UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
P Ř Í R O D O V Ě D E C K Á F A K U L T A
KATEDRA MATEMATICKÉ ANALÝZY A APLIKACÍ MATEMATIKY

Bakalářská práce

Analýza nákladovosti prodejních cest v pojišťovnictví

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jan Kováč, doc. RNDr. Jana Talašová, CSc.**

Vypracoval: **Otto Bittner**

M-E, III. ročník

Rok odevzdání: 2012

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně pod odborným vedením pana Ing. Jana Kováče a paní doc. RNDr. Jany Talašové, CSc., a že jsem v seznamu použité literatury uvedl všechny použité zdroje.

V Přerově dne 9. dubna 2012

Poděkování

Chtěl bych zde poděkovat panu Ing. Janu Kováčovi a paní doc. RNDr. Janě Talašové, CSc. za pomoc, kterou mi při psaní této bakalářské práce poskytli prostřednictvím rad, konzultací, komentářů, nápadů, ale také za čas, který mi věnovali. Rád bych také poděkoval mé rodině za všestrannou podporu, kterou mi během studia poskytla.

Obsah

Úvod

Pojišťovnictví v dnešní době představuje jednu z klíčových oblastí finanční sféry. Toto specifické odvětví zaznamenalo v posledních desetiletích značný vývoj a stalo se důležitou součástí každodenního života jak právnických, tak i fyzických osob. Vzhledem k rozsahu nabízených pojistných produktů pojišťovacími institucemi se pojišťovnictví prolíná do takřka všech odvětví ekonomiky.

Na českém pojistném trhu existuje celá řada institucí nabízejících nebo zprostředkovávajících pojištění. Některé z nich jsou součástí velkých pojišťovacích skupin jako je např. Vienna Insurance Group, jiné - menší pojišťovny - mohou být orientovány více na některé konkrétnější oblasti pojišťovnictví, například se zaměřují na podnikatelskou klientelu nebo na cestovní ruch. Většinou ovšem převládají tzv. univerzální pojišťovny, které nabízejí širokou paletu pojistných produktů pokrývajících většinu potřeb svých klientů. S ohledem na konkrétní trh, na kterém daná pojišťovna působí a na její cílovou skupinu zákazníků, je nutné také přizpůsobovat její prodejní (distribuční) cesty.

Cílem mé práce je analyzovat náklady na hlavní distribuční cesty pojišťovny Kooperativa pojišťovna, a. s. u jednotlivých vybraných produktů, porovnat jejich nákladovost navzájem a navrhnout takové způsoby optimalizace těchto cest, aby bylo dosaženo pokud možno co nejefektivnějšího využívání celého distribučního systému pojišťovny Kooperativa.

V první kapitole práce se budu zabývat teorií a rozdělením distribučních cest, které pojišťovny obecně používají a budou zde vymezeny některé základní pojmy z oblasti pojišťovnictví. Ve druhé kapitole budou stanoveny náklady, objemy produkčního pojistného a množství uzavřených smluv dle vybraných získatelských cest a vybraných produktů. Třetí kapitola již bude představovat část práce věnované řešení reálného zadaného problému, kde sestavím model lineárního programování a s jeho pomocí stanovím optimální počty získatelů pro každou jejich skupinu vzhledem k zvolenému počtu smluv, kterých bude chtít pojišťovna dosáhnout, a vzhledem k minimalizaci celkových nákladů na získatele. Čtvrtá kapitola se bude zabývat hodnocením získatelských cest dle kvantitativních a kvalitativních aspektů těchto cest.

Pojišťovny jsou nuceny věnovat mnoho času plánování počtu svých získatelů, aby dosáhly jejich adekvátního množství vzhledem ke svým cílům. Nadbytečné množství získatelů je pro pojišťovnu zatěžující, neboť musí pro každou jejich skupinu zajistit i řídící složku. Proto je třeba usilovat o co nejlepší organizační strukturu řízení a o optimální velikosti získatelských skupin. V současnosti mohou být úspěšné pouze ty instituce, které dokážou obstát ve značně konkurenčním prostředí a umí se správně a rychle rozhodovat. Matematické modelování těchto situací může efektivně zrychlit a usnadnit celý proces optimalizace a rozhodování, a tím zlepšit chod celého podniku.

V analýze této bakalářské práce jsou použita reálná data pojišťovny Kooperativa pojišťovna, a. s. Analyzovaná data se budou týkat pojišťovny jako celku, tj. všech jejích obchodních míst na území České republiky.

Vzhledem k zaměření tématu mé práce zde budou vysvětleny pouze některé pojmy z oblasti pojišťovnictví, které budou s prací přímo souviset.

1 Pojišťovnictví a distribuční kanály

Tato kapitola byla napsána na základě literatury [2], [3] a [10].

Pojištění obecně představuje službu finančního zabezpečení a ochrany ekonomických subjektů před negativními dopady nahodilých jevů. Pojišťovnictví, jako aktivita pojišťoven, tvoří systematickou činnost sjednávání a zprostředkovávání pojistných smluv, vedení a správu pojistného kmene, poskytování pojistných plnění, uzavírání smluv se zajišťovnami o zajišťování závazků pojišťovny, investování technických rezerv na finančních trzích, likvidace pojistných událostí atd.

Pojišťovny na trhu působí jako stabilizátory zajišťující ekonomickou úroveň svých klientů. Kromě samotných pojišťoven působí na trhu i další instituce, které pojištění pouze zprostředkovávají, např. banky nabízející ke svým úvěrům pojištění proti neschopnosti splácet, cestovní agentury nabízející k zájezdům komplexní cestovní pojištění, nebo prodejci automobilů zprostředkovávající havarijní pojištění.

Pojišťovny, jako všechny finanční instituce, se snaží vyjít svým klientům co nejvíce vstříc. Nabízejí tedy např. balíčky komplexních pojištění, které v sobě obsahují několik pojištění různých rizik najednou, příkladem mohou být různá komplexní pojištění domácností zahrnující pojištění proti živelným pohromám i proti krádežím.

Neustálý vývoj společnosti je spojen s vytvářením stále většího množství nových výrobků a služeb, ale současně vznikají i nová rizika. Pojišťovny proto musí na tato nová rizika reagovat, připravovat nové pojistné produkty a neustále zdokonalovat své služby, aby mohly nabídnout efektivní finanční ochranu nejen podnikům, ale i fyzickým osobám a udržet tak jejich stávající ekonomickou úroveň i v případě vzniku pojistné události.

1.1 Základní pojmy v pojišťovnictví

Úvodem k následujícím kapitolám považuji za vhodné vysvětlit některé základní pojmy z oblasti pojišťovnictví. V případě nutnosti vysvětlení ostatních použitých pojmů odkazuji na literaturu [3]. V dalších kapitolách pak budou postupně vysvětlovány pojmy použité při řešení matematických modelů představujících jádro této práce. Níže uvedené definice pojmů jsou napsány podle literatury [2] a [3].

Pojišťovna

Představuje specifickou instituci finanční sféry, která má oprávnění od příslušného státního orgánu k poskytování pojistných služeb. Pojišťovny se mohou obecně rozdělovat na tyto typy:

- Univerzální – mohou pojišťovat nejrůznější druhy rizik a poskytovat také zajištění (většina komerčních pojišťoven, včetně Kooperativa pojišťovna, a. s.)
- Specializované – pojišťují jen některá rizika nebo skupiny ekonomických subjektů (do této kategorie patří i zajišťovny)
- Životní – poskytují pouze druhy životních pojištění (u nás např. Aviva životní pojišťovna, a. s.)
- Neživotní - poskytují pouze druhy neživotních pojištění (např. Evropská cestovní pojišťovna, a. s., DAS pojišťovna právní ochrany, a. s.)
- Kaptivní – jsou pojišťovny založené přímo ekonomickým subjektem za účelem pojištění svých vlastních rizik

Pojistné

Pojistné je cena za poskytovaný pojistný produkt, je to cena za přenesení rizika negativní nahodilé události na pojišťovnu. Výše pojistného je určena především: hodnotou pojištěného majetku, škodním průběhem, náklady pojistitele, kalkulovaným ziskem pojistitele. Pojistné je obvykle hrazeno předem na pojistné období stanovené ve smlouvě, je možná rovněž jednorázová úhrada pojistného na celou dobu trvání pojištění.

Pojistná částka

Je částka, ze které se stanovuje výše pojistného plnění. Pojistná částka představuje horní hranici pojistného plnění.

Pojistné plnění

Představuje částku (nebo jinou formu náhrady, např. asistenční službu) vyplácenou pojistitelem (poskytovatel pojištění) v případě realizace pojistné události.

Pojistná událost

Je nahodilá událost blíže specifikovaná v pojistné smlouvě, na kterou se vztahuje pojistná částka a plnění.

Pojistný kmen

Souhrn všech pojistných smluv, které jsou podobného typu z hlediska rizika, pojistné částky, placeného pojistného apod.

Pojistná smlouva

Pojistná smlouva je právní dokument, který vymezuje konkrétní smluvní podmínky mezi pojistitelem (poskytovatel pojištění) a pojistníkem (osoba, která uzavřela smlouvu). Ve smlouvě je možné dohodnout specifické pojistné podmínky odlišné od všeobecných pojistných podmínek. U smluvně povinných pojištění (např. pojištění odpovědnosti provozovatelů civilních letadel nebo povinné ručení) stanovuje pojistné podmínky zákon. Pojistné smlouvy jsou právně upravovány zákonem č. 37/2004 Sb., o pojistné smlouvě a dalšími zvláštními předpisy.

Pojistná doba

Je doba, na kterou je dané pojištění v pojistné smlouvě sjednáno. Může se jednat o dobu určitou (tj. ve smlouvě je stanoveno pevné datum konce platnosti smlouvy nebo je stanovena pevná délka trvání smlouvy), popřípadě je možné uzavřít smlouvu na dobu neurčitou.

Pojistné období

Je smluvně stanovený časový úsek mezi dvěma platbami pojistného. U jednorázového pojistného je pojistné období totožné s pojistnou dobou.

1.2 Distribuční cesty

Při psaní této podkapitoly jsem čerpal z literatury [3] a [10].

Distribuční neboli získatelské cesty představují pro každou pojišťovnu vlastní prodejní kanály, jejichž prostřednictvím se sjednávají pojistné produkty s klienty. Analýzou těchto cest pojišťovna získává informace o struktuře a efektivnosti využívání kanálů pro jednotlivé produkty. Z výsledků poté může rozhodnout, která distribuční (prodejní) cesta je pro daný produkt nejvhodnější, jak z hlediska nákladů, tak i z hlediska potenciálního množství uzavřených smluv.

