnského řádu „Ora et labora“¹, když písmena ze čtverce můžeme upravit do tvaru: SAT ORARE POTEN(ter) ET OPERA(re) R(atio) T(u)A S(it) – mnoho se modlit a usilovně pracovat je tvým nejvyšším posláním. Vladimír Karpenko se domnívá, že ani jedna z verzí není pravděpodobná, což dokládá stářím nálezů z Pompejí², ale v Pompejích v té době již křesťané žili [1].



Obr. 3 Upravený čtverec SATOR

Velký význam má čtverec SATOR i pro kabalisty³ zabývající se gematrií⁴. Ti přisuzují každému hebrejskému písmenu číselnou hodnotu a součet číselných hodnot písmen jednoho slova pak dává číselnou hodnotu daného slova. A právě číselná hodnota slov v prvním, třetím a pátém řádku čtverce SATOR byla pro kabalisty zajímavá. Vyšla jim totiž 666, což je v židovské mystice číslo, které symbolizuje Slunce.

¹ V překladu „Modli se a pracuj“.

² K výbuchu sopky v Pompejích došlo 24. srpna roku 79.

³ Kabala je druh židovské mystiky, při níž se mystik plně oddává službě Bohu.

⁴ Gematrie je hledání smyslu v číselných hodnotách písmen a slov.

Další z názorů se opět vrací ke slovu PATER, ale tentokrát toto slovo zasazuje do období starověkého Řecka, kde se slovem pater vzývali různí bohové. Podle této teorie má jít o zaklínací formuli čtenou střídavě zleva doprava a zprava doleva. Význam slov sator opera tenet ale není dodnes znám. [1]

Písmenných čtverců bylo v minulosti vytvořeno spousta, zejména v arabském kulturním okruhu. Do dnešní doby to je zajímavé téma a láká mnohé lidi milující záhady, aby je odkrývali, nebo vytvářeli nové skládáním nových písmenných čtverců. Z českého prostředí uvádíme jeden příklad písmenného čtverce z moderní doby (Obr. 4). Ale přejdeme k tomu, co nás v této práci bude především zajímat, k číselným magickým čtvercům.

T	O	K	E	M
O	P	A	T	E
K	A	J	A	K
E	T	A	P	O
M	E	K	O	T

Obr. 4 Moderní písmenný čtverec z českého prostředí

2.2. Číselné magické čtverce

Teorie číselných magických čtverců⁵ je stejně tak zajímavá a složitá jako teorie písmenných čtverců. Jen množství pohledů na definici magického čtverce nám dává hodně možností, jak přistoupit k vlastní teorii. Pro naše potřeby se budeme držet následující definice⁶ [2].

Def. 1: *Magický čtverec je čtverec sestavený z $n \times n$ čtverečků vyplněných přirozenými čísly tak, že jejich součty v jednotlivých řádcích, sloupcích i uhlopříčkách daného čtverce jsou si rovny.*

Magický čtverec je tedy charakterizován svým řádem, což je počet polí v jednom řádku, a konstantou, která je rovna součtu čísel v jednom řádku. Dále se budeme zabývat magickými čtverci řádu $n \geq 3$, protože pro $n = 1$ dostáváme triviální magický čtverec a pro $n = 2$ magický čtverec sestavit nelze.

⁵ Pro zjednodušení budeme označovat číselné magické čtverce jako magické čtverce.

⁶ Další definice je založena na teorii matic [5]

Podle této definice bychom mohli dosadit do čtverce libovolná čísla. Této konstrukce se dá využít, pokud chceme vytvořit speciální magické čtverce. Existují čtverce sestavené pouze z prvočísel. Pozornost si zasluhují magické čtverce tvořené prvočísly jdoucími hned za sebou. Nejmenší magický čtverec, který je tvořen prvočísly jdoucími za sebou od čísla 1, je řádu 12, jak dokázal v roce 1913 Američan J. N. Muncy [1], [3]. (Obr. 5) Když se ale na tento magický čtverec podíváme blíže, zjistíme, že v něm chybí hned první prvočíslo, číslo 2. Bylo by proto lepší tento magický čtverec popsat jako magický čtverec tvořený nejmenšími prvočísly jdoucími za sebou, kde je první prvočíslo nahrazeno číslem 1.

1	823	821	809	811	797	19	29	313	31	23	37
89	83	211	79	641	631	619	709	617	53	43	739
97	227	103	107	193	557	719	727	607	139	757	281
223	653	499	197	109	113	563	479	173	761	587	157
367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	601	599
349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449
503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	431	433
229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283
509	199	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593
661	101	643	239	691	701	127	131	179	613	277	151
659	673	677	683	71	67	61	47	59	743	733	41
827	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751

Obr. 5 Magický čtverec tvořený prvočísly jdoucími za sebou od čísla 1

Mezi další zajímavé čtverce patří multimagické čtverce. První takový vytvořil G. Pfeffermann v roce 1890. (Obr. 6) Pro upřesnění dodejme definici bimagického čtverce, od níž se dají odvodit definice dalších multimagických čtverců [4].

Def. 2 *Magický čtverec je bimagický, jestliže zůstane magický i po umocnění každého svého prvku.*

Koncentrické magické čtverce známe od 13. století díky učenci Jang Chuejovi, který ačkoli nebyl matematik, zapsal informace o magických čtvercích, aby je uchránil před jejich ztrátou v období mongolské nadvlády. Konstrukcí koncentrických čtverců se

později zabýval německý matematik Michael Stifel⁷. (Obr. 7) Definice koncentrického magického čtverce má následující podobu [1].

Def. 3 *Koncentrický čtverec je magický čtverec s takovou vlastností, že jestliže z něj oddělíme po celém jeho obvodu jednu řadu čísel, vznikne opět magický čtverec o dva řády menší než původní.*

56	34	8	57	18	47	9	31
33	20	54	48	7	29	59	10
26	43	13	23	64	38	4	49
19	5	35	30	53	12	46	60
15	25	63	2	41	24	50	40
6	55	17	11	36	58	32	45
61	16	42	52	27	1	39	22
44	62	28	37	14	51	21	3

Obr. 6 Bimagický čtverec

16	81	79	77	75	11	13	15	2
78	28	65	63	61	25	27	18	4
76	62	36	53	51	35	30	20	6
74	60	50	40	45	38	32	22	8
9	23	33	39	41	43	49	59	73
10	24	34	44	37	42	48	58	72
12	26	52	26	31	47	46	56	70
14	64	17	19	21	57	55	54	68
80	1	3	5	7	71	69	67	66

Obr. 7 Koncentrický čtverec

Přesuňme nyní svou pozornost k magickým čtvercům, které jsou v literatuře označeny jako normální magické čtverce⁸ [6].

Def. 4 *Normální magický čtverec je magický čtverec, jehož členy jsou přirozená čísla od 1 do n^2 .*

Konstantu normálního magického čtverce⁹ je možno vypočítat na základě vztahu $k = \frac{1}{2}n(n^2 + 1)$. I tyto magické čtverce mají řadu zajímavých vlastností. Přičteme-li ke každému prvku magického čtverce stejné přirozené číslo, dostaneme opět magický čtverec. Součet dvou magických čtverců stejného řádu je magický čtverec. Vynásobíme-li magický čtverec přirozeným¹⁰ číslem, dostaneme opět magický čtverec [5]. Pozoruhodnou vlastností oplývají i asociované čtverce [1].

⁷ Postup konstrukce je naznačen v [1].

⁸ Řada autorů používá definici normálních magických čtverců pro definici magických čtverců a magické čtverce definované dle Def. 1 označuje jako pseudomagické [3].

⁹ Pro zjednodušení budeme normální magické čtverce označovat v dalším textu jako magické čtverce.

¹⁰ Ve větě uvedené autory je nesprávně uveden pojem celým číslem.

Def. 5 *Asociovaný čtverec je magický čtverec, jehož dvojice čísel umístěných souměrně podle středu mají stejný součet.*

Je možno dokázat, že tento součet je roven číslu $n^2 + 1$. Příklad asociovaného čtverce uvedeme na následujícím obrázku. (Obr. 8)

Pojem panmagický, pandiagonální či d'ábelský čtverec je magický čtverec s další dodanou vlastností [1].

Def. 6 *Pandiagonální čtverec je magický čtverec, jehož součet prvků v lomených úhlopříčkách je roven konstantě magického čtverce.*

Panmagické čtverce nelze zkonstruovat pro všechny řády¹¹. Představíme si opět jeden příklad panmagického čtverce. Obrázek doplníme pro názornost barevně dvěma lomenými úhlopříčkami. (Obr. 9) Speciálním typem panmagických čtverců je takzvaný apokalyptický čtverec, jenž má ve všech řádcích, sloupcích i diagonálách včetně lomených součet 666. (Obr. 10¹²) Jakožto o apokalyptickém čísle je o něm zmínka ve Zjevení Janově v Novém zákoně v kapitole 13 o šelmě [5].

