

Posudek bakalářské práce Ondřeje Balódyho s názvem

METODY RUNGE - KUTTA

Cílem předložené bakalářské práce bylo nastudovat metody Runge - Kutta pro řešení obyčejných diferenciálních rovnic. Práci vhodně doplnit příklady a sestavit příslušné programy pro výpočet v matematickém softwaru Matlab. Práce má celkem 69 stran a je rozčleněna do pěti kapitol.

V první přípravné kapitole student uvádí definice základních pojmů týkajících se obyčejných diferenciálních rovnic. Ve druhé kapitole se pak zabývá obyčejnými diferenciálními rovnicemi 1. řádu. Následující kapitola pojednává o použití Taylorovy řady při řešení diferenciálních rovnic. Ve čtvrté kapitole se autor nejprve věnuje základním pojmům týkajícím se numerického řešení obyčejných diferenciálních rovnic a poté uvádí Eulerovu metodu. Teprve v poslední páté kapitole se student dostává k metodám Runge - Kutta a k jejich odvození a použití.

Bohužel musím konstatovat, že student své bakalářské práci nevěnoval dostatek času, což se samozřejmě projevilo na její kvalitě. Dále bych ráda podotkla, že student se rozhodl práci odevzdat i přesto, že jsem doporučovala využít pozdější termín odevzdání a následnou velmi intenzivní spolupráci formou konzultací při tvorbě bakalářské práce. Celkově nejsem vůbec spokojena s jazykem práce a s autorovým nepřesným vyjadřováním. Také nejsem spokojena se zvolenou metodikou. První polovina práce mohla být rozhodně kratší, zejména druhou kapitolu vnímám jako umělé natahování textu. Význam třetí kapitoly, případně její spojitost s tématem bakalářské práce, vůbec není objasněn. Pátá stěžejní kapitola je velmi nepřehledná, uvedené vzorce jsou převzaty z literatury bez nějakého hlubšího vysvětlení. Odvození zmíněných vzorců není provedeno korektně a je naprosto nepřehledné.

K práci mám celou řadu připomínek a dotazů, z nichž níže uvádím pouze ty nejpodstatnější.

- str. 7₇ : Jakou roli má v definici 1.4 interval J ?
- str. 8 : V definici 1.6 v bodě 2. je formulace „*konkrétní volbou konstant... nebo zadáním počátečních podmínek (1.2) a jejich dosazením do obecného řešení*” nepřesná a poněkud zavádějící.
- str. 11² : Připouštíte tedy i h_n záporná ?
- str. 11₆ : Závěr definice 1.9 není dobře.
- str. 11 : Z komentáře za definicí 1.9 není jasné, jak souvisí řešení soustavy diferenciálních rovnic 1. řádu s řešením jedné diferenciální rovnice. Proč tedy vlastně má smysl převádět obyčejnou diferenciální rovnici n -tého řádu na tyto soustavy?