Distribuce jako součást marketingového mixu (výrobek, cena, místo a propagace) tvoří důležitý souhrn činností, které vykonává každý podnik k posílení poptávky po svých výrobcích.

Volba struktury distribučních cest se může komplikovat v případě nutnosti dodržet určitá omezení a snahy nenavyšovat celkové náklady na uzavřenou smlouvu u každého produktu. V takových případech je uplatnění jednoduchých rozhodovacích metod založených pouze na úsudku rozhodovatele značně nespolehlivé, protože by jimi výsledek mohl být výrazně zkreslen. Je nutné podívat se na problém komplexněji a k jeho řešení využít přesnějších matematických metod a optimalizace.

Při úvahách, jak nabídnout produkt zákazníkovi co nejefektivněji, hraje distribuce velmi významnou roli, a to zvláště v případech produktů, které po intenzivní propagaci vyžadují při prodeji poskytnutí kvalitních a podrobných informací, jako je tomu u pojistných produktů. Tedy je nutno podle typu pojistného produktu brát v úvahu i kvalifikaci, profesionalitu a typ získatele.

Pro úspěch produktu je nutné i správné načasování nabídky produktu a výběr místa, kde bude produkt nabízen. Toto vše je součástí rozvahy marketingového mixu, což je celý systém úkonů, které jsou použity při přechodu produktu od nabízejícího k nakupujícímu. Optimálně nastavená prodejní cesta umožňuje nepřetržitý posun informací a pojistných produktů mezi klientem a pojišťovnou včetně pobídek prodeje. Tyto prodejní cesty mohou být buď přímé, nebo nepřímé, vyžadují-li použití jednoho nebo několika zprostředkovatelů.

Pojišťovací zprostředkovatele mohou představovat právnické a fyzické osoby provozující zprostředkovatelskou činnost sjednávání pojistných smluv mezi klienty a jednou nebo více pojišťovnami. Zvláště použití zprostředkovatelů vyžaduje jejich pečlivý výběr, neboť produkt se během prodejní cesty přes zprostředkovatele ocitá mimo kontrolu pojišťovny.

Každému podniku takováto analýza distribučních cest může pomoci efektivně alokovat své zdroje a zasáhnout co největší cílovou skupinu zákazníků a zvýšit tak svou konkurenceschopnost a podíl na trhu.

1.3 Specifika prodejních cest a produktů pojišťoven

Tato problematika je dobře popsaná v literatuře [3] a [10], ze které jsem také vycházel.

Pojistné produkty se odlišují od produktů klasické výrobní sféry v těchto několika nejdůležitějších směrech:

- pojistné produkty představují nabídku pojistných služeb spojených s nahodilostí
- pojistné smlouvy jsou heterogenní, tzn., že každá pojistná smlouva může být uzavřena na různé pojistné částky, pojistné, pojistnou dobu a období a nést různou míru rizika, atd.
- pojistné smlouvy mohou být uzavřeny dlouhodobě, a proto je nutné mít zavedený určitý systém správy kmene klientů
- často se jedná o nabídku celého balíku pojištění, který v sobě může zahrnovat několik různých pojištění najednou

Z těchto důvodů je nutné klást na distribuční cesty zvýšené nároky z hlediska navázání důvěrného vztahu mezi pojišťovnou a klientem a vyřizováni záležitostí týkajících se pojištění klienta a případného pojistného plnění. Samotný prodej pojištění představuje prodej služby, u které se její peněžní plnění uskutečňuje až při pojistné události, která může i nemusí nastat.

Prodejní sítě pojišťovny se skládají z přímých a nepřímých distribučních cest. Přímé cesty umožňují bezprostřední komunikaci mezi pojišťovnou a klientem a snadné získání zpětné vazby od zákazníků, ale znamenají pro pojišťovnu vyšší nároky z hlediska řízení.

Nejdůležitějším prvkem přímých distribučních cest jsou pak vlastní zaměstnanci pojišťovny. Naopak nepřímé cesty usnadňují pojišťovnám práci s navázáním kontaktů s cílovými klienty a umožňují využití již existujících distribučních sítí těchto mezičlánků, ale bohužel jsou pro pojišťovny dražší než přímé cesty.

Hlavní distribuční cesty pro pojišťovny pak lze podle zprostředkovatelů rozdělovat na tyto skupiny:

- zprostředkovatelé pojištění (rozdělení ve smyslu zákona č. 38/2004 Sb.)
- obchodní sítě a další obchodní partneři – jako jsou např. banky (často hovoříme o bankopojištění), kteří zprostředkovávají pojištění jako doplněk ke svým vlastním produktům, dále to mohou být prodejci automobilů nebo cestovní kanceláře
- další distribuční kanály – patří mezi ně např. sjednání pojištění online a přes telefonní centra (jsou typickými představiteli přímých prodejních cest)

Zprostředkovatele pak můžeme obecně rozdělovat na výhradní (takové, kteří sjednávají smlouvy mezi klienty a jedním pojistitelem) a nevýhradní, kteří při sjednávání smluv spolupracují s více pojistiteli a mohou nabízet vzájemně konkurenční pojistné produkty.

Bankopojištění, jako dlouhodobý trend, vzniklo postupným sbližováním a spoluprací mezi bankami a pojišťovnami a propojováním jejich finančních produktů navzájem. Pojišťovny využívají banky hlavně k platebním operacím spojených s inkasem pojistného a výplatou pojistných plnění, banky jsou pak pro pojišťovny důležité jako možný nástroj investování peněžních prostředků pojišťovny. Navíc banky potřebují pojišťovny z důvodu ochrany svých pohledávek u klientů (pojišťovny nabízejí různá úvěrová a riziková životní pojištění).

Výhodou bankopojištění je snadnější získání a udržení si svých klientů a vytváření zcela nových produktových balíků, které využívají jak služeb banky, tak i pojišťovny. Bankopojištění tak umožňuje lépe se zaměřit na konkrétní trh a poskytnutí kvalitnějších služeb klientům.

1.3.1 Právní podmínky pro podnikání v pojišťovnictví

V České republice jsou tyto podmínky upravovány zákonem o pojišťovnictví (č. 363/1999). Podle tohoto zákona smí na území ČR vykonávat pojišťovací nebo zajišťovací činnost ve stanoveném rozsahu pouze ta pojišťovna, které bylo uděleno povolení od České národní banky.

Právní základy pojišťovnictví v ČR dále upravují zákony:

- Zákon č. 37/2004 Sb., o pojistné smlouvě a o změně souvisejících zákonů
- Zákon č. 38/2004 Sb., o pojišťovacích zprostředkovatelích a samostatných likvidátorech pojistných událostí a o změně živnostenského zákona (zákon o pojišťovacích zprostředkovatelích a likvidátorech pojistných událostí)
- Zákon č. 363/1999 Sb., o pojišťovnictví a o změně některých souvisejících zákonů (zákon o pojišťovnictví)

1.3.2 Základní typy zprostředkovatelů dle zákona č. 38/2004 Sb.

Při psaní této podkapitoly jsem vycházel z literatury [10] a [11].

Zprostředkovatelská činnost a pojišťovnictví v ČR je upravena zákonem č. 38/2004 Sb., o pojišťovacích zprostředkovatelích a samostatných likvidátorech pojistných událostí a o změně živnostenského zákona (zákon o pojišťovacích zprostředkovatelích a likvidátorech pojistných událostí) a zákonem č. 363/1999 Sb., o pojišťovnictví.

Pojišťovací zprostředkovatel je dle zákona č. 38/2004 Sb., o pojišťovacích zprostředkovatelích *"právnickou nebo fyzickou osobou, která za úplatu provozuje zprostředkovatelskou činnost v pojišťovnictví (předkládání návrhů na uzavření smluv, pomoc při správě pojištění, uzavírání pojistných smluv jménem pojišťovny)."*[1]

Povinnosti a omezení jednotlivých typů zprostředkovatelů uvádí následující přehled, který čerpá ze zákona č. 38/2004 Sb., (viz [11]).

[1] Ocitováno z §3 zákona č. 38/2004 Sb., viz literatura [11]

Typy zprostředkovatelů a jejich základní charakteristika:

1. **Vázaný pojišťovací zprostředkovatel**
   - smí vykonávat zprostředkovatelskou činnost pro jednu popřípadě více pojišťoven,
   - nesmí nabízet vzájemně konkurenční produkty v případě, že pracuje pro více pojišťoven,
   - nesmí inkasovat od klientů pojistné a ani vyplácet pojistná plnění,
   - pojišťovna odpovídá za škody, které způsobí při výkonu své činnosti

2. **Podřízený pojišťovací zprostředkovatel**
   - vykonává svou činnost pro jednoho nebo více pojišťovacích agentů, výhradních pojišťovacích agentů, nebo pojišťovacích makléřů,
   - nesmí inkasovat od klientů pojistné a ani vyplácet pojistná plnění,
   - za škody jím způsobené při výkonu činnosti odpovídá příslušný zaměstnavatel

3. **Pojišťovací agent**
   - smí vykonávat zprostředkovatelskou činnost pro jednu popřípadě více pojišťoven,
   - smí nabízet vzájemně konkurenční produkty v případě, že pracuje pro více pojišťoven,
   - smí inkasovat od klientů pojistné a vyplácet pojistná plnění,
   - je povinen založit si pojištění odpovědnosti za škodu způsobenou výkonem zprostředkovatelské činnosti

4. **Výhradní pojišťovací agent**
   - je oprávněn zprostředkovávat smlouvy pouze pro jednu pojišťovnu,
   - smí inkasovat od klientů pojistné a vyplácet pojistná plnění,
   - pojišťovna odpovídá za škody, které způsobí při výkonu své činnosti

5. **Pojišťovací makléř**
    - zprostředkovává pro své klienty pojištění a jeho činnost je vázána na smlouvy uzavřené s klientem, přitom spolupracuje s různými pojišťovnami,
    - smí inkasovat od klientů pojistné a vyplácet pojistná plnění,
    - je povinen založit si pojištění odpovědnosti za škodu způsobenou výkonem zprostředkovatelské činnosti

U každé z těchto skupin jsou kladeny jiné nároky na vzdělání a odbornou způsobilost. U všech kategorií získatelů je požadováno alespoň středoškolské vzdělání a navíc příslušný stupeň zkoušky odborné způsobilosti (viz Tabulka č. 1). Každý pojišťovací zprostředkovatel pro výkon své činnosti musí být zapsán v registru pojišťovacích zprostředkovatelů (pro příslušnou kategorii) vedeném Českou národní bankou. Navíc pro kategorii pojišťovacího agenta je vyžadována minimálně dvouletá odborná praxe a pro makléře minimálně čtyřletá odborná praxe.