4	19	25	15	2
20	10	5	18	12
3	17	13	9	23
14	8	21	16	6
24	11	1	7	22

Obr. 8 Asociovaný čtverec

1	8	13	12	1	8
14	11	2	7	14	
4	5	16	9		
15	10	3	6		

Obr. 9 Panmagický čtverec

Na závěr kapitoly o číselných magických čtvercích si dovolíme ještě dvě definice, které sice nepředstavují přímo magické čtverce, ale úzce s nimi souvisí a mají „krásné“ vlastnosti [6].

Def. 7 *Heteročetverec je čtvercová tabulka, jejíž členy jsou přirozená čísla od 1 do n^2 . Součty členů v každém sloupci, v každé řádce i na obou diagonálách jsou po dvou různé.*

¹¹ Konkrétně pro $n = 3$ a $n = 4k + 2, k \in \mathbb{Z}$.

¹² Nutno uvést, že tento čtverec není normální magický čtverec.

Def. 8 *Antimagický čtverec je heteročetverec, pro který lze součty členů v každém sloupci, v každé řádce a na obou diagonálách seřadit do aritmetické posloupnosti s krokem 1.*

S oběma typy čtverců se dá pracovat a vytvářet různé úlohy stejně jako s dříve uvedenými různými typy magických čtverců.

3	107	5	131	109	311
7	331	193	11	83	41
103	53	71	89	151	199
113	61	97	197	167	31
367	13	173	59	17	37
73	101	127	179	139	47

Obr. 10 Apokalyptický čtverec

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	16	15

Obr. 11 Heteročetverec¹³

15	2	12	4
1	14	10	5
8	9	3	16
11	13	6	7

Obr. 12 Antimagický čtverec

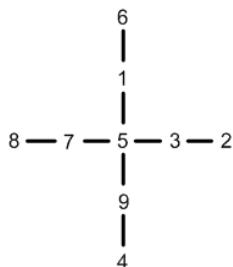
¹³ V práci Roskovce je chybně uveden příklad heteročetverce. Bylo nutné zaměnit čísla 15 a 16, protože součet čísel na obou diagonálách byl roven číslu 34.

3. Historie magických čtverců

Historia magistra vitae – Dějiny jsou učitelkou života. Heslo, které na začátku každého školního roku vštěpuji v hodinách dějepisu do hlav svých žáků. Dějiny ovlivňují současnost a jen jejich pochopením dokážeme pochopit i současné události. Nejinak je tomu i v případě magických čtverců. Jejich historický vývoj determinoval způsob jejich používání, nahlížení na jejich podstatu a chceme-li se v dnešní době věnovat podrobně výzkumu magických čtverců, nemůžeme jejich vznik a vývoj obejít. Naše povídání začneme ve starověké Číně, kde se magické čtverce objevily nejdříve.

3.1. Vše začíná v starověké Číně

Staré čínské legendy hovoří o trojici legendárních císařů – Jao, Šun a Jü. Pro nás je důležitý třetí z nich, který měl vládnout v letech 2205 až 2176 př. n. l. Legenda říká, že obdržel dva diagramy, aby se mu lépe spravovala země. První z nich mu měl přinést dračí kůň, který se vynořil ze Žluté řeky. Ten nese název che-tchu (Obr. 13) neboli říční mapa. Druhý z nich měl císař spatřit na krunýři želvy plavající v řece Luo. (Obr. 14) Byl pojmenován luo-šu neboli seřazená čísla a je nejjednodušším magickým čtvercem třetího řádu [1]. (Obr. 15)



Obr. 13 Říční mapa v číselném provedení

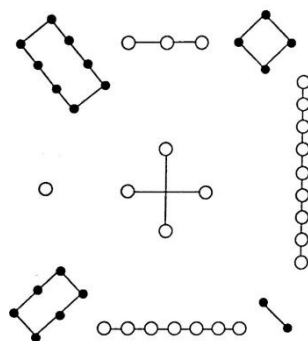


Obr. 14 Magický čtverec na krunýři želvy

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Obr. 15 Luo-šu v moderní podobě

Už jen kvůli neexistenci dračího koně můžeme směle prohlásit, že tento příběh je opravdu pouhým mýtem, a dataci podle legendy, která by magickým čtvercům přisoudila titul nejstarších matematických textů, odmítnout. Kdy tedy ale magický čtverec *luo-šu* vznikl? Spolehlivě můžeme vznik *luo-šu* datovat před rok 650 př. n. l.¹⁴, ze kterého existuje právě sepsaná legenda. I když přímo v ní se magický čtverec neobjevuje, je zmíněn pouze v textu legendy. Obraz *luo-šu* je znám až z pozdější doby, kdy v Číně vládla dynastie Sung¹⁵, přesto i první zobrazení je pouze v podobě symbolů. (Obr. 16)



Obr. 16 První známé zobrazení *luo-šu*

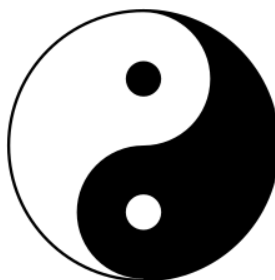
Daleko větší význam pro nás ale má pozice, jakou symbol *luo-šu* v čínském světě, čínské filosofii získal. Dá se říci, že ovlivnil dva největší filosoficko-náboženské systémy starověké Číny konfucianismus i taoismus, jehož tvůrci Konfucius a Lao-c' symbolu *luo-šu* věnovali nemalou pozornost. Zejména pro taoistické myslitele byl magický čtverec vyjádřením jejich filosofie v grafické podobě. Základem taoismu je život podle přírodních zákonů se všemi jeho proměnami. Proto jako základ hmoty, která vytváří pozemský svět, brali taoisté pět základních elementů: voda, oheň, země, kov a dřevo, které byly propojeny s pěti známými planetami v odpovídajícím pořadí Merkur, Mars, Saturn, Venuše a Jupiter. Tyto látky se navzájem ovlivňovaly, jedna dala vzniknout druhé, jiná zase druhou pokořila. Číslo pět bylo vůbec pro Číňany výjimečné, měli pět barev, chutí, vůní i světových stran – sever, západ, jih, východ a střed.

Jin a jang jsou další pojmy, se kterými je nutno se seznámit, pokud chceme porozumět čínské filosofii. V Evropě jsou tyto termíny často chápány jako protiklady, ale v čínské

¹⁴ Datace je převzata z [6].

¹⁵ Dynastie Sung vládla v Číně v letech 960 – 1279 a období její vlády je označováno jako období prosperity. Kromě kulturního rozvoje bylo v této době rozšířeno používání kompasu či byl poprvé použit střelný prach.

kultuře tomu tak nebylo. Jeden princip doplňoval druhý, jin bez jangu nemohl existovat stejně jako muž bez ženy, den bez noci či krása bez ošklivosti. I proto se jejich symbolem stal kruh, který se nedá rozdělit na dvě stejné části. (Obr. 17) Symbol jin má vyjadřovat ženu, tmu, chlad, pasivitu, noc, severní svah, jižní břeh, smutek, symbol jang naopak vyjadřuje muže, světlo, teplo, aktivitu, den, jižní svah, severní břeh, veselí. Výše uvedené pojmy ale nesmíme brát k symbolům jin a jang doslovně, protože ve všech věcech se oba principy vyskytují zároveň, jeden ve větší míře, druhý v menší.



Obr. 17 Symbol jin a jang

Nyní již opět přistupme ke čtverci luo-šu a ukažme si, jak se v něm projevilo čínské myšlení. Předně byl čtverec rozdělen na pět částí. (Obr. 18) Čtyři z nich obsahovaly dvě čísla, vždy jedno sudé a jedno liché¹⁶, pátá část byla tvořena jedním číslem, číslem pět, které bylo pro Číňany tak výjimečné. Navíc každé části byla přiřazena jedna z pěti základních látek. Čtverec luo-šu tak v čínské společnosti nabyl velkého významu. Možná i proto byl tento symbol utajován a zpřístupněn zpočátku jen hrstce povoláných, kteří měli za úkol tajemství střežit a zachovat pro další generace [1].

4 9 KOV		2 O H
D 3 Ř E V 8 O	5 ZEMĚ	E 7 Ň
		VODA 1 6

Obr. 18 Čtverec luo-šu s přiřazenými elementy

¹⁶ Zde se projevuje vliv učení o jin a jang. Sudá čísla představovala jin a lichá jang.

„Mistr pravil: „Co vlastně činí Proměny? Proměny otvírají věci a dokončují konání. Zahnují všechny cesty pod nebesy. Tak toť je vše.“ Proto světci jimi pronikají k vůli světa, jimi určují dílo světa, jimi řeší pochyby světa...

Proto zavření brány nazvali Přijetím, otevření brány nazvali Tvořením. Jedno zavření, jedno otevření nazvali tou změnou, jejíž nekonečné odcházení a přicházení, křižování, nazvali souvislostí. A jejich projevení symbolem, jehož tvary nazývali nástrojem a stanovy užívání pravidlem. Jeho pravidelné užívání a využívání nazvali duchem.