- str. 12 : Tvzení věty 2.1. není dobře.
- str. 18 : Proč musí mít funkce $y(x)$ v bodě x_0 derivace až do řádu $n + 1$ včetně?
- str. 19 : Odhad ve tvaru (3.3) není dobře, stejně tak není v pořádku odhad pro zbytek $R_n(x)$ uvedeného Taylorova rozvoje.
- str. 20 : Zadání příkladu 3.1 je v souvislosti s předchozím textem naprosto nejasné. Postrádám i závěr příkladu, očekávala bych nějaké zhodnocení či konkrétní výpočet, případně srovnání s hodnotami přesného řešení. Jaké hodnoty lze volit za h , musí být kladné, nebo lze uvažovat i záporné?
- str. 22 : Formulace „...se často setkáváme s natolik složitými integrály, jejichž hodnotu těžko určíme.” je zavádějící, neboť autor zcela jistě hovoří o neurčitém Riemannově integrálu. Nechápu tedy, jakou hodnotu má na mysli.
- str. 22 : Nechápu jaký význam mají mít podmínky 1. a 2. pro definici jednokrokové metody.
- str. 23⁶ : Formulace „kde y_k je přibližné a $y(x_k)$ přesné řešení funkce y v bodě x_k .” je naprosto nesmyslná.
- str. 23¹⁰ : Co je to přibližné řešení jednokrokové metody?
- str. 23_{6,7} : Věta na těchto řádcích vůbec nedává smysl.
- str. 23₁ : Jak se určí n v případě, že rozdíl $b - a$ není celočíselným násobkem kroku h ?
- str. 24¹ : Formulace „...počítat hodnotu vztahu (4.2)” je nevhodná.
- str. 24^{13,14} : Věta na těchto řádcích je naprosto zavádějící, co konkrétně znamená „přibližné řešení funkce y v bodech x_k ”?
- str. 25⁸ : Jak mám rozumět tomu, že $f \in C^1(\mathbb{R})$
- str. 25^{10,11} : Jak si autor představuje aproximaci funkce $f(x, y)$ přímkou procházející bodem (x_k, y_k) a jak to souvisí s Eulerovou metodou?
- str. 26^{9,10} : Vůbec není jasné, jak se odečtením vztahu (4.6) od vztahu (4.4) dojde ke vyjádření $d_k(h) = O(h^2)$. Proč není použita definice lokální chyby jednokrokové metody ze strany 24?
- str. 27³ : Zaokrouhlovací chyby vynikají při násobení a dělení???
- str. 30 : Komentář před m-filem - co to znamená, že počítá Eulerovou metodou obecnou funkci $f(x, y)$??? Podobné formulace jsou ještě na straně 39₁₂, 50₁₀ a 61₉.

- str. 30 : V popisu m-filu 4.1 se uvádí, že se vykreslí také přesné řešení, jak se ale najde toto přesné řešení není vůbec řečeno. K čemu a proč se používá uvnitř m-filu matlabovská funkce ode45 ? Uživateli také není řečeno, jakým způsobem je třeba zadat „funkci“ a co vlastně tato funkce představuje. Dále není vůbec zvážena situace, kdy délka daného intervalu není celočíselným násobkem kroku h . Podobně je tomu u m-filu 5.1 na straně 41-42, m-filu 5.2 na straně 50 a m-filu 5.3 na straně 61 a 62.
- str. 32⁴ : Proč potřebujeme mít zaručenu existenci všech derivací funkce $f(x, y(x))$?
- str. 33⁴ : Jak je možné rozvinout v Taylorovu řadu rozdíl dvou reálných hodnot, které vystupují na levé straně vztahu (5.1) ??? Co je $y_k^{(l)}$?
- str. 33¹² : Protože $l = 1, 2, \dots, M$, nelze uvažovat, že bychom volili $l = m$. Navíc význam konstanty m není nikde vysvětlen, přestože autor na straně 32 slibuje, že tak bude učiněno později.
- str. 34⁴ : Vztah (5.4) není ničím podložen. Očekávala bych alespoň odkaz na literaturu případně důkaz matematickou indukcí.
- str. 35₂ : Co je Taylorova řada pro dvě proměnné? Zápis operátoru Q ve vztahu (5.11) je nekorektní.
- str. 37⁴ : Jak je možné volit index l , když se v uvedených sumách přes tento index sčítá?
- str. 38⁸ : Odkud přesně daná rovnost vyplývá?
- str. 39⁵ : Uvedený vztah není dobře.
- str. 40 : Odkud a jak jsou počítány hodnoty $y(x_k)$ pro $k = 0, \dots, n$? Podobně je výpočet těchto hodnot nejasný na straně 47, 48 a 58, 59.
- str. 44₂, 45⁵ : Místo β_{32} má být β_{32} .
- str. 45, 46 : Jakou konkrétní volbou parametrů s a t se získaly uvedené dvě metody? Analogicky na straně 56.
- str. 47^{4,5} : Co je k_1 a k_2 ?
- str. 63 : Celá tato strana je naprosto nesrozumitelná a nic neříkající.

Na základě výše uvedených připomínek považuji splnění cílů bakalářské práce za neúspěšné a proto tedy **nedoporučuji** práci k obhajobě, navrhuji hodnocení **neprospěl**. Domnívám se, že autor podcenil časovou přípravu, kterou bakalářská práce vyžaduje. Doporučuji práci kompletně přepracovat a odevzdat v následujícím vypsáném termínu.