ZÁKLADNÍ STUPEŇ	STŘEDNÍ STUPEŇ	VYŠŠÍ STUPEŇ
Vázaný pojišťovací zprostř.	Pojišťovací agent	Pojišťovací makléř
Podřízený pojišťovací zprostř.		
Výhradní pojišťovací agent		

Tabulka č. 1: Nutné stupně zkoušky odborné způsobilosti pro pojišťovací zprostředkovatele

1.4 Kooperativa pojišťovna, a. s., Vienna Insurance Group

Tato kapitola byla zpracována na základě zdroje [13].

Kooperativa pojišťovna, a. s. působí na našem trhu od roku 1991 a v současnosti je druhou největší univerzální pojišťovnou u nás. Na území České republiky má přes 300 obchodních míst s hlavním sídlem společnosti v Praze. Koncern Vienna Insurance Group, kterého je Kooperativa součástí, je jednou z nejvýznamnějších pojišťovacích skupin pro Střední a Východní Evropu. Majoritním akcionářem Kooperativy je Vienna Insurance

Group (89%). Dalším akcionářem je Svaz českých a moravských výrobních družstev (8%), Vltava majetkoprávní a podílová společnost s. r. o. (2%), zaměstnanci pojišťovny (zaměstnanecké akcie - přibližně 1%) a další drobní akcionáři.

Vienna Insurance Group je tvořena více než 50 pojišťovnami s přibližně 23 000 zaměstnanci, působícími v 23 zemích. Cílem společnosti je růst v oblasti Střední a Východní Evropy, kde jsou trhy stále méně nasycené než trhy západoevropské. Tam, kde společnost již dosáhla vedoucí pozice na trhu (jako např. v Rakousku), hodlá svoji vedoucí pozici nadále posilovat. Hlavním cílem společnosti je ve všech zemích dosažení vedoucí pozice na trhu.

2 Analýza nákladovosti

V této části práce se budu zabývat analýzou struktury nákladovosti na jednotlivé zvolené produkty a získatele. Nejprve určím průměrný počet uzavřených smluv na jednoho získatele daného druhu za rok a průměrné náklady na jednu uzavřenou smlouvu u každého produktu a získatele. Získané výsledky pak budou použity k řešení problému stanovení optimálního počtu získatelů v každém z distribučních kanálů pojišťovny Kooperativa vzhledem k minimalizaci celkových nákladů na všechny získatele.

Veškerá data k analýze byla získána v Agentuře Střední Morava v Olomouci a vztahují se ke všem agenturám a obchodním místům v celé ČR.

2.1 Charakteristika vybraných produktů a získatelů k analýze

Na základě četnosti prodeje byly vybrány čtyři pojistné produkty z různých oblastí pojištění (pro všechny zvolené produkty platí, že patří do kategorie dobrovolného komerčního pojištění):

1) havarijní pojištění – EPV
2) životní pojištění – 7BN
3) pojištění domácností – DO6
4) úrazové pojištění – 7UO

Produkty EPV, 7BN, DO6, 7UO (interní značení pojistných produktů u Kooperativy) budou dále pro zjednodušení označovány po řadě jako A_1, A_2, A_3, A_4. Následně bylo vybráno pět pro pojišťovnu Kooperativa nejdůležitějších zprostředkovatelských cest označených Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5.

Dále je v mé práci termínem *získatel* označována každá osoba, která pro pojišťovnu uzavírá smlouvy a jejíž smluvní vztah k pojišťovně je libovolný.

Termín *externí získatel* označuje osobu, která není v zaměstnaneckém poměru v pojišťovně Kooperativa, a která pro Kooperativu uzavírá pojistné smlouvy na základě smlouvy o obchodním zastoupení nebo smlouvy o spolupráci při zprostředkování a správě pojištění.

V těchto pěti vybraných skupinách získatelů hraje významnou roli výhradnost získatelů, což znamená, že získatel nemůže klientům nabízet vzájemně konkurenční produkty v případě, že pracuje pro více pojišťoven. Typickými výhradními získateli jsou skupiny Z_1 a Z_3. Do jisté míry je výhradní i skupina Z_2.

Získatelé Z_1 jsou v zaměstnaneckém poměru s pojišťovnou. Z_2 až Z_5 jsou získatelé externí, mající s pojišťovnou uzavřený určitý smluvní vztah o zprostředkování. Jejich detailnější charakteristiku uvádí následující přehled:

Získatelé Z_1 – jedná se o přepážkové pracovníky a obchodní zástupce pracující v zaměstnaneckém poměru, jejichž úkolem je sjednávat pojištění a provádět změny u již existujících smluv a poskytovat klientům poradenský servis.

Získatelé Z_2 – tuto skupinu představují vázaní pojišťovací zprostředkovatelé, pojišťovací agenti a výhradní pojišťovací agenti, tzv. „malí agenti“. Jedná se o externí získatele, převážně fyzické osoby na IČO, spolupracující na základě smlouvy o spolupráci.

Získatelé Z_3 – jde o vázané pojišťovací získatele, jejichž výhradnost je dána smlouvou. Tato skupina získatelů je začleněna v Kooperativě do programu zvaného Podnikatelská vize. Jedná se o výhradní externí získatele mající s Kooperativou uzavřenou smlouvu o zprostředkování a pojišťovna jim poskytuje speciální podporu (různé příspěvky, školení, právní servis). Pro pojišťovnu Kooperativa je důležitým článkem právě tato skupina výhradních získatelů. Tito zprostředkovatelé mohou pracovat buď samostatně, nebo jako vedoucí vlastní sítě spolupracovníků. Tito spolupracovníci mají přitom uzavřenou pracovní smlouvu s pojišťovnou nikoli se získatelem Z_3. Mimo toto všechno pojišťovna zajišťuje a současně motivuje výhradní získatele možností kariérního růstu pomocí získávání manažerských kompetencí. Úspěchy u klientů jsou průběžně vyhodnocovány a oceněny v rámci motivačních programů a možností účastnit se celofiremních soutěží a využívat různých zaměstnaneckých výhod.

Získatelé Z_4 – jsou prodejní sítě („multilevely“), které představují pro Kooperativu obchodní partnery, kteří zahrnují velké množství svých vlastních pracovníků. Příkladem může být obchodní společnost Kapitol pojišťovací a finanční poradenství, a.s., nebo OVB Allfinanz, *a.s*.

Získatelé Z_5 – tuto skupinu představují pojišťovací makléři a jejich makléřské společnosti. Makléřské společnosti jsou právnické osoby, které kromě zprostředkovatelské činnosti a poradenství také ohodnocují rizika a podílejí se na likvidaci pojistných událostí.

Makléři, pojišťovací agenti a získatelé Z_3 (Podnikatelská vize) si mohou pro sebe najímat další spolupracovníky, kteří budou pro ně pracovat a vytvářet si tak svou vlastní síť, nicméně velikostí svých jednotlivých sítí nedosahují množství získatelů, které má obvykle k dispozici skupina Z_4. Ve srovnání s ostatními skupinami mají Z_4 tu výhodu, že jejich sítě pokrývají velké území a nabízejí tak pojištění velkému množství klientů.

Pojišťovna Kooperativa samozřejmě používá interně větší množství kategorií získatelů, ale k analýze bylo vybráno jen těchto pět typů získatelů, kteří současně představují majoritní většinu, co se týče jejich počtu a množství smluv jimi uzavřených.

Dále v textu budu používat označení „získatel Z_1“ nebo jen „Z_1“ pro označení celé skupiny získatele Z_1. Analogicky to bude platit i pro ostatní skupiny.

2.2 Podklady pro analýzu a jejich zpracování

Data potřebná pro analýzu byla vzata z roku 2009 a zahrnují: průměrné počty získatelů pojišťovny Kooperativa na území ČR, prodej vybraných pojistných produktů v kusech a celkový objem ročního produkčního pojistného z prodeje pojistných produktů. Průměrné počty získatelů za rok 2009 uvádí Tabulka č. 2.

Označení	**Počet získatelů**
Z_1	1785
Z_2	1099
Z_3	657
Z_4	811
Z_5	356

Tabulka č. 2: Struktura získatelů

Z tabulky je patrné, že výraznou většinu zaujímají zaměstnanci a nejmenší počet představují prodejní sítě, které ovšem mají k dispozici vlastní sítě svých získatelů.

Zde je nutné zdůraznit, že tyto počty představují počet získatelů dané kategorie Z_1 až Z_5, tzn., že v případě prodejních sítí nebo makléřů, kteří sami mohou zaměstnávat další získatele, čísla pouze uvádějí jednotlivý smluvní vztah mezi pojišťovnou Kooperativa a danou prodejní sítí nebo makléřem, nikoli počet získatelů pro tyto sítě pracujících.

2.2.1 Počty smluv a produkční pojistné pojišťovny za rok 2009

Následující tabulka uvádí počet smluv v kusech, které byly uzavřeny v roce 2009 získateli Z_1 až Z_5 pro čtyři zvolené produkty pojištění Kooperativy.

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	$\sum$
A_1	124 457	15 184	4 546	64 197	20 739	229 123
A_2	13 851	1 036	965	34 433	9 451	59 737
A_3	12 733	1 251	491	6 926	4 085	25 486
A_4	2 136	169	121	4 871	163	7 460
$\sum$	153 177	17 640	6 123	110 428	34 438	

Tabulka č. 3: Počet uzavřených smluv v kusech za rok 2009

V Tabulce č. 3 můžeme vidět, jak byly jednotlivé skupiny získatelů úspěšné při uzavírání smluv, důležité je si uvědomit, že jednotlivé skupiny získatelů se výrazně od sebe odlišují svými počty, ale počty jimi uzavíraných smluv už neodpovídají vzájemnému poměru počtů získatelů mezi sebou.

Sloupcové součty pak ukazují, kolik smluv bylo uzavřeno každou skupinou Z_1 až Z_5 a řádkové součty představují počet smluv celkem u každého produktu uzavřených všemi skupinami získatelů.

Vzájemné rozdíly mezi počty uzavřených smluv u každého získatele a produktu jsou dány mnoha faktory. Jednak jsou ovlivněny tím, kolik má daný získatel případně svých vlastních spolupracovníků ve své vlastní síti. Dále jsou ovlivněny výhradností získatelů. Nevýhradní získatelé nabízejí svým klientům různé pojistné produkty, které srovnávají s produkty ostatních pojišťoven, což vede z hlediska pojišťovny Kooperativa k snižování efektivnosti dané získatelské cesty, neboť tito získatelé dostávají za každou uzavřenou smlouvu zprostředkovatelskou provizi a často preferují tu pojišťovnu, která ke svým produktům nabízí provizi nejvyšší. Množství uzavřených smluv odrážejí samozřejmě velikost poptávky po jednotlivých produktech pojištění A_1 až A_4 v roce 2009.