Proto mají Proměny Nejzazší Pól. Ten zrodil dva principy, dva principy zrodily čtyři symboly, čtyři symboly zrodily osm trigramů. Osm trigramů stanovilo šťastná a nešťastná znamení, šťastná a nešťastná znamení zrodila velké dílo. Proto není většího uplatnění symbolů, nežli je nebe a země. Není větší změny v souvislosti, nežli jsou čtyři roční doby. Není větších symbolů, nežli jsou slunce a měsíc, jež, zavěšeny na obloze, dávají světlo. Není větší vznešenosti, nežli má ten, kdo je bohatý a vážený. Ve vynalézání věcí potřebných, ve vynalézání nástrojů k užítku celého světa není nad světce. V přebírání věcí spleťtých, v luštění věcí tajných, v lovení v hlubinách, v dosahování dalek, v určování znamení šťastných i nešťastných, v dodávání odhodlání celému světu není nad stonky řebříčku¹⁷ a želví krunýře.

Proto nebe vytvořilo tyto duchovní věci, světci je vzali za vzor. Nebe a země se měnily a vyvíjely, světci je napodobili. Na nebi visely symboly, z nichž byla patrná znamení šťastná a nešťastná, světci je znázornili. Ze Žluté řeky se vynořil obraz, z řeky Lo se vynořily znaky, světci si je vzali za vzor.

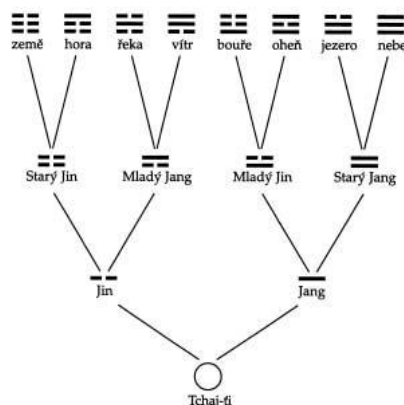
Proměny mají čtyři symboly, jimiž ukazují. A jsou k nim připojeny výroky, jimiž sdělují. A jsou tu vytčena šťastná a nešťastná znamení, jimiž rozhodují.“

Citovaná pasáž [9] je z Knihy proměn neboli I - ťing, základní knihy čínské filosofie, a že souvisí s naší problematikou, dokazuje předposlední odstavec. Knihu proměn tvoří čtyřiašedesát obrazců – hexagramů, z nichž každý je vytvořen pomocí dvou trigramů. Trigramy jsou zobrazeny pomocí tří čar, buď plných, jež symbolizují jangový prvek, nebo přerušovaných, zastupujících prvek jin. Kombinací obou druhů čar tak může vzniknout osm trigramů. (Obr. 19) Autorem trigramů je opět podle legendy císař Fu-si¹⁸, který měl vládnout v letech 2852 – 2737 př. n. l. Podle legendy Fu-si vynalezl čínské písmo, kalendář,

¹⁷ Pomocí stonků řebříčku se provádělo samotné věštění.

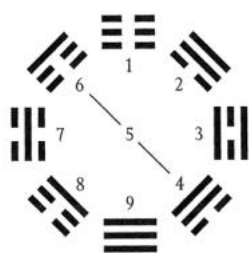
¹⁸ Že se jedná opět jenom o legendu, dokazuje například věk, kterého se měl císař Fu-si dožít. Údajně to bylo 196 let. Datace vzniku knihy se mezi vědci klade do 12. – 11. st. př. n. l.

pomohl lidem s přípravou jídla, domestikací zvířat, rybolovem i lovem zvěře. Podle téže legendy sestavil osm trigramů, které se staly základem knihy I-t'ing.



Obr. 19 Vznik trigramů

A nyní se podívejme na spojitost mezi trigramy a čtvercem luo-šu. Každému trigramu bylo přiřazeno číslo, a protože se trigramy zobrazovaly do kruhu, vznikl takzvaný Kruh Nebes. (Obr. 20) Nedalo ale velkou práci uspořádat čísla v kruhu do čtverce, čímž vznikl takzvaný Čtverec Země. (Obr. 21) Tento čtverec měl pro Číňany zajímavé vlastnosti¹⁹, ale nebyl ještě magický. Prvním krokem k vytvoření magického čtverce bylo pootočení Čtverce Země o 180°. (Obr. 22) Když se pak překryl nově vytvořený čtverec s původním, součet čísel na stejné pozici byl roven desíti. K tomu, aby vznikl magický čtverec, pak již stačilo jen přehodit čísla 2 a 8 a magický čtverec luo-šu byl na světě [3]. (Obr. 15)



Obr. 20 Kruh nebes

6	1	2
7	5	3
8	9	4

Obr. 21 Čtverec Země

4	9	8
3	5	7
2	1	6

Obr. 22 Pootočený Čtverec Země

¹⁹ Uprostřed čtverce se vyskytovalo číslo pět, součet dvojic čísel souměrných podle středu byl deset, což je dvakrát pět.

Jak jsem již dříve naznačil, v dalších staletích se šířily v Číně informace o magických čtvercích velmi pomalu. Byly utajovány a nic tomu nepřidalo ani střídání různých dynastií na čínském trůnu. K úplnému kulturnímu rozvratu došlo po vpádu mongolských nájezdníků, kdy chán Kublajchán nechal pálit veškeré taoistické spisy. Jen zázrakem se zachoval spis učence Jang Chueje s názvem Sü-ku Čaj-ťi suan-fa, v němž autor zaznamenal veškeré poznatky o magických čtvercích v Číně [1]. Díky tomu dnes víme, že Číňané uměli sestavit magické čtverce třetího až desátého řádu. Opusťme nyní čínskou civilizaci, kde se vývoj magických čtverců zastavil, a pojďme navštívit další země, kde naopak bylo téma magických čtverců na vzestupu.

3.2. Magické čtverce na Blízkém východě

Oblast úrodného půlměsíce můžeme označit za kolébkou lidských civilizací. Kulture v oblasti Mezopotámie a Egyptu patří mezi nejstarší na Zemi. A právě zde získal čtverec *luo-šu* jiné pojmenování, které se později uchytilo v Evropě.

Chceme-li se podívat více na vznik tohoto pojmenování, musíme se zabývat historií mezopotámského města Harrán. Město, které již na mapách dnes nenajdeme, leželo kdysi na horním toku Eufratu. Svůj význam si uchovalo, jako jedno z mála měst v této oblasti, až do 10. st. n. l., přestože od 6. st. př. n. l. bylo celé území pod nadvládou Peršanů. I díky Harránu se poznatky mezopotámské civilizace dostaly do helénistické kultury a uchovaly se pro pozdější využití.

Pro naše potřeby je důležité, že se v Harránu zachovaly na vysoké úrovni znalosti o zpracování kovů a z oblasti astronomie. V té vynikali zejména Chaldejci, národ, který uměl vypočítat dobu oběhu pěti planet kolem Země. Planety v harránském náboženství měly zvláštní postavení, byly uctívány jako božstva spolu se Sluncem a Měsícem. Každé planetě byl přiřazen určitý kov, z něž pak byla vyrobena podobizna božstva, která byla umístěna do chrámu zasvěceného dané planetě. Ke každému božstvu sídlícímu na trůnu vedl jiný počet stupňů. Propojení planet, kovů a čísel dalo vzniknout systému označovanému jako systém I. (Obr. 23) Systém, který má opačné číslování, získal název systém II.

Můžeme se jen domýšlet, protože neexistují přímé důkazy, jestli byla čísla k planetám připojena v souvislosti se znalostmi o magických čtvercích. Kontakty s Čínou totiž nebyly potvrzeny, i když pro výrobu podoby božstva planety Merkur se využíval materiál zvaný *harsini*, takzvané čínské železo. V systému II pak můžeme spatřit, jak obdržel magický

čtverec luo-šu svůj název, který se uchytil v Evropě. Tento čtverec byl třetího řádu, čemuž v tabulce odpovídá planeta Saturn. Pod tímto názvem byl čtverec luo-šu znám v Evropě. V dalším vývoji magických čtverců hrálo spojení planety a řádu čtverce významnou roli, o čemž se později přesvědčíme [1].

Planeta, již je chrám zasvěcen	Kov, z něhož je podoba božstva	Počet stupňů k trůnu s idolem
Saturn	olovo	9
Jupiter	cín	8
Mars	železo	7
Slunce	zlato	6
Venuše	měď	5
Merkur	rtuť	4
Měsíc	stříbro	3

Obr. 23 Systém I

Magické čtverce se v arabském světě poprvé objevují v 8. – 9. století v díle tzv. Džábira²⁰, jenž byl obdivovatelem řeckého filosofa a matematika Apollonia z Tyany a od něj převzal magický čtverec třetího řádu. Dle Džábirova výkladu měl magický čtverec sloužit alchymistům jako návod pro přeměnu kovů či jako tabulka pro určování hmotnosti složek v jednotlivých kovech. Zároveň měl čtverec fungovat jako talisman usnadňující ženám porod. Stejné využití magického čtverce můžeme spatřit v knihách islámského filosofa Algazela [1].