Další tabulka ukazuje objem ročního produkčního pojistného pojistných smluv sjednaných v roce 2009. *Roční produkční pojistné* je zde chápáno jako celkový objem pojistného předepsaného na jeden rok trvání dopředu pro každou smlouvu z nové produkce pojistných smluv ve sledovaném období (v tomto případě rok 2009). Tato definice vychází z literatury [3].

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	$\sum$
A_1	934 301 922	90 451 554	32 465 466	489 648 869	177 471 767	1 724 339 578
A_2	202 403 329	13 298 717	12 638 731	640 296 206	157 442 907	1 026 079 889
A_3	29 248 761	2 862 141	1 083 954	16 213 893	10 212 838	59 621 587
A_4	1 659 012	131 213	93 756	3 782 064	126 921	5 792 966
$\sum$	1 167 613 024	106 743 625	46 281 906	1 149 941 032	345 254 434	

Tabulka č. 4: Objem ročního produkčního pojistného (v Kč) pro smlouvy sjednané v roce 2009

Z této Tabulky č. 4 je zřejmé, že jednotliví získatelé se mezi sebou odlišují nejen v počtech uzavřených smluv, ale i v celkovém objemu ročního produkčního pojistného pro jednotlivé produkty (roční produkční pojistné přitom nezávisí pouze na počtech uzavřených smluv).

Sloupcové součty uvádějí objemy ročního produkčního pojistného ze všech produktů A_1 až A_4 pro každého získatele a řádkové součty uvádějí objemy produkčního pojistného z jednotlivých produktů ode všech získatelů. Objemy produkčního pojistného ovlivňují hlavně míra rizika vzniku pojistné události a výše pojistné částky, na které jsou smlouvy uzavřeny. Dále jsou ovlivňovány faktory, které byly popisovány u Tabulky č. 3.

2.2.2 Průměrné roční produkční pojistné na jednu smlouvu

Zjištěním podílu objemu ročního produkčního pojistného a počtu pojistných smluv získáme následující Tabulku č. 5, která charakterizuje průměrné roční produkční pojistné jedné smlouvy daného produktu od daného získatele. Výsledky jsou zaokrouhleny na tři desetinná místa.

Označme:

P_{ij} …... roční produkční pojistné za produkt A_i od získatele typu Z_j za rok 2009, (viz Tabulka č. 4)

S_{ij} ...… je počet smluv A_i uzavřených získatelem typu Z_j za rok 2009, (viz Tabulka č. 3)

PP_{ij} …. je průměrné roční produkční pojistné na jednu smlouvu produktu A_i od získatele typu Z_j, (viz Tabulka č. 5)

Pak průměrné roční produkční pojistné na jednu smlouvu je pro $i = 1,\dots,4$, a $j = 1,...,5$, je dáno formulí:

$$PP_{ij} = \frac{P_{ij}}{S_{ij}} \tag{1}$$

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
A_1	7 507, 026	5 957, 031	7 141, 545	7 627, 236	8 557, 393
A_2	14 612, 418	12 836, 600	13 097, 130	18 595, 315	16 658, 862
A_3	2 297, 045	2 287, 882	2 207, 646	2 341, 001	2 500, 083
A_4	776, 800	776, 406	774, 840	776, 397	778, 657

Tabulka č. 5: Průměrné roční produkční pojistné jednoho druhu smlouvy v Kč za rok 2009

Zde můžeme jasně vidět, s jakou úspěšností uzavírají jednotlivé skupiny získatelů v průměru pojistné smlouvy. Nejvyšších částek průměrného ročního produkčního pojistného dosahuje produkt A_2 (životní pojištění), protože tento druh pojištění se výrazně odlišuje od ostatních.

Hlavní rozdíl je v tom, že životní pojištění jsou sjednávána na vyšší pojistné částky a dlouhou pojistnou dobu, často spojenou s tvorbou rezervy v určité výši, proto je i produkční pojistné vysoké. U ostatních produktů nejsou pojistné částky tak vysoké, takže jejich průměrné roční produkční pojistné jsou oproti životnímu pojištění menší. Navíc životní pojištění představuje z hlediska klientů silně individuální pojištění, trvající často i desítky let.

Nejvyrovnanějším produktem, který dosahuje minimálních rozdílů v průměrných hodnotách ročního produkčního pojistného mezi získateli, je A_4 úrazové pojištění. Důvodem jsou standardizované pojistné částky pro toto pojištění (pojišťovny pro výpočet pojistného používají tzv. oceňovací tabulky a rozdělení klientů dle rizikových skupin). Vyrovnaného rozmezí průměrného ročního produkčního pojistného dosáhl také produkt A_3 (pojištění domácností), který představuje komplexní balík pojištění pro domácnosti. U jednotlivých domácností nejsou velké rozdíly, a proto si jsou průměrné částky u všech získatelů podobné.

Rozdíly mezi získateli u jednotlivých produktů zapříčiňuje více faktorů. Jednak je to velikost trhu pro každý produkt, např. maximální velikost pojistného trhu pro havarijní pojištění je omezena počtem motorových vozidel, dále je to nabídka konkurence a v neposlední řadě záleží i na individuálních vlastnostech získatelů, to znamená na jejich zkušenostech a na celkové poptávce po pojistných produktech.

2.3 Provize získatelů

Pojišťovny odměňují své získatele procentuální tarifní sazbou za zprostředkování každé smlouvy. Tato procentuální sazba vyjadřuje podíl (provizi) z budoucího předpokládaného pojistného za jeden rok u každé nově uzavřené smlouvy nebo smlouvy, kde byla změněna pojistná částka. Tedy se vlastně jedná o procentuální podíl z ročního produkčního pojistného pro každou sjednanou smlouvu. Zde budeme dále pracovat s údaji průměrného ročního produkčního pojistného (viz Tabulka č. 5), ze kterých budeme stanovovat příslušné výše provize získatelů podle jednotlivých tarifních skupin. Jednotlivé tarifní sazby za zprostředkování se liší podle druhu smlouvy a získatele.

Získatelé jsou ještě tarifně odměňováni za správu kmene klientů, tato provize za správu představuje v porovnání s provizí za nově uzavřené smlouvy menší náklad. Výpočet provize za správu je však komplikovanější a vyžaduje více dat než výpočet provize za zprostředkování. V tomto případě bychom museli stanovit průměrnou délku trvání smlouvy daného druhu a velikost kmene klientů u vybraných získatelů a další data. Z důvodů rozsáhlosti a nedostupnosti těchto dat nebylo možno výpočet provize za správu provést a v analýze se tedy s touto provizí nepracuje. Cílem této práce je především se zaměřit na náklady za prodej pojistných produktů, tedy na náklady na uzavření nové smlouvy.

Následující tabulka uvádí procentuální provize získatelů za zprostředkování smlouvy daného produktu.

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
A_1	8%	12%	12%	15%	14%
A_2	4, 30%	4, 90%	4, 90%	6%	6%
A_3	32%	40%	40%	48%	48%
A_4	10%	12%	12%	13%	13%

Tabulka č. 6: Procentuální provize dle získatele a smlouvy

Pro pojišťovny jsou tyto sazby nástrojem k motivaci jednotlivých získatelů k uzavírání smluv, zároveň je to pro ně velmi výhodný způsob odměňování, protože v případě, že získatelé neuzavřou žádné smlouvy, nevyplácí tím pádem pojišťovna žádné zprostředkovatelské provize.

Sazby se dle získatelů liší podle míry dodatečných nákladů vzniklých pojišťovně daným typem získatele. Z_1, tedy zaměstnanci, mají nejnižší sazby, protože pojišťovně vznikají náklady na provoz kanceláří a poboček a navíc u této skupiny musí odvádět sociální a zdravotní pojištění. Pro Z_2, Z_3, Z_4 a Z_5 se neodvádí žádná z těchto pojištění, ale pojišťovna musí těmto skupinám poskytnout určitou podporu v podobě příspěvku na kanceláře, různých školení, vedení apod. Při stanovení průměrných nákladů na uzavření jedné smlouvy nebudou tyto drobné výdaje a příspěvky uvažovány. Skupina Z_3 má navíc na rozdíl od ostatních skupin pásmové zvýhodnění 15%, to znamená, že ke každé provizi dostávají ještě 15% prémii z výše provize.

Pojišťovna se tak snaží přilákat do této skupiny více získatelů. Důvodem je to, že skupina Z_3 má svoji výhradnost danou smlouvou, která tyto získatele zavazuje k tomu, že nemohou prodávat konkurenční produkty a jsou takto skupinou, jejichž obchodní výsledky může pojišťovna lépe ovlivňovat a řídit. Skupiny Z_4, Z_5 jsou dostatečně samostatnými typy získatelů, proto zde nevznikají nijak zvlášť vysoké náklady na jejich školení a vedení, a proto mají nejvyšší procentuální sazbu odměny za zprostředkování smlouvy. Navíc tito získatelé mají svoje vlastní sítě, takže jsou v uzavírání smluv potenciálně výkonnější.

2.4 Výpočet průměrných nákladů na jednu smlouvu

Podobně, jako bylo stanoveno průměrné roční produkční pojistné na jednu smlouvu, budou stanoveny i náklady na uzavření jedné smlouvy, jejichž hlavní součástí jsou výše zmíněné získatelské provize. Jak již bylo řečeno, potenciálně nejnákladnější skupinou budou zaměstnanci, a to hlavně z důvodu provozu kanceláří a platbou zdravotního a sociálního pojištění zaměstnavatelem. Proto je třeba stanovit náklady pro provoz kanceláří a převést je na náklady na jednu uzavřenou smlouvu.

Vzhledem k tomu, že analýza je prováděna pro všechna obchodní místa pojišťovny Kooperativa, tak by pro ideální výpočet bylo nutno zahrnout všechny kanceláře a smlouvy na nich uzavřené. Získat tyto informace je však téměř nemožné, z tohoto důvodu jsou následující informace převzaty jen z Agentury Střední Morava se sídlem v Olomouci za první dvě čtvrtletí roku 2010 a předpokládá se, že ostatní obchodní místa mají na jednu smlouvu přibližně stejné průměrné fixní náklady.

Stanovení průměrných nákladů z provozu kanceláří na jednu smlouvu

Za první dvě čtvrtletí roku 2010 byly v Agentuře Střední Morava v Olomouci uzavřeny následující počty smluv (viz Tabulka č. 7). Dále byly zjištěny jednotlivé položky nákladů na zaměstnance za stejné sledované období, které byly rozpočítány na jednu uzavřenou smlouvu.

		A_1	A_2	A_3	A_4	Celkem
Počty smluv (ks)		28 138	10 550	2 780	1 559	43 027
	Celkem v Kč	Průměrné náklady na jednu smlouvu v Kč				
Cestovné	1 793 637	1 793 637 / 43 027 = 41, 69				
Nájemné	3 865 154	3 865 154 / 43 027 = 89, 83				
Tel. pevné	1 268 606	1 268 606 / 43 027 = 29, 48				
Tel. mob.	907 920	907 920 / 43 027 = 21, 10				
Energie	2 085 778	2 085 778 / 43 027 = 48, 48				

Tabulka č. 7: Náklady provozu kanceláří zaměstnanců (Z_1) vztahujících se k smlouvám

Celkové náklady z provozu kanceláří na uzavření jedné smlouvy získatelem Z_1 tedy jsou:

41, 69 Kč + 89, 83 Kč + 29, 48 Kč + 21, 10 Kč + 48, 48 Kč = 230, 58 Kč

Základem provize každého získatele je pak procento (dle příslušné sazby, viz Tabulka č. 6) z průměrného ročního produkčního pojistného ze sjednané smlouvy (viz Tabulka č. 5).

Označme:

PP_{ij} …. je průměrné roční produkční pojistné na jednu smlouvu produktu A_i od získatele typu Z_j, (viz Tabulka č. 5)

TS_{ij} …. je procentuální tarifní sazba získatele Z_j z produktu A_i (viz Tabulka č. 6)

ZP_{ij} ….. je základ provize získatele Z_j u produktu A_i

Příslušný základ provize pro daného získatele a produkt je pak vypočítán jako:

$$ZP_{ij} = \frac{PP_{ij} \cdot TS_{ij}}{100}, \qquad (2)$$

kde i = 1,3,4 a j = 1,…,5.

U produktu A_2 (životní pojištění) je jinak obvyklý základ provize ještě násoben deseti, protože se životní pojistky uzavírají dlouhodobě, jsou získatelé odměňováni procentuální provizí z produkčního pojistného za deset let, tedy:

$$ZP_{2j} = \frac{PP_{2j} \cdot TS_{2j}}{100} \cdot 10, \tag{3}$$

Skupina získatelů Z_1 (zaměstnanci) má základ provize navýšen o zdravotní a sociální pojištění placené zaměstnavatelem a náklady na provoz kanceláří tedy, průměrný náklad na uzavření jedné smlouvy daného produktu A_i získatelem Z_1 (PNU_{i1}) bude:

$$PNU_{i1} = ZP_{i1} \cdot 1{,}34 + 230{,}58 \tag{4}$$

Skupina získatelů Z_3 (výhradní získatelé) je pásmově zvýhodněna, tedy průměrné náklady u nich (PNU_{i3}) jsou navýšeny o 15% u každého produktu A_i, i = 1,2,3,4,

$$PNU_{i3} = ZP_{i3} \cdot 1{,}15 \tag{5}$$

Skupiny získatelů Z_2, Z_4 *a* Z_5 nemají své základy provize navýšeny o žádné další platby, takže průměrné náklady na jednu smlouvu od těchto získatelů jsou rovny základu provize u každého z nich (2), tedy pro i = 1,2,3,4 a j = 2,4,5 platí:

$$PNU_{ij} = ZP_{ij} \tag{6}$$

Přehled průměrných nákladů na uzavření jedné smlouvy u každého druhu získatele poskytuje následující Tabulka č. 8.

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
A_1	1 035, 333	714, 844	985, 533	1 144, 085	1 198, 035
A_2	8 650, 256	6 289, 934	7 380, 233	11 157, 189	9 995, 317
A_3	1 215, 553	915, 153	1 015, 517	1 123, 681	1 200, 040
A_4	334, 671	93, 169	106, 928	100, 932	101, 225

Tabulka č. 8: Tabulka průměrných nákladů na uzavření jedné smlouvy

Vzhledem k tomu, že náklady na uzavření jedné smlouvy jsou z velké části dány procentuálním podílem z průměrného produkčního pojistného, tak mezi hodnotami tabulek průměrných nákladů a průměrného produkčního pojistného je pozitivní korelace.

Základ provize ZP_{i1} představuje pro zaměstnance (Z_1) jejich hrubou mzdu, z které je pak odváděno sociální a zdravotní pojištění a daň ze mzdy. Součet všech těchto základů provize z každého uzavřeného produktu musí nejméně odpovídat minimální mzdě. V případě, že by součet byl nižší než minimální mzda, je potom pojišťovna nucena rozdíl doplatit. Pokud zaměstnanec (Z_1) opakovaně nedosáhne alespoň minimální mzdy, tak s ním pojišťovna ukončí pracovní poměr.

2.5 Úspěšnost uzavírání smluv

Pro pojišťovnu není jediným důležitým faktorem pouze zisk, ale také množství uzavíraných smluv za sledované období. Někteří získatelé uzavírají smlouvy na vysoké pojistné částky, ale jejich celkový počet je malý. To by ovšem znamenalo, že pojišťovna oslovuje jen úzký segment trhu, což by mohlo vést k oslabení její konkurenceschopnosti. Navíc pojišťovna touto cestou předpokládá, že klienti, kteří si už u Kooperativy uzavřeli nějaké pojištění, byť na malou částku, tak si mohou uzavřít pojištění další s větší pravděpodobností než klienti, kteří u Kooperativy dosud žádnou pojistnou smlouvu nemají (tzv. propojištěnost klientů, regionu). Proto je také důležité stanovení průměrného uzavřeného počtu smluv daného produktu na jednoho získatele za rok. Jak již bylo zmíněno výše, tak předpokládáme, že průměrné náklady na jednu smlouvu a průměrný počet uzavřených smluv jedním získatelem za rok se v dalších letech nezmění.

Analýza vychází z celkového množství uzavřených smluv daného produktu u daného získatele (viz Tabulka č. 3) vyděleného počtem získatelů (viz Tabulka č. 2), což udává následující Tabulka č. 9. Výsledky jsou zaokrouhleny na tři desetinná místa.

Označme:

S_{ij} …...je počet smluv A_i uzavřených získateli typu Z_j za rok 2009, (viz Tabulka č. 3)

PZ_j ….průměrný počet získatelů skupiny Z_j v roce 2009, (viz Tabulka č. 2)

PS_{ij} ….je průměrný počet uzavřených smluv produktu A_i na jednoho získatele Z_j za rok, (viz Tabulka č. 9)

Pak pro $i = 1,\dots,4$, $j = 1,\dots,5$ platí:

$$PS_{ij} = \frac{S_{ij}}{PZ_j} \qquad (7)$$

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
A_1	69, 724	13, 816	6, 919	79, 158	58, 256
A_2	7, 760	0, 943	1, 469	42, 458	26, 548
A_3	7, 134	1, 138	0, 747	8, 540	11, 475
A_4	1, 197	0, 154	0, 184	6, 007	0, 458

Tabulka č. 9: Průměrný počet uzavřených smluv jedním získatelem za rok

Jak je patrné, někteří získatelé dosahují většího průměrného počtu uzavřených smluv u stejného typu produktu než jiní získatelé, např. největší rozdíly jsou u produktu A_1 mezi získatelem Z_4 a Z_3, u produktu A_2 mezi získatelem Z_4 a Z_2, u produktu A_3 mezi získatelem Z_5 a Z_3 a u produktu A_4, kde je největší rozdíl mezi získatelem Z_4 a Z_2. Tyto rozdíly mezi získateli jsou dány hlavně faktem, že získatelé typu Z_4 a Z_5 mají obchodní sítě.

U nevýhradních získatelů je množství uzavřených smluv výrazně ovlivňováno nabízenou výší provize jednotlivých pojišťoven, se kterými má daný získatel smlouvu o zprostředkování.

2.6 Porovnání získatelů

Při porovnávání jednotlivých distribučních kanálů můžeme tedy vycházet ze tří údajů: jednak to je průměrná výše ročního produkčního pojistného, která odráží výši pojistných částek (viz Tabulka č. 5), dále je to výše průměrných nákladů na uzavření jedné smlouvy (viz Tabulka č. 8), které většinou odpovídají procentu z výše průměrného ročního produkčního pojistného a nakonec to jsou průměrná množství uzavřených smluv jedním získatelem za rok (viz Tabulka č. 9).

Při zpětném pohledu na tyto tabulky můžeme zjistit, že nejlevnějším typem získatele je Z_2, neboť co se týče průměrných nákladů na uzavření jedné smlouvy tak dominuje ve všech produktech A_1 až A_4. Z tohoto hlediska by Z_2 mohli být potenciálně nejlepší, avšak v případě počtu uzavřených smluv je oproti ostatním získatelům velmi neefektivní.

Pojišťovny v případě nevýhradních získatelů jsou nuceny podstupovat značný konkurenční boj. Pokud chce pojišťovna dosáhnout toho, aby nevýhradní získatelé preferovali při prodeji právě její pojistné produkty, tak musí nabízet také dostatečně vysokou sazbu zprostředkovatelské provize, jinak získatelé budou preferovat produkty té konkurence, která bude za své pojistné produkty nabízet nejvyšší sazby.

Cílem pojišťovny Kooperativa je dosáhnout určitého množství uzavřených pojistných smluv za sledované období. K tomu aby tento cíl byl splněn, je nutné nalézt optimální počty získatelů pro každou jejich skupinu, tak aby celkové náklady na ně byly minimální.

V Tabulce č. 9 není jednoznačně žádný získatel lepší než ostatní ve všech produktech A_1 až A_4 (nejlepším je zde získatel Z_4, který má horší výsledek pouze u produktu A_3), tak, jako získatel Z_2 u nákladů, takže není možné z Tabulek č. 9 a č. 8 zjistit, který distribuční kanál představuje ideální volbu. K tomu, abychom toto zjistili, je zapotřebí využití pokročilejších analytických metod.

Tyto metody poskytují přesnější výsledky a umožňují snadnější a efektivnější rozhodování, důležité je však i to, kterou z analytických metod vybrat, aby pro daný typ úlohy byla co nejvhodnější.

3 Optimalizace počtu získatelů

3.1 Definování řešeného problému

Ke zjištění optimálního počtu získatelů kategorií $Z_1,\dots,Z_5$ jsem využil lineárního programování, pomocí něhož jsem usiloval o minimalizaci nákladové funkce při současném dosažení určitého minimálního počtu uzavřených smluv pro produkty A_1 až A_4. Vzhledem k tomu, že jsem na práci začal pracovat už v prvním ročníku, tedy v roce 2010, jsou data potřebná pro výpočet vzata z roku 2009. Návrh plánu optimálního počtu získatelů je sestavován pro rok 2011.