Stěžejním dílem o magických čtvercích v arabské literatuře jsou Traktáty Bratří Čistoty. Za názvem Bratří Čistoty jsou ukryti arabští učenci z konce 10. století, kteří v Traktátech sepsali všechny dosud známé poznatky. Traktáty tedy sloužily jako encyklopedie. V oddíle věnovanému geometrii pak můžeme nalézt spoustu magických čtverců od třetího až po devátý řád²¹. Nizozemský historik Antonius van der Linde, zabývající se dějinami šachové hry, v Traktátech objevil zajímavý popis vzniku magického čtverce

²⁰ Dodnes není prokázáno, zda tento alchymista opravdu žil, nebo se za jméno Džábir schovala skupina učenců, vydávající pod tímto pseudonymem svá díla.

²¹ Magické čtverce osmého a devátého řádu ovšem s mnoha chybami.

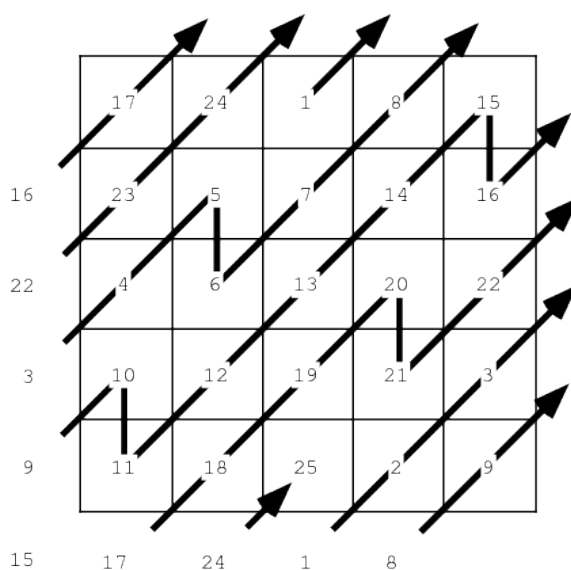
třetího řádu (Obr. 24): „*Běh zde je po dvakráte během koně, pak pěšce, potom vezíra dvakráte, nato pěšce jednou, pak koně ještě jednou, poté koně až k vysokému středu.*“ [1]. A opravdu, pokud začneme u čísla 1, můžeme vysledovat chod jednotlivých šachových figur podle uvedeného popisu.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Obr. 24 Magický čtverec třetího řádu z Traktátů Bratří Čistoty

Čtverce vyšších řádů byly už konstruovány jinými metodami, což svědčí o tom, že v tomto období se magické čtverce v arabském světě teprve začaly rozšiřovat.

Že arabští učenci byli magickými čtverci fascinováni, dokazuje spousta vydaných knih v následujících staletích, v nichž autoři rozebírali různé metody konstrukcí čtverců a zároveň hledali hlubší smysl zejména u „krásných“ čtverců, které byly zajímavé svou pravidelností. Nejčastější kontinuální metody objevující se v těchto spisech byly metoda diagonální (Obr. 25), se zápisem čísel po diagonálách a různým použitím přerušného kroku, nebo již výše zmíněná metoda tahu šachového koně, opět s využitím přerušného kroku [1].



Obr. 25 Diagonální metoda

Pokud se u čtverce pátého řádu umístila do středního pole jednička, tak na poslední číslo dvacet pět vyšlo umístění přesně nad středním polem, což pro vyznavače islámu symbolizovalo spojení Alláha jakožto Stvořitele i konečného cíle. (Obr. 26) Největší pozornost ale arabští vědci věnovali čtvercům čtvrtého řádu. Součet všech čísel v něm je totiž číslo 136, a když dvakrát použijeme jeho ciferný součet, dostaneme se k číslu 1, symbolu Alláha jako jediného zdroje. Navíc konstantou tohoto magického čtverce je číslo 34, jehož ciferný součet 7 symbolizuje opět významné číslo islámské mystiky²². (Obr. 27) Tento čtverec byl poté zobrazován na různých amuletech a talismanech jakožto ochránce před nemocemi a zlými silami. Později byly čtverce využívány jako symboly planet a tuto symboliku převzala Evropa [1].

15	2	19	6	23
16	8	25	12	4
22	14	1	18	10
3	20	7	24	11
9	21	13	5	17

Obr. 26 Magický čtverec pátého řádu

8	11	4	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

Obr. 27 Magický čtverec čtvrtého řádu

3.3. Magické čtverce v Evropě

Do Evropy se magické čtverce poprvé dostávají v překladech děl arabských učenců v průběhu 13. století. Takový pozdní výskyt byl zapříčiněn zejména úpadkem evropské civilizace po pádu římské říše, kdy se evropská společnost dlouho vzpamatovala z rozvratu způsobeného stěhováním národů.

Jako první se magické čtverce objevují logicky na Pyrenejském poloostrově, kde se evropská a arabská kultura prolínaly nejvíce. Zmíňme například spis Tradice Picatrixu, který odkazuje na propojení magických čtverců a planet podle systému I a popisuje výrobu amuletů s vyobrazením magických čtverců. Stejně téma ve svém pojednání o matematice předložil na přelomu 15. a 16. století italský matematik Luca Pacioli. V těchto dílech se setkáváme pouze s přepisem magických čtverců, přičemž ani není odkázáno na jejich původ.

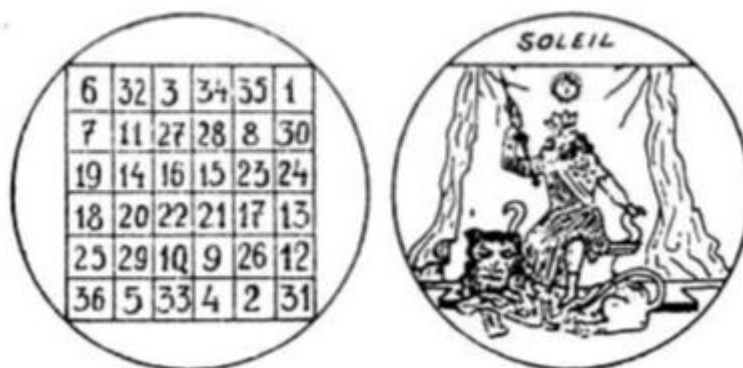
²² Sedmero nebes, sedmero moří, sedmero pekel, sedmero planet, sedmero andělů, sedmero proroků, atd.

Jejich konstrukcí se ve svých spisech jako první v Evropě zabýval až byzantský učenec Manuel Moschopoulos, který ale rovněž čerpal z arabského prostředí [1].

V průběhu 16. století se začínají objevovat první vědecké práce pojednávající o konstrukci magických čtverců. Sestavování magických čtverců třetího řádu objasnil v díle *Rechnung auf der Linien und Federn* německý matematik Adam Ries. Jiný německý matematik Michael Stifel²³ popsal tvorbu koncentrických čtverců. Přesto i nadále byly magické čtverce spojovány s magií a okultismem, jako např. v knize Cornelia Agrippy *Okultní filosofie* či v knize *Archidoxa magica*, která byla připisována lékaři Paracelsovi, i když podle posledních výzkumů je pravděpodobně jejím autorem až někdo z Paracelsových následníků. Paracelsus opět uděloval magickým čtvercům ve spojení s planetou a kovem zázračné schopnosti zejména v oblasti lékařství [1]. (Obr. 28)

Pečeť Slunce.

Hotoví se z nejlepšího a nejhledanějšího zlata arabského nebo maďarského. Na jedné straně opět čtverec, tentokrát 5 podélnými i příčnými čarami na 36 čtverečků rozdělený. Součet čísel v nich vepsaných činí 111. Věztež, že čísla, skrytá ve všech pečetích, jsou čísla ostatních hvězd, oné planetě poddaných a od Boha přidělených, jak je vykládáme ve své knížce »O h v ě z d á c h«. Planeta nazývá se předchůdce, neboli hvězda první. Proto se hodí, aby měla podřízené hvězdy, které by řídila.



Obr. 28 Příklad léčebné pečeti z *Archidoxa magica*

²³ Pro zajímavost uvedme, že Stifel byl zároveň luteránský mnich a proslavil se rovněž předpovědí konce světa na 18. října 1533 na osmou hodinu ranní. V uvedený den shromáždil obyvatele obce v kostele. Protože ale jeho předpověď nevyšla, dostal na krátký čas domácí vězení.

V následujících staletích se magické čtverce těšily stále většímu zájmu matematiků, kteří jednak zkoumali metody konstrukcí jednotlivých typů čtverců jako např. francouzští matematici Antoine de la Loubere a Philippe de la Hire, nebo sami konstruovali čtverce s dalšími zajímavými vlastnostmi. Zde jako příklad uveďme jméno slavného švýcarského matematika Leonharda Eulera, který sestavil polomagický²⁴ čtverec osmého řádu metodou tahu šachového jezdce [10]. (Obr. 29) Není bez zajímavosti, že se dále tomuto polomagickému čtverci věnovali i šachisté a Karl Friedrich Jaenisch ho zdokonalil tak, že se z posledního pole dalo skočit opět na pole počáteční [3]. (Obr. 30) Eulera magické čtverce zaujaly do té míry, že je pokládán za autora latinských čtverců²⁵.

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

Obr. 29 Eulerův polomagický čtverec

50	11	24	63	14	37	26	35
23	62	51	12	25	34	15	38
10	49	64	21	40	13	36	27
61	22	9	52	33	28	39	16
48	7	60	1	20	41	54	29
59	4	45	8	53	32	17	42
6	47	2	57	44	19	30	55
3	58	5	46	31	56	43	18

Obr. 30 Jaenischův polomagický čtverec

Během 19. století aplikovali matematici znalosti o magických čtvercích při řešení problémů v pravděpodobnosti či analýze. V dnešní době jsou studovány z pohledu faktorové analýzy, kombinatoriky, modulární aritmetiky, matic či geometrie.

²⁴Polomagický čtverec splňuje pouze podmínku stejného součtu na řádcích a ve sloupcích. Součty na úhlopříčkách jsou různé od těchto součtů.

²⁵Latinský čtverec je čtvercové schéma $n \times n$ čísel mezi 1 až n takové, že každý řádek a každý sloupec obsahuje všechna čísla od 1 do n .

4. Magické čtverce v umění

Opusťme nyní oblast historie magických čtverců, i když by se dalo říct, že s ní stále zůstaneme propojeni. V této kapitole totiž budeme objevovat, jak se magické čtverce uplatnily v umění a to samo o sobě má dlouhou historii rovněž. Zaměříme se jednak na umělecká díla, ve kterých můžeme magické čtverce naléznout, ale i na práce, které byly teorií magických čtverců ovlivněny.

4.1. Albrecht Dürer – Melancholia I

Chceme-li se zabývat využitím magických čtverců v umění, nemůžeme začít nikým jiným než německým malířem Albrechtem Dürerem a jeho mědirytinou Melancholia I. Albrecht Dürer (Obr. 31) narozený v Norimberku v roce 1471 byl jedním z nejvýznamnějších představitelů mimoitalské renesance. Technice mědirytu se naučil v dílně svého otce, který byl zlatníkem. Aby získal zkušenosti, procestoval mnoha zeměmi a v Itálii se seznámil s dílem Leonarda da Vinciho či Lucy Pacioliho. A zde se pravděpodobně dostal do kontaktu s magickými čtverci. Uchvátily ho natolik, že jeden z nich použil při tvorbě mědirytu Melancholia I [11]. (Obr. 32)



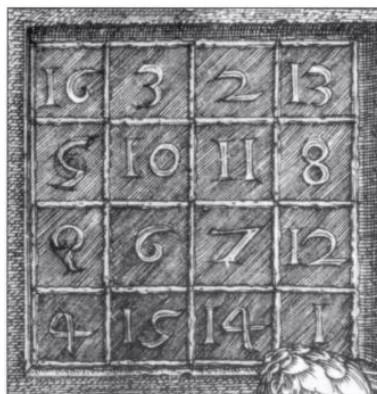
Obr. 31 Autoportrét Albrechta Dürera



Obr. 32 Melancholia I

Čím je tento obraz pro nás tak zajímavý? Podívejme se na detail magického čtverce a podrobněji ho rozeberme. (Obr. 33) Konstantou tohoto magického čtverce čtvrtého řádu je číslo 34. Kromě součtu v řádcích, sloupcích a úhlopříčkách můžeme ale tuto konstantu nalézt

i v dalších uskupeních. Rozdělíme-li čtverec na čtyři čtverce o čtyřech políčkách, obdržíme rovněž součet 34. (Obr. 34) Součet polí v rozích Dürerova čtverce je roven naší konstantě, stejně jako součet vnitřních polí čtverce, a dokonce i součet polí sousedících s rohovými poli dává stejnou hodnotu [11]. (Obr. 35) Dokázali bychom najít další skupiny čísel ve čtverci tak, abychom obdrželi opět součet 34, ale to není cílem mé práce. Bystrý čtenář jistě další čtveřice čísel dokáže najít sám.



Obr. 33 Detail magického čtverce z obrazu Melancholia I

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Obr. 34 Rozdělení Dürerova čtverce

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Obr. 35 Součty čísel rovny konstantě čtverce

Všimněme si ještě posledního řádku v Dürerově čtverci, ve kterém jsou zapsána čísla 4, 15, 14, 1. Čísla 15 a 14 mají reprezentovat rok vzniku mědirytu²⁶, čísla 4 a 1 jsou pravděpodobně symbolem numerologické hodnoty monogramu Albrechta Dürera²⁷. I toto dokázal skrýt autor obrazu do svého díla, aniž by to pozměnilo fascinující vlastnosti tohoto magického čtverce [11].

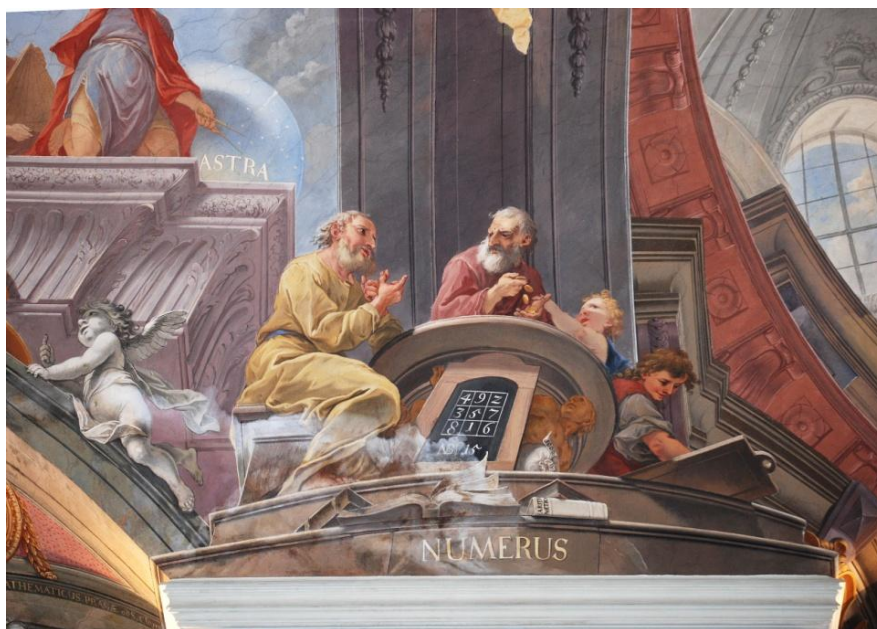
²⁶ Zároveň je rok 1514 rokem úmrtí Dürerovy matky.

²⁷ Numerologicky se písmena dají vyjádřit jako A = 1, D = 4.

Význam Dürerova obrazu a zejména jeho magického čtverce můžeme spatřit i v jeho vlivu na současné spisovatele či malíře. Tajemno a mystičnost magických čtverců nenechaly Dürerův mědiryt bez povšimnutí, a tak můžeme zmínku o něm spatřit v mnoha knihách, které jsou spjaty s odhalováním něčeho mystického či konspirativního. Mezi jinými jmenujme knihu *Magický čtverec* Albrechta Dürera od Giacinty Caruso či *Ztracený symbol* od mého oblíbeného autora Dana Browna. Díky němu jsem rovněž objevil fresku v Klementinu, kde je zobrazen magický čtverec třetího řádu.

4.2. Johann Hiebel – Alegorie aritmetiky

Jak už jsem zmínil výše, tuto fresku jsem objevil čistě náhodou, když jsem četl článek o pobytu Dana Browna v Praze. Americký autor, proslavený napínavými romány s hlavním hrdinou Robertem Langdonem, během návštěvy Prahy zavítal rovněž do budovy Klementina, kde ho zajímal hlavně obraz *Alegorie aritmetiky*²⁸. Autorem této fresky je malíř německého původu Johann Hiebel, který se usadil v Čechách a zde se i proslavil svými barokními freskami zejména ve službách Tovaryšstva Ježíšova. Freska *Alegorie aritmetiky* (Obr. 36) je součástí širší kompozice zosobňující *Sedmero svobodných umění*²⁹ a je umístěna v jižní části klenby v sále knihovny pražského Klementina [12].



Obr. 36 Alegorie aritmetiky

²⁸ Mimochodem věřím, že se Praha stane dalším z míst, které Dan Brown zahrne do svých příběhů.

²⁹ Sedmero svobodných umění bylo tvořeno triviem – gramatika, logika a rétorika a quadriviem – aritmetika, geometrie, astronomie a musika.