V dalším pro $i = 1,\dots,4$ a $j = 1,\dots,5$ označme:

PA_i ....počet smluv uzavřených pro produkt A_i všemi získateli za rok 2009 (viz Tabulka č. 3)

ΔPA_i … kladný nárůst počtu smluv pro produkt A_i na rok 2011 v porovnání s rokem 2009

KA_i……plánovaný počet smluv pro produkt A_i na rok 2011

PZ_j ….. počet získatelů skupiny Z_j v roce 2009, (viz Tabulka č. 2)

ΔPZ_j …optimální změna počtu získatelů pro každou skupinu Z_j

KZ_j …..optimální konečný počet získatelů v každé získatelské cestě nutný k uzavření alespoň KA_i smluv pro každý produkt. Pro výsledný konečný počet smluv a konečný počet získatelů, tedy platí:

$$KA_i = PA_i + \Delta PA_i$$

$$KZ_j = PZ_j + \Delta PZ_j \tag{8}$$

Úloha je zadána následovně. Pojišťovna plánuje na rok 2011 uzavření alespoň KA_i smluv u každého ze čtyř vybraných produktů A_i, $i = 1,2,3,4$. To znamená, že chce dosáhnout stejného množství smluv jako v roce 2009 (PA_i), plus navíc ještě určitý plánovaný nárůst (ΔPA_i). Současně pojišťovna vyžaduje, aby na uzavření tohoto množství smluv bylo vynaloženo minimum nákladů. Pro uzavření minimálně plánovaného množství smluv chceme nalézt optimální konečný počet získatelů KZ_j, $j = 1,\dots,5$, s ohledem na minimalizaci nákladů na uzavření těchto smluv.

V úloze se předpokládá, že průměrný počet uzavřených smluv jedním získatelem za rok (viz Tabulka č. 9), průměrné náklady na získatele a smlouvu (viz Tabulka č. 8) a průměrné produkční pojistné (viz Tabulka č. 5) se v roce 2011 oproti roku 2009 nezmění.

Tedy v úloze lineárního programování budeme hledat optimální konečný počet získatelů KZ_j, který uzavře alespoň konečný plánovaný počet smluv KA_i tak, aby náklady na uzavření tohoto počtu smluv byly minimální.

Vzhledem k tomu, že v jednotlivých získatelských kanálech nemůžeme mít záporný konečný počet získatelů (viz Tabulka č. 2), budeme tedy pro každý získatelský kanál navíc požadovat podmínky pro $j = 1,\dots,5$:

$$KZ_j \geq 0 \tag{9}$$

Tím je zadána úloha lineárního programování, jejímuž sestavení a řešení je věnován zbytek kapitoly 3. Výše popsaný model úlohy lineárního programování je uveden v následující kapitole, která zároveň bude pojednávat o základech lineárního programování nutných k nástinu řešení optimalizace získatelských kanálů.

3.2 Lineární programování

Tato kapitola čerpá z literatury [1], [5], [7] a [9].

Lineárním programováním se mezi třicátými a čtyřicátými lety 20. století zabývali například matematici L. V. Kantorovič (optimalizační problémy řízení výroby) a F. L. Hitschcock (problémy dopravní úlohy).

V letech 1947 – 1949 matematik George Bernard Dantzig poprvé zformuloval obecnou úlohu lineárního programování a vytvořil simplexovou metodu k jejímu řešení.

V této kapitole se budu zabývat obecnou formulací úlohy lineárního programování a jejími nejzákladnějšími pojmy a vlastnostmi nutnými k pochopení principu sestavení modelu lineárního programování a vlastnímu výpočtu optimálního množství získatelů. Pro bližší vysvětlení ostatních souvisejících pojmů odkazuji na literaturu [1] a [9].

Obecným tvarem úlohy lineárního programování rozumíme úlohu (viz [9]):

$$\min \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{10}$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i \qquad i = 1, 2, \dots, k \leq m \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \qquad i = k+1, k+2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0 \qquad j = 1, 2, \dots, s \leq n \tag{12}$$

kde n – je počet strukturních proměnných

m – je počet omezujících podmínek

x_j – je j-tá strukturní proměnná

c_j – je koeficient příslušející j - té proměnné

a_{ij} – je strukturní koeficient

b_i – je pravá strana i - té omezující podmínky

Funkci (10) nazýváme *účelovou funkcí* a obvykle ji značíme $f(\boldsymbol{x})$. Soustavu (11) lineárních nerovnic a rovnic nazýváme *vlastní omezující podmínky*. Soustava (12) jsou *podmínky nezápornosti*.

Podobně můžeme zavést tzv. *standardní tvar* úlohy lineárního programování, který vychází z *tvaru obecného*. Jestliže v *obecném tvaru* platí (k = m) ∧ (s = n) pro vztahy (11) a (12), pak je úloha lineárního programování ve *standardním tvaru*. *Standardní tvar* můžeme maticově zapsat jako (viz [9]):

$$\min \boldsymbol{c^T x} \tag{13}$$

za podmínek

$$\boldsymbol{Ax} \geq \boldsymbol{b} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \tag{15}$$

kde $\boldsymbol{c^T} = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ - vektor koeficientů účelové funkce

$\boldsymbol{x^T} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - vektor strukturních proměnných

$\boldsymbol{b^T} = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ - vektor omezení

$\boldsymbol{A} = (a_{ij})_m^n$ - matice soustavy strukturních koeficientů (14) typu $m \times n$

$\boldsymbol{0^T} = (0, \dots, 0)$

Pozn. V případě, že by v *obecném tvaru* úlohy platilo (k = m) ∧ (s = 0) pro vztahy (11) a (12), pak by úloha lineárního programování byla v tzv. *základním tvaru*. *Základní tvar* lze maticově zapsat jako (viz [9]):

$$\min \boldsymbol{c^T x} \tag{16}$$

za podmínek

$$\boldsymbol{Ax} \geq \boldsymbol{b} \tag{17}$$

Řešení úlohy lineárního programování je určení hodnot strukturních proměnných $x_1, x_2, \dots, x_n$, tak aby *účelová funkce* nabyla požadované extrémní hodnoty (*minimalizační úloha* nebo *maximalizační úloha*) a současně byly splněny všechny omezující podmínky. Vektor $\boldsymbol{x_0^T}$ nazýváme tedy *optimálním řešením*, pokud minimalizuje, popřípadě maximalizuje, *účelovou funkci* a současně vyhovuje všem podmínkám úlohy. Vektor $\boldsymbol{x^T}$, který pouze vyhovuje vlastním omezujícím podmínkám (11) a podmínkám nezápornosti (12), nazýváme *přípustným řešením.*

Abychom mohli s úlohou lineárního programování lépe pracovat a použít simplexovou metodu, je nezbytné převést *obecný tvar*, popřípadě jiný tvar, na *tvar kanonický*. *Kanonický tvar* úlohy je maticově zadán následovně (viz [9]):

$$\min \boldsymbol{c}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{x} \tag{18}$$

za podmínek

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \tag{20}$$

Převod můžeme provést přidáním tzv. *doplňkových proměnných*. *Doplňkové proměnné* se přidávají vždy na levé strany *vlastních omezujících podmínek* tak, aby z nerovnic vznikly rovnice.

To ovšem nemusí stačit v případě, že *podmínky nezápornosti* v *obecném tvaru* (12) se nevztahují na všechny *strukturní proměnné* x_j, tj. že platí (s < n). V takovém případě bychom museli získat *kanonický tvar* navíc pomocí vhodné substituce nebo s využitím vlastností duality úloh lineárního programování. Tento případ je blíže popsán v literatuře [1]. V případě optimalizace počtu získatelů se podmínky nezápornosti vztahují na všechny strukturní proměnné.

Doplňkové proměnné se přidávají tedy navíc ke *strukturním proměnným*, jejich číslování navazuje na číslování *strukturních proměnných* a obecně jich může být tolik, kolik je *vlastních omezujících podmínek*. *Podmínky nezápornosti* platí jak pro strukturní tak i pro doplňkové proměnné. V *účelové funkci* (9) mají *doplňkové proměnné* koeficient nula, tudíž úlohy v *obecném* i *kanonickém tvaru* jsou ekvivalentní.

Obecný tvar úlohy lineárního programování pro optimalizaci počtu získatelů KZ_j bude pro $j = 1,\ldots,5$ vypadat následovně:

$$\min \sum_{j=1}^{5} c_j \cdot KZ_j \tag{21}$$

za podmínek:

$$\begin{aligned} KZ_1 \cdot PS_{11} + KZ_2 \cdot PS_{12} + KZ_3 \cdot PS_{13} + KZ_4 \cdot PS_{14} + KZ_5 \cdot PS_{15} &\geq KA_1 \\ KZ_1 \cdot PS_{21} + KZ_2 \cdot PS_{22} + KZ_3 \cdot PS_{23} + KZ_4 \cdot PS_{24} + KZ_5 \cdot PS_{25} &\geq KA_2 \\ KZ_1 \cdot PS_{31} + KZ_2 \cdot PS_{32} + KZ_3 \cdot PS_{33} + KZ_4 \cdot PS_{34} + KZ_5 \cdot PS_{35} &\geq KA_3 \\ KZ_1 \cdot PS_{41} + KZ_2 \cdot PS_{42} + KZ_3 \cdot PS_{43} + KZ_4 \cdot PS_{44} + KZ_5 \cdot PS_{45} &\geq KA_4 \end{aligned} \tag{22}$$

$$KZ_j \geq 0 \text{ pro } j = 1,\ldots,5 \tag{23}$$

kde c_j - je koeficient nákladové funkce pro získatele KZ_j

KZ_j – jsou strukturní proměnné, hledané počty získatelů

PS_{ij} – jsou strukturní koeficienty, průměrný počet uzavřených smluv produktu A_i jedním získatelem Z_j za rok, (viz Tabulka č. 9)

KA_i – jsou plánovaná množství smluv pro produkt A_i na rok 2011, i = 1,…,4

Kanonický tvar úlohy optimalizace změn počtu získatelů získáme jednoduše tak, že od každé z *vlastních omezujících podmínek* (22) odečteme *doplňkovou proměnnou* od levé strany nerovnice tak, abychom nerovnice „≥“ změnily na rovnice. *Podmínky nezápornosti* (23) se potom samozřejmě rozšíří ještě o nově přidané doplňkové proměnné.