Na obraze nadepsaném slovy NUMERUS³⁰ můžeme spatřit dvojici učenců, z nichž jeden přepočítává mince a druhý počítá na prstech, dále pak chlapce řešícího úlohu na tabuli, několik knih, z nichž jedna nese název ARITHMETICA, vak s penězi a hlavně z pohledu našeho zájmu tabulku 3 x 3 s několika vepsanými čísly a číslem 15, zapsaném pod tabulkou. Jak se můžeme snadno přesvědčit, jedná se o magický čtverec třetího řádu a číslo 15 udává jeho konstantu. Tento čtverec je shodný s původním čínským luo-šu. Jakým způsobem se Johann Hiebel dostal ke znalostem o magických čtvercích, jsem nezjistil. Pravděpodobně v době jeho života byly již magické čtverce Evropanům známe, přinejmenším matematikům, se kterými snad spolupracoval při tvorbě obrazu.

4.3. Sagrada Familia

Dalším z uměleckých děl, kde můžeme nalézt magický čtverec je slavná katedrála Sagrada Familia v Barceloně. (Obr. 37) Její stavba probíhá již přes sto let, přesto jako hlavního architekta můžeme označit Antonia Gaudiho, který chtěl katedrálu vybudovat jako poslední velkou svatyni křesťanství. Autorem samotné fasády, kde je vyobrazen magický čtverec (Obr. 38) , je ale španělský sochař a malíř Josep Maria Subirachs. I z jeho díla je možno vycítit ovlivnění Albrechtem Dürerem, když původní Dürerův čtverec byl upraven pomocí několika transformací.



Obr. 37 Sagrada Familia

³⁰ Latinsky počet.



Obr. 38 Sagrada Família – umístění magického čtverce



Obr. 39 Detail magického čtverce na Sagrada Família

Při důkladném prozkoumání (Obr. 39), ale zjistíme, že Subirachs si čtverec upravil daleko více. Nahradil čísla 12 a 16 čísla 10 a 14, takže se ve čtverci opakují dvě dvojice číslic. Podle definice tedy Subirachsův čtverec neodpovídá magickému čtverci. Jaký měl autor důvod pro výměnu čísel? Příčina je jednoduchá, potřeboval snížit konstantu čtverce na hodnotu 33, aby reprezentovala věk, kterého se dožil Ježíš Kristus³¹. Navíc součet opakujících se čísel dává hodnotu 48, která odpovídá i numerologickým hodnotám písmen slova INRI³² [13].

Subirachsův čtverec je ale zajímavý i tím, že uchoval mnoho z vlastností Dürerova čtverce, součet polí v jednotlivých kvadrantech je 33 (Obr. 40), konstantu opět uchovává i suma hodnot z rohových polí, hodnot z protějších okrajových polí či součet hodnot z polí vnitřního čtverce. (Obr. 41) Takových čtveřic můžeme znovu vytvořit spoustu³³. Například ale součet hodnot z polí sousedících s rohovým polem je různý od čísla 33.

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

Obr. 40 Kvadranty Subirachsova čtverce

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

Obr. 41 Další čtveřice rovný konstantě čtverce

³¹ Britský inženýr Lee Sallows dosáhl snížení konstanty na číslo 33 nahrazením čísla 4 nulou. Tím pádem se v jeho čtverci čísla neopakovala [14].

³² Numerologická hodnota písmen I = 9, N = 13, R = 17. Výraz INRI znamená Iesus Nazarenus Rex Iudaeorum (Ježíš nazaretský židovský král), který nechal napsat Pilát Pontský na kříž Ježíše Krista.

³³ Další čtveřice jsou uvedeny na internetových stránkách [13].

4.4. Chrám Parsvanath

Mezi nejstarší architektonické památky, na kterých je umístěn magický čtverec, určitě patří džinistický chrám Parsvanath v indickém městě Khajuraho (Obr. 42). Chrám byl postaven v 10. století v indickém státě Madhya Prádeš a je vyzdoben magickým čtvercem čtvrtého řádu [15]. (Obr. 43)



Obr. 42 Chrám Parsvanath v Khajuraho



Obr. 43 Detail magického čtverce z chrámu Parsvanath

I tento magický čtverec má oproti normálnímu magickému čtverci spoustu vlastností navíc. Kromě toho, že konstanta čtverce je splněna pro součty v řadách, sloupcích i úhlopříčkách, objevuje se i v součtu rohových polí, součtu kvadrantů i lomených diagonálách. Je to tedy pandiagonální magický čtverec (Obr. 44).

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

Obr. 44 Přepis magického čtverce z chrámu Parsvanath

Magické čtverce můžeme najít v Indii u vícero chrámů³⁴, jejich úkolem byla opět ochrana před zlými vlivy. V indickém prostředí je ještě pozoruhodné využití magických čtverců jako prostředku pro uchování receptu na míchání parfémů [1].

4.5. Magické čtverce v moderním umění

V dnešní době, kdy se informace šíří ve společnosti nebetyčnou rychlostí, je i využití magických čtverců v uměleckých dílech záležitostí daleko častější, než tomu bývalo dříve. Většinou ale takto použité magické čtverce již ztrácejí svůj původní smysl a tajemno kolem nich se pomalu vytrácí. Na ukázkou si předvedeme několik výtvorů inspirovaných magickými čtverci či aspoň je zachycující.

S velmi zajímavým zpracováním magického čtverce přišel Patrick Ireland z West Palm Beach na Floridě. V zahradě místní galerie Eaton Fine Art Gallery sestavil z bloků skulpturu představující magický čtverec. (Obr. 45)



Obr. 45 Skulptura magického čtverce ve West Palm Beach

Že se nejedná o normální magický čtverec třetího řádu je zřejmé po přepisu do tabulky (Obr. 46), protože magický čtverec je vyplněn pouze sudými čísly. Přesto je tento nápad zajímavý a snad by se dal využít i jako herní prvek na dětská hřiště. Samozřejmě při širším základu bloků a při polovičních hodnotách.

³⁴ Například chrám Chotá Surang.

8	6	16
18	10	2
4	14	12

Obr. 46 Přepis magického čtverce ze skulptury do tabulky

Magický čtverec můžeme nalézt před vstupem do Hovland Hall ve městě Corvallis ve státě Oregon ve Spojených státech amerických. Před hlavním vchodem do budovy byla umístěna bronzová plaketa, na které je vyobrazen magický čtverec čtvrtého řádu (Obr. 47).



Obr. 47 Magický čtverec před vstupem do Hovland Hall

Jak se magický čtverec před budovu haly dostal, neví ani usedlíci, pravděpodobně byl čtverec dlouho zakryt košem a odhalen až v nedávné době [16]. Jisté ale je, že čtverec je panmagický, konstantu tvoří opět i součty polí v rozích, v kvadrantech, ve středovém čtverci i v protějších dvojicích nerohových polí na obvodu.

Z moderního malířství jsem vybral francouzskou malířku Sylvii Donmoyr. Tato malířka se ve svých dílech zaměřuje na zobrazení matematických výrazů a geometrických obrazců či těles. Je autorkou obrazu Still life with magic square (Obr. 48), jenž byl využit pro tvorbu plakátu pro konferenci konající se u příležitosti výročí pěti set let od namalování obrazu Albrechta Dürera [17].



Obr. 48 Still life with magic square

Na obraze můžeme spatřit původní dílo německého mistra, různé polygony a rovněž magický čtverec čtvrtého řádu, vytvořený z kostek v krabici, z níž se ale jedna kostka vysypala a jedna není viditelná. Není ale obtížné čísla kostek doplnit (Obr. 49). Přestože autorka Dürerův čtverec transformovala, opět si uchoval tu vlastnost, že se konstanta objevuje po sečtení rohových polí, po sečtení polí v jednotlivých kvadrantech, když sečteme pole ve vnitřním čtverci či protější dvojice polí na obvodu čtverce bez rohových polí. Oproti Dürerovu čtverci je ale nový čtverec panmagický, konstantu obdržíme i po sečtení polí na lomených úhlopříčkách.

1	14	7	12
15	4	9	6
10	5	16	3
8	11	2	13

Obr. 49 Magický čtverec z obrazu Sylvie Donmoyr

Dürerem byl ovlivněn i philadelphský umělec Jerry Di Falco, jak sám přiznává při popisu svého díla *Angel with Magic Square* [18]. (obr. 50) Dürerův magický čtverec se zde objevuje v pravém horním rohu obrazu. Obraz je vyroben leptáním, kterým Jerry Di Falco provádí většinu ze svých uměleckých výtvorů.



Obr. 50 Angel with Magic Square

Moderní umění může být reprezentováno i fotografií. Rimma Gerlovina, Valery Gerlovin a Mark Berghash vytvořili dílo The Magic Square. (Obr. 51) Magický čtverec třetího stupně je zde namalován na obličeji ženy, který je obklopen rukami, na nichž je vepsána konstanta čtverce. Čísla v magickém čtverci jsou uspořádána zrcadlově vůči čtverci luo-šu.



Obr. 51 The Magic Square

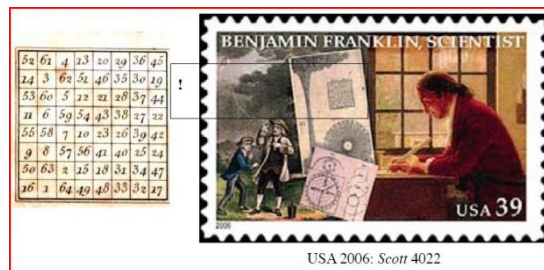
Kapitolou samou o sobě by mohla být filatelie. Existuje velký počet známek, na nichž jsou vyobrazeny buď magické čtverce samotné, výjevy z historie magických čtverců, nebo osobnosti, které se magickými čtverci zabývaly. Jako příklad uveďme jednu známku ze série z Macau (Obr. 52), která interpretuje počátky magických čtverců podle pověsti o luo-šu na krunýři želvy, a americkou známku věnovanou Benjaminu Franklinovi³⁵. (Obr. 53)

³⁵ Benjamin Franklin byl americký státník ale i vášnivý šachista a matematik. Je autorem supermagického čtverce osmého řádu (po rozdělení čtverce na čtyři skupiny čtverců čtvrtého řádu, je každý z nich magický, ale nevyskytují se v něm všechna čísla 1 až 16).

Známka je součástí archu, na kterém je Franklin vyobrazen jako státník, vědec, spisovatel a poštovník. Známka věnovaná Franklinovi – vědci obsahuje i magický čtverec osmého řádu [3]. Čtverec na známce je ale pouze polomagický.



Obr. 52 Známka z Macau



Obr. 53 Známka Benjamína Franklina

Na závěr práce se zmiňme ještě o třech neobvyklých způsobech využití magických čtverců v umění. Německý umělec Paul Heimbach pojal magické čtverce z úplně jiného pohledu. Ve čtvercích osmého řádu čísla zapsal v binární soustavě a pak každému kódu přiřadil odpovídající barvu. Vznikla tak celá řada barevných mozaikových čtverců (Obr. 54).



Obr. 54 Mozaikové čtverce Paula Heimbacha

Dalším symbolickým využitím magického čtverce v umění je quincunx (Obr. 55), který má vyjadřovat číselný čtverec v geometrické podobě. Jedná se o spojení čtverce a kruhu, ve kterém hraje velkou roli prostřední číslo, stejně jako tomu bylo ve starověké Číně.



Obr. 55 Různé využití quincunxu

Prostřední číslo je obklopeno čtyřmi lichými čísly, která tvoří kříž a jsou vrcholy čtverce, a čtyřmi sudými čísly, která jsou v quincunxu vyobrazena jako kruhy. Quincunx byl ve středověku využíván jak v architektuře (zejména byzantské), tak v malířství, šperkařství a dalších uměleckých oborech [23].

Poslední příklad využití magických čtverců bude bez originální obrazové ukázky. Ne že bych nechtěl dílo představit, ale budeme se bavit o hudbě. Ano, i hudbu magické čtverce ovlivnily. Jednak by se podle čísel v magických čtvercích daly seřadit noty podle jejich odpovídající hodnoty, daleko více však magické čtverce zapůsobily v oblasti rytmiky [8]. Na druhou stranu se teď nebudeme bavit o normálních magických čtvercích. Dokonce nebudou ani splňovat všechna pravidla magických čtverců. Jediné pravidlo, které budou muset čtverce splňovat, bude takové, že suma všech hodnot polí čtverce se bude rovnat devítinásobku středového čísla (Obr. 56).

3	5	7
5	8	11
7	11	15

Obr. 56 Magický čtverec

Tento součin nám umožní určit počet taktů v určité sekvenci, na kterou chceme daný čtverec použít. Náš součin je číslo 72, proto můžeme použít čtverec na pasáž trvající 18 taktů v šestnáctinových notách. Záměnou čísel ve čtverci můžeme měnit rytmus podle potřeby. Takto vytvořený systém odpovídá hlavně hudbě indiánských kmenů [24].

Při bádání a hledání magických čtverců jsem se setkal s mnoha dalšími magickými útvary. Rád bych zde zmínil alespoň jeden z nich, který v poslední době získává u matematiků čím dál větší popularitu. Jedná se o magickou krychli, jejíž vlastnosti jsou analogické magickému čtverci. Velkou pozornost tomuto tématu například věnuje slovenský matematik Marián Trenkler.

5. Závěr

Cílem této diplomové práce je poskytnout čtenáři hlubší poznatky o problematice magických čtverců s přihlédnutím k jejich využití v uměleckých dílech a jejich možnému dalšímu využití v různých oblastech života člověka.

Nesnažím se udělat celkový souhrn všech uměleckých děl, ve kterých se prvek magického čtverce dal jakýmkoliv způsobem vyčíst. Taková práce si vyžaduje daleko hlubší a delší bádání. Chci zájemce o tuto problematiku seznámit s teorií magických čtverců, přiblížit jim jejich historii a zejména poukázat na různé umělecké obory, kde se magický čtverec využívá, či by se snad dal použít.

Pro další badatele se nabízí možnost hlubšího bádání v jednotlivých uměleckých oborech nebo v jednotlivých regionech. Bylo by zajímavé zjistit motivy a pohnutky, které vedly autory k zakomponování magických čtverců do jejich tvorby, i když toto asi bude práce těžko zjištělná, zejména u starších uměleckých děl.

Seznam použitých zdrojů

- [1] KARPENKO, Vladimír. *Tajemství magických čtverců*. Praha: Půdorys, 1997, 200 s. ISBN 80-86018-03-2.
- [2] MOHELSKÁ, Eva. *Využití magických čtverců, hlavolamů sudoku a číselných schémat ve vyučování matematiky a v zájmové matematice na I. stupni základní školy*. Diplomová práce. Pedagogická fakulta MU, Brno, 2007, 102 s.
- [3] FUCHS, Eduard. *Magické čtverce aneb od knihy I-ťing k internetové současnosti*. [online]. Přírodovědecká fakulta MU, Ústav matematiky a statistiky. Dostupné z www: <https://www.math.muni.cz/~fuchs/Efuchs/historie_pdf/mactv.pdf>.
- [4] *Bimagic squares*. [online, cit. 27. 2. 2017]. Dostupné z www: <<http://www.multimagie.com/indexengl.htm>>.
- [5] KATRNOŠKA, František, KŘÍŽEK, Michal, SOMER, Lawrence. *Magické čtverce a sudoku*. [online]. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie. 2008, roč. 53, č. 2, s. 113-124. Dostupné z www: <https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/141848/PokrokyMFA_53-2008-2_3.pdf>.
- [6] ROSKOVEC, Tomáš. *Magické čtverce*. [online], Matematický korespondenční seminář. Dostupné z www: <<https://mks.mff.cuni.cz/library/MagickeCtverceTR/MagickeCtverceTR.pdf>>.
- [7] *Magic squares*. [online, cit. 10. 5. 2018]. Dostupné z www: <<http://www.pballew.net/magsquar.html>>.
- [8] *Magic squares report*. [online, cit. 10. 5. 2018]. Dostupné z www: <<http://www.pballew.net/MagSqRep.doc>>.
- [9] KRÁL, Oldřich. *I – ťing – kniha proměn*. Lásenice: Maxima, 2008, 312 s. ISBN 978-80-86921-03-7.
- [10] KOCIÁNOVÁ, Bára. *Magické čtverce*. [online]. Dostupné z www: <<https://mks.mff.cuni.cz/library/MagickeCtverceBK/MagickeCtverceBK.pdf>>.