Před použitím algoritmu simplexové metody jako nástroje řešení úloh lineárního programování, musíme ještě (je-li to nutné) *kanonický tvar* upravit, a to tak, aby ve *vlastních omezujících podmínkách* vznikla jednotková submatice strukturních koeficientů (*báze*), která nám poskytne výchozí bazické řešení. Rozměr této submatice se shoduje s počtem *vlastních omezujících podmínek.* Navíc ještě je nutné upravit pravé strany *vlastních omezujících podmínek*, tak aby všechny tyto strany byly nezáporné, tj.: $b_i \geq 0;\ \forall\, i \in \{1, 2, \dots, m\}$. Potřebné změny můžeme provést pomocí elementárních úprav *vlastních omezujících podmínek* a přidáním *doplňkových proměnných.* Ovšem v některých případech tyto úpravy na vytvoření jednotkové submatice nestačí (pravé strany vlastních omezujících podmínek jsou kladné, ale přidáním *doplňkových proměnných* jednotková submatice nevznikne).

Proto se používají ještě tzv. *umělé proměnné,* které se přidávají pouze z důvodu nutnosti vytvoření jednotkové submatice. Přidáváme je do nerovnic *vlastních omezujících podmínek* s relací „≥“, tak aby v kombinaci s ostatními *doplňkovými proměnnými* vytvořily jednotkovou submatici. Stejně jako *strukturní* a *doplňkové proměnné*, musí i *umělé* splňovat požadavek nezápornosti. Účelová funkce v *kanonickém tvaru* obsahuje *umělé proměnné* s koeficientem *U*, který představuje takový dostatečně velký parametr, že žádná číselná hodnota vzniklá během výpočtu jej nepřevýší. Hodnota koeficientu *U* není během výpočtu určována.

V případě úlohy optimálního počtu získatelů, nebylo nutné při převodu úlohy z *obecného tvaru* do *kanonického* využívat *umělých proměnných.*

Upravený kanonický tvar s jednotkovou submaticí tvořenou doplňkovými proměnnými je dán následovně (viz [5]):

$$\min c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \tag{24}$$

za podmínek:

$$\begin{array}{lllllllll}
x_1 & & & & + \alpha_{1,m+1}\, x_{m+1} & + \alpha_{1,m+2}\, x_{m+2} & + \dots + \alpha_{1,r}\, x_r & + \dots + \alpha_{1,n}\, x_n & = \beta_1 \\
& x_2 & & & + \alpha_{2,m+1}\, x_{m+1} & + \alpha_{2,m+2}\, x_{m+2} & + \dots + \alpha_{2,r}\, x_r & + \dots + \alpha_{2,n}\, x_n & = \beta_2 \\
& & \ddots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
& & x_l & & + \alpha_{l,m+1}\, x_{m+1} & + \alpha_{l,m+2}\, x_{m+2} & + \dots + \alpha_{l,r}\, x_r & + \dots + \alpha_{l,n}\, x_n & = \beta_l \\
& & & x_m & + \alpha_{m,m+1}\, x_{m+1} & + \alpha_{m,m+2}\, x_{m+2} & + \dots + \alpha_{m,r}\, x_r & + \dots + \alpha_{m,n}\, x_n & = \beta_m
\end{array} \tag{25}$$

$$x_j \geq 0 \qquad j = 1, 2, \dots n \tag{26}$$

Proměnné α, β vznikly z proměnných a, b *obecné úlohy* (10), (11), (12) při úpravách na *kanonický tvar*.

Definice 3.1 (viz [5]) *Bázickým řešením úlohy lineárního programování* (24), (25), (26) *je takové přípustné řešení* $\boldsymbol{x^T} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$*, které obsahuje maximálně m kladných hodnot proměnných.*

Bázická řešení tvoří podmnožinu množiny *přípustných řešení*. Má-li úloha více *optimálních řešení*, pak nejméně jedno musí být *bázické řešení*. Pokud má úloha pouze jediné *optimální řešení*, pak jím musí být jedno z jejích *bázických řešení*.

Na počátku řešení jsou v *kanonickém tvaru* (25) proměnné tvořící jednotkovou submatici $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ nazývány *bázické proměnné*, zbylé proměnné jsou *nebázické*. *Kanonický tvar* vždy nabízí jedno z bázických řešení, které bude v kapitole 3.2 označováno jako *výchozí bázické řešení*.

Definice 3.2 (viz [9]) *Nechť q je přirozené číslo,* $q \in \mathbb{N}$*. Konvexní kombinací bodů* $A_1, \dots, A_q \in \mathbb{R}^n$ *nazveme bod* $A \in \mathbb{R}^n$*, pro který platí:*

$$A = \sum_{i=1}^{q} \alpha_i A_i , \tag{27}$$

kde $\sum_{i=1}^{q} \alpha_i = 1$ a $\alpha_i \geq 0$.

Definice 3.3 (viz [9]) *Podmnožina $C \subset \mathbb{R}^n$ se nazývá konvexní v $\mathbb{R}^n$, právě když každá konvexní kombinace libovolné dvojice bodů $X, Y \in C$ je opět prvkem v C, tj:*

$$\forall X, Y \in C \subset \mathbb{R}^n \Rightarrow \lambda X + (1 - \lambda) Y \in C; \;\; 0 \leq \lambda \leq 1 \tag{28}$$

Definice 3.4 (viz [9]) *Bod $Z \in C \subset \mathbb{R}^n$ nazýváme krajním bodem (vrcholem) konvexní množiny C, právě když jej není možné vyjádřit ve tvaru $Z = \lambda X + (1 - \lambda) Y$, kde $X, Y \in C, X \not\equiv Y$ a $0 < \lambda < 1$.*

Věta 3.1 *Množina všech přípustných řešení kanonického tvaru úlohy lineárního programování je konvexní.*

Důkaz: Viz [7] ■

Tvar množiny všech přípustných řešení je určen podmínkami, jichž je konečný počet (25), (26). Tedy tato množina bude dána konečným počtem nadrovin a poloprostorů a bude mít konečný počet krajních bodů. Množina všech přípustných řešení může být prázdná (tj. neexistuje žádné přípustné řešení – podmínky si odporují), konvexní polyedr (tj. konvexní omezená uzavřená množina), neomezená konvexní množina s konečným počtem krajních bodů (v tomto případě může hodnota $f(\boldsymbol{x})$ klesat k (- ∞), tzn., že existují přípustná řešení ale už ne optimální).

Věta 3.2 *Jestliže účelová funkce nabývá v množině všech přípustných řešení minima, potom tohoto minima nabývá i v některém krajním bodě této množiny.*

Důkaz: Viz [7] ■

Na základě této věty nemusíme zkoumat všechna přípustná řešení, ale stačí pouze prohledat množinu krajních bodů, kterých je konečný počet.

Věta 3.3 *Přípustné řešení úlohy* (24), (25), (26) *je bázickým řešením soustavy* (25) *tehdy a jen tehdy, když je krajním bodem množiny všech přípustných řešení.*

Důkaz: Viz [7] ■

Množina krajních bodů množiny přípustných řešení podle věty 3.3 je vždy totožná s množinou bázických řešení – tedy při hledání *optimálního řešení* prohledáváme jen množinu bázických řešení.

Věta 3.4 *Pokud účelová funkce nabývá minima ve dvou různých bodech množiny všech přípustných řešení, pak nabývá minima i v každé jejich konvexní kombinaci.*

Důkaz: Viz [7] ■

Podle této věty pokud existuje *optimální řešení*, pak jej *účelová funkce* nabývá:

- v jednom z krajních bodů *množiny přípustných řešení*, tedy existuje jedno bázické optimální řešení
- ve více krajních bodech *množiny přípustných řešení*, pak má úloha právě tolik bázických optimálních řešení, kolik je těchto krajních bodů a nekonečně mnoho nebázických optimálních řešení

3.3 Simplexová metoda

Tato kapitola vychází z literatury [1], [5], [7] a [9].

Simplexová metoda je univerzálně použitelný algoritmus, který umožňuje řešit úlohy lineárního programování formulované v kanonickém tvaru. Je to iterační metoda, která neprozkoumává všechna bázická řešení. Začne testovat optimalitu výchozího bázického řešení, pokud se ukáže, že je toto řešení optimální, pak skončí. Pokud ne, tak nalezne nové bázické řešení, kterému odpovídá menší nebo stejná hodnota účelové funkce. Tímto se zpravidla počet zkoumaných bázických řešení značně snižuje. V této kapitole budou uvedeny pouze základní principy algoritmu simplexové metody, nutné k pochopení řešení optimálního počtu získatelů.

Vektorem výchozího bazického řešení kanonického tvaru (24), (25), (26) je (viz [5]):

$$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{VBR}}^{\boldsymbol{T}} = (x_1 = \beta_1; \ldots; x_l = \beta_l; x_m = \beta_m; x_{m+1} = 0; \ldots; x_r = 0; \ldots; x_n = 0) \quad (29)$$

Pro hodnotu účelové funkce z_{VBR} (24) platí (viz [5]):

$$z_{VBR} = c_1\beta_1 + c_2\beta_2 + \ldots + c_m\beta_m \quad (30)$$

Jednotková submatice poskytuje výchozí bazické řešení. Pro použití simplexové metody je nutné splnění předpokladu nezápornosti pravých stran vlastních omezujících podmínek. Vyměníme-li nějakou proměnnou x_r z nebázických proměnných za jednu z bázických x_l, ($x_l = \beta_l$), tak bázická proměnná se stane nebázickou $x_l = 0$ a x_r bude bázickou $x_r = t, \; t > 0$.

Druhým bázickým řešením bude vektor (viz [5]):

$$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{DBR}}^{\boldsymbol{T}} = (x_1 = \beta_1 - \alpha_{1r}\, t; \ldots; x_l = \beta_l - \alpha_{lr}\, t; x_m = \beta_m - \alpha_{mr}\, t; x_{m+1} = 0; \ldots; x_r = \\ = t; \ldots; x_n = 0) \quad (31)$$

Hodnota účelové funkce druhého bázického řešení pak bude rovna (viz [5]):

$$z_{DBR} = z_{VBR} - t(z_r - c_r), \quad (32)$$

kde $z_r = c_1\alpha_{1r} + c_2\alpha_{2r} + \ldots + c_l\alpha_{lr} + c_m\alpha_{mr}$

$c_1 \ldots c_m$ jsou koeficienty účelové funkce (24) pro bázické proměnné.

Pokud bude hodnota druhého bázického řešení lepší (vzhledem k dané maximalizační nebo minimalizační úloze), pak to znamená, že původní bázické řešení nebylo optimální. U minimalizační úlohy může dojít ke snížení hodnoty z_{DBR} jen za předpokladu, že výraz „$-t(z_r - c_r)$“ bude záporný (u maximalizační úlohy kladný), tj. $(z_r - c_r) > 0$, protože t > 0.