- [11] BÁRTEK, Květoslav, BÁRTKOVÁ, Eva, NOCAR, David. *Matematika v díle Albrechta Dürera*. In *Matematyka w przyrodzie i sztuce - matematyka, przyroda i sztuka w kształceniu powszechnym*, Tom 3. Nowy Sącz: Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa, 2013. ISBN 978-83-63196-46-2.
- [12] Fronek, Jiří. *Johann Hiebel, malíř fresek*. Disertační práce. Filosofická fakulta UK, Praha, 2007, 243 s. [online]. Dostupné na [www: <http://www.is.cuni.cz/webapps/zzp/detail/28138/>](http://www.is.cuni.cz/webapps/zzp/detail/28138/).
- [13] *The magic square on the Passion façade: keys to understanding it*. [online, cit. 12. 6. 2018]. Dostupné z [www: <http://blog.sagradafamilia.org/en/divulgateion/the-magic-square-the-passion-facade-keys-to-understanding-it/>](http://www.blog.sagradafamilia.org/en/divulgateion/the-magic-square-the-passion-facade-keys-to-understanding-it/).
- [14] *The Sagrada Familia magic square*. [online, cit. 13. 6. 2018]. Dostupné na [www: <http://www.taliscope.com/Sagrada_en.html>](http://www.taliscope.com/Sagrada_en.html).
- [15] Parsvanatha temple, Khajuraho. [online, cit. 14. 6. 2018]. Dostupné na [www: <https://en.wikipedia.org/wiki/Parshvanatha_temple,_Khajuraho>](https://en.wikipedia.org/wiki/Parshvanatha_temple,_Khajuraho).
- [16] *Friday Feature: The mystery of the magic square*. [online, cit. 15. 6. 2018]. Dostupné na [www: <http://wpmu.library.oregonstate.edu/osu_archives/2013/03/29/friday-feature-the-mystery-of-the-magic-square/>](http://wpmu.library.oregonstate.edu/osu_archives/2013/03/29/friday-feature-the-mystery-of-the-magic-square/).
- [17] *After 500 years, Dürer's art still engraved on mathematicians' mind*. [online, cit. 15. 6. 2018]. Dostupné na [www: <https://www.livescience.com/45557-durer-engraving-shaped-science-and-math.html>](https://www.livescience.com/45557-durer-engraving-shaped-science-and-math.html).
- [18] *Jerry Di Falco – Angel with magic square*. [online, cit. 15. 6. 2018]. Dostupné na [www: <https://www.absolutearts.com/printmaking_etching/jerry__di_falco-angel_with_magic_square-1457538884.html>](https://www.absolutearts.com/printmaking_etching/jerry__di_falco-angel_with_magic_square-1457538884.html).
- [19] *Valery Gerlovin, Rimma Gerlovina, Mark Berghash – The magic square*. [online, cit. 15. 6. 2018]. Dostupné na [www: <http://www.artic.edu/aic/collections/artwork/118845>](http://www.artic.edu/aic/collections/artwork/118845).
- [20] *Macau's magic square stamps just made philately even more nerdy*. [online, cit. 15. 6. 2018]. Dostupné na [www: <https://www.theguardian.com/science/alexs-adventures-](https://www.theguardian.com/science/alexs-adventures-)

in-numberland/2014/nov/04/macaus-magic-square-stamps-just-made-philately-even-more-nerdy>.

- [21] *Magic squares*. [online, cit. 15. 6. 2018]. Dostupné na www: <<http://www.magic-squares.net/square-update.htm>>.
- [22] VON CHRISTOPH, Pöppe. *Edle magische Quadrate*. [online, cit. 15. 6. 2018]. Dostupné na www: <<http://www.artype.de/dossier.pdf>>.
- [23] Art and the magic square, part three. [online, cit. 15. 6. 2018]. Dostupné na www: <<http://the-magic-square.blogspot.com/2011/02/art-and-magic-square-part-three.html>>.
- [24] DIMOND, Jonathan. Magic squares. [online, cit. 15. 6. 2018]. Dostupné na www: <<http://www.jonathandimond.com/downloadables/Magic%20Squares.pdf>>.
- [25] SEMANIŠINOVÁ, Ingrid, TRENKLER, Marián. *O nadprirodzenej korytnačke, magických štvorcach a kočkách*. Obzory matematiky, fyziky a informatiky 4/2000(29), s. 21-34. [online, cit. 18. 6. 2018]. Dostupné na www: <<http://math.ku.sk/~trenkler/2000-O%20nadprirodzenej%20korytnacke.pdf>>.
- [26] POLÁŠEK, Martin. *Latinské a magické čtverce*. Diplomová práce, Přírodovědecká fakulta MU, Brno, 2011, 64 s. [online, cit. 18. 6. 2018]. Dostupné na www: <https://is.muni.cz/th/rkmae/diplomova_prace.pdf>.
- [27] SUCHÁ, Lucie. *Magické čtverce*. Diplomová práce, Pedagogická fakulta JU, České Budějovice, 2017, 70 s. [online, cit. 18. 6. 2018]. Dostupné na www: <https://theses.cz/id/z44f4u/DP_Such_Lucie.pdf>.
- [28] *Sagrada Familia*. [online, cit. 13. 6. 2018]. Dostupné na www: <https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSPDEp4koYjyIsazZUshZOhDDW8_P65XI9fMOUUwW_8RSYNenKr>.
- [29] HIEBEL, Johann. *Alegorie aritmetiky*. Národní knihovna České republiky.
- [30] *Sator square – historie i nové objevy*. [online, cit. 15. 2. 2017]. Dostupné na www: <<http://www.matfyz.eu/zajimavosti.php?typ=z-sator>>.

Seznam obrázků

Obr. 1	Čtverec SATOR [3]	8
Obr. 2	Čtverec SATOR v Pompejích [30]	8
Obr. 3	Upravený čtverec SATOR [1]	9
Obr. 4	Moderní písmenný čtverec z českého prostředí [1]	10
Obr. 5	Magický čtverec tvořený prvočíslly jdoucími za sebou od čísla 1 [3]	11
Obr. 6	Bimagický čtverec [4]	12
Obr. 7	Koncentrický čtverec	12
Obr. 8	Asociovaný čtverec	13
Obr. 9	Panmagický čtverec	13
Obr. 10	Apokalyptický čtverec	14
Obr. 11	Heteročtverec [6]	14
Obr. 12	Antimagický čtverec [6]	14
Obr. 13	Říční mapa v číselném provedení [1]	15
Obr. 14	Magický čtverec na krunýři želvy [8]	15
Obr. 15	Luo-šu v moderní podobě	15
Obr. 16	První známé zobrazení luo-šu [5]	16
Obr. 17	Symbol jin a jang [3]	17
Obr. 18	Čtverec luo-šu s přiřazenými elementy [1]	17
Obr. 19	Vznik trigramů [3]	19
Obr. 20	Kruh nebes [3]	19
Obr. 21	Čtverec Země [3]	19
Obr. 22	Pootočený Čtverec Země [3]	19
Obr. 23	Systém I [1]	21
Obr. 24	Magický čtverec třetího řádu z Traktátů Bratří Čistoty [1]	22
Obr. 25	Diagonální metoda [8]	22
Obr. 26	Magický čtverec pátého řádu	23
Obr. 27	Magický čtverec čtvrtého řádu	23
Obr. 28	Příklad léčebné pečeti z Archidoxa magica [3]	24
Obr. 29	Eulerův polomagický čtverec [10]	25
Obr. 30	Jaenischův polomagický čtverec [3]	25
Obr. 31	Autoportrét Albrechta Dürera [11]	26
Obr. 32	Melancholia I [11]	26
Obr. 33	Detail magického čtverce z obrazu Melancholia I [11]	27
Obr. 34	Rozdělení Dürerova čtverce	27
Obr. 35	Součty čísel rovny konstantě čtverce	27
Obr. 36	Alegorie aritmetiky [29]	28
Obr. 37	Sagrada Familia [28]	29
Obr. 38	Sagrada Familia – umístění magického čtverce [14]	30
Obr. 39	Detail magického čtverce na Sagrada Familia [13]	30
Obr. 40	Kvadranty Subirachsova čtverce	30
Obr. 41	Další čtveřice rovny konstantě čtverce	30
Obr. 42	Chrám Parsvanath v Khajuraho [15]	31
Obr. 43	Detail magického čtverce z chrámu Parsvanath [15]	31
Obr. 44	Přepis magického čtverce z chrámu Parsvanath	31
Obr. 45	Skulptura magického čtverce ve West Palm Beach [7]	32
Obr. 46	Přepis magického čtverce ze skulptury do tabulky	33

Obr. 47	Magický čtverec před vstupem do Hovland Hall [16]	33
Obr. 48	Still life with magic square [17]	34
Obr. 49	Magický čtverec z obrazu Sylvie Donmoyr	34
Obr. 50	Angel with Magic Square [18]	35
Obr. 51	The Magic Square [19]	35
Obr. 52	Známka z Macau [20]	36
Obr. 53	Známka Benjamína Franklina [21]	36
Obr. 54	Mozaikové čtverce Paula Heimbacha [22]	36
Obr. 55	Různé využití quincunxu [23]	36
Obr. 56	Magický čtverec [24]	37

Anotace

Jméno a příjmení:	Pavel Kantor
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D.
Rok obhajoby:	2018

Název práce:	Magické čtverce v umění
Název práce v angličtině:	Magic squares in art
Anotace práce:	Tato diplomová práce se zabývá magickými čtverci a jejich vlivem na umění. První část je věnována teorii o magických čtvercích. Ve druhé kapitole se seznámíme s dlouhou historií magických čtverců i se způsobem, jak se v různých kulturních prostředích objevovaly a prosazovaly. Na závěr projdeme exkurzí různými uměleckými obory, ve kterých našly magické čtverce uplatnění.
Klíčová slova:	magický čtverec, panmagický čtverec, konstrukce magických čtverců, Luo-shu, Saturn, Albrecht Dürer, Sagrada Familia
Anotace v angličtině:	This diploma thesis deals with magic squares and their influence on art. The first part is devoted to the theory of magic squares. In the second chapter we learn about the long history of magic squares and how they appeared and promoted in different cultural communities. Finally we go through the excursion in various artistic disciplines, in which magic squares have found an application.
Klíčová slova v angličtině:	magic square, panmagic square, construction of magic squares, Luo-shu, Saturn, Albrecht Dürer, Sagrada Familia
Rozsah práce:	43 stran
Jazyk práce:	Český jazyk