Definujeme *hodnotu delta* (viz [5]):

$$\Delta_j = z_j - c_j, \tag{33}$$

kde

$$z_j = \boldsymbol{c_B^T \alpha_j}$$

$\boldsymbol{c_B^T}$ - je vektor koeficientů účelové funkce bázických proměnných

$\boldsymbol{\alpha_j}$ - je vektor koeficientů j-té proměnné

Hodnota delta je využívána jako *test optimality* pro jednotlivé proměnné bázického řešení. U minimalizační úlohy je *test optimality* splněn, pokud pro nebázické proměnné platí (viz [5]):

$$\Delta_j = z_j - c_j \leq 0, \tag{34}$$

a pro bázické:

$$\Delta_j = z_j - c_j = 0, \tag{35}$$

kde $j = 1,\dots,n$.

Poznámka. 3.2 Pokud pro nějakou z nebázických proměnných optimálního řešení platí, že $\Delta_j = 0$, tak to indikuje, že daná úloha má více bázických optimálních řešení a nekonečně mnoho nebázických optimálních řešení.

Pokud pro některou z nebázických proměnných optimálního řešení není *test optimality* splněn, znamená to, že úloha má jiné bázické řešení s lepší hodnotou účelové funkce. Aby bylo zaručeno, že nové bázické řešení bude lepší než právě testované (u minimalizačních úloh menší), stačí, když zařadíme do báze tu z nebázických proměnných, která test optimality nesplňuje, $\Delta_j \geq 0$. Do báze zařazujeme zpravidla tu proměnnou, která test nesplňuje „nejvíce“ tj. (viz [5]):

$$max\ \Delta_j \qquad \text{pro } \Delta_j > 0 \tag{36}$$

Proměnnou, kterou z báze vyřadíme a nahradíme nebázickou, určuje vztah (viz [5]):

$$\min \frac{\beta_i}{\alpha_{ir}} \qquad \text{pro } \alpha_{ir} > 0 \tag{37}$$

α_{ir} - hodnoty jednotlivých strukturních koeficientů r – té proměnné v aktuální bázi
β_i - hodnoty pravých stran omezujících podmínek

Následně použijeme Jordanovu eliminační metodu pro hlavní prvek α_{kl} k přetransformování celé soustavy vlastních omezujících podmínek, a tím získáme nové bázické řešení. Index l určuje index proměnné, která do báze vstupuje a index k určuje index proměnné, která z báze vystupuje.

Poznámka. 3.3 U kanonického tvaru, kde bylo použito umělých proměnných k vytvoření báze, vzniká neekvivalentní soustava rovnic vlastních omezujících podmínek se soustavou vlastních omezujících podmínek obecného tvaru. Získání původní soustavy rovnic docílíme tak, že vynulujeme všechny umělé proměnné, tj. že přestanou být bázickými.

Provedením testu optimality po konečném počtu kroků zjistíme, zda testované bázické řešení je optimální (všechny delta hodnoty vyhovují testu optimality) nebo úloha nemá konečné optimální řešení (některá z Δ hodnot nesplňuje test, navíc pro všechny hodnoty platí $\alpha_{ir} \leq 0$) nebo úloha nemá ani jedno přípustné řešení (v případě, že mezi bázickými proměnnými zůstane umělá proměnná).

Celý proces řešení úlohy lineárního programování v kanonickém tvaru se zachycuje do simplexové tabulky. Postup výpočtu pomocí simplexové tabulky je uveden v literatuře [9].

Algoritmus simplexové metody, vlastnosti simplexové tabulky a další metody a vlastnosti lineárního programování jsou detailně uvedeny v literatuře [1] a [9].

3.4 Problém celočíselného programování

Problém optimálního počtu získatelů však vyžaduje využití celočíselného programování, požadavek celočíselnosti se může vztahovat buď na všechny proměnné, nebo na nějakou jejich podmnožinu. V případě, že se vztahuje na všechny strukturní proměnné, hovoříme o tzv. *ryze celočíselné úloze* (kterou je i problém optimalizace počtu získatelů). Když požadujeme celočíselnost pouze části strukturních proměnných, tak mluvíme o *smíšené celočíselné úloze*. Tato problematika je dobře popsána v literatuře [6].
Při řešení takovýchto úloh se využívají tři základní typy metod – *kombinatorické metody* (z nichž nejvýznamnější je *metoda větvení a mezí*), *metody sečných nadrovin* (z nichž nejpoužívanější je *Gomoryho metoda*) a *speciální metody* (pro řešení určitých typů celočíselných úloh).

3.4.1 Metoda větvení a mezí

Tato podkapitola byla napsána na základě literatury [5] a [6].

Princip této metody využívá i program „Řešitel“ Microsoft Office 2007. Způsob řešení je následující. Úlohu nejprve vyřešíme bez podmínek celočíselnosti simplexovou metodou, tak jak je popsána v předchozích dvou kapitolách, pokud dostaneme celočíselné řešení, tak výpočet končí. V případě, že některé strukturní proměnné vyjdou jako neceločíselné, je nutné původní úlohu upravit přidáním dalších podmínek.

Je – li dána množina všech přípustných řešení bez podmínek celočíselnosti (viz [6]):

$$\boldsymbol{X_0} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n; \boldsymbol{Ax} \geq \boldsymbol{b}, \boldsymbol{x} \geq 0\} \tag{38}$$

A neobsahuje-li optimální celočíselné řešení, pak se tato množina přípustných řešení (38) *rozvětví* na dvě disjunktní podmnožiny $\boldsymbol{X_{0,1}}$ a $\boldsymbol{X_{0,2}}$. Z optimálního řešení původní úlohy bez celočíselných podmínek se vybere proměnná x_k, která nesplňuje podmínku celočíselnosti.

Pak se množina $\boldsymbol{X_{0,1}}$ rozšíří o podmínku (viz [6]):

$$x_k \leq [x_k] \tag{39}$$

A množina $\boldsymbol{X_{0,2}}$ vznikne z množiny $\boldsymbol{X_0}$ rozšířením o podmínku (viz [6]):

$$x_k \geq [x_k] + 1 \tag{40}$$

$[x_k]$ - je celá část hodnoty x_k

V každé větvi se pak řeší úloha standardně s využitím nově definované podmínky, vyjde-li opět neceločíselné řešení, pokračuje se dalším rozvětvením.

Optimální hodnota účelové funkce původní úlohy bez podmínek celočíselnosti je dolní (minimalizační úloha) resp. horní (maximalizační úloha) hranice optimální hodnoty účelové funkce pro celočíselnou úlohu lineárního programování. Tyto hranice se nazývají *dolní mez* resp. *horní mez*.

Celý proces se opakuje tak dlouho, dokud není nalezeno optimální řešení splňující podmínku celočíselnosti nebo dokud nezjistíme, že ve větvi žádné přípustné celočíselné řešení neexistuje.

Bližší popis metody větvení a mezí je uveden v literatuře [6].

3.5 Sestavení úlohy lineárního programování

Úloha je koncipována následovně: na rok 2011 je naplánováno uzavření určitého počtu smluv pro každý produkt a současně chceme optimální volbou počtu získatelů dosáhnout minima celkových nákladů na dosažení plánovaného počtu smluv.

To znamená, že budou stanoveny čtyři omezující podmínky (každá pro jeden produkt A_1 až A_4) a bude stanovena celková nákladová funkce pro všechny získatele.

3.5.1 Plán počtu smluv na rok 2011

Při plánování počtu nově uzavíraných smluv vychází pojišťovna z údajů z roku 2009 (viz Tabulka č. 3). Pro rok 2011 si pojišťovna stanovila dosažení nárůstu objemu smluv o 3% oproti roku 2009.

Výpočet plánovaného počtu smluv pro každý produkt (KA_i)

Z Tabulky č. 3 vezmeme vždy celkový počet smluv získaný všemi získateli a upravíme jej o pojišťovnou požadovaný nárůst objemu. Výsledky jsou zaokrouhleny na celý počet smluv nahoru, aby bylo zaručeno dosažení nárůstu o 3%. Tedy:

$$
\begin{aligned}
&\text{pro } A_1\text{:} \quad && KA_1 = 229\,123 \cdot 1{,}03 = 235\,996{,}69 \cong 235\,997 \\
&\text{pro } A_2\text{:} \quad && KA_2 = 59\,737 \cdot 1{,}03 = 61\,529{,}11 \cong 61\,530 \\
&\text{pro } A_3\text{:} \quad && KA_3 = 25\,486 \cdot 1{,}03 = 26\,250{,}58 \cong 26\,251 \\
&\text{pro } A_4\text{:} \quad && KA_4 = 7\,460 \cdot 1{,}03 = 7\,683{,}8 \cong 7\,684
\end{aligned} \tag{41}
$$

Výsledkem jsou počty smluv pro jednotlivé produkty A_1 až A_4, kterých chce pojišťovna dosáhnout v roce 2011. Za předpokladu, že se průměrný počet uzavřených smluv jedním získatelem daného typu v roce 2011 nezmění, lze lineárním programováním zjistit, jaké počty jednotlivých typů získatelů pojišťovna potřebuje, aby nákladová funkce dosáhla svého minima a současně byly dosaženy nejméně výše uvedené počty smluv u jednotlivých produktů A_1 až A_4

Stanovení omezujících podmínek

Hodnoty funkcí představujících množství nově uzavřených smluv pro každý produkt A_1 až A_4 všemi získateli (viz údaje Tabulky č. 9, pro každý produkt A_1 až A_4 jsou ve funkcích použity průměrná množství uzavřených smluv) musí být větší nebo rovny jejich plánovaným množstvím (41) a jsou pro každý produkt sestaveny následovně (viz obecný tvar (21), (22), (23) úlohy optimalizace počtu získatelů):

pro A_1:

$$KZ_1 \cdot 69,724 + KZ_2 \cdot 13,816 + KZ_3 \cdot 6,919 + KZ_4 \cdot 79,158 + KZ_5 \cdot 58,256 \geq 235\,997 \tag{42}$$

pro A_2:

$$KZ_1 \cdot 7,760 + KZ_2 \cdot 0,943 + KZ_3 \cdot 1,469 + KZ_4 \cdot 42,458 + KZ_5 \cdot 26,548 \geq 61\,530 \tag{43}$$

pro A_3:

$$KZ_1 \cdot 7,134 + KZ_2 \cdot 1,138 + KZ_3 \cdot 0,747 + KZ_4 \cdot 8,540 + KZ_5 \cdot 11,475 \geq 26\,251 \tag{44}$$

pro A_4:

$$KZ_1 \cdot 1,197 + KZ_2 \cdot 0,154 + KZ_3 \cdot 0,184 + KZ_4 \cdot 6,007 + KZ_5 \cdot 0,458 \geq 7\,684 \tag{45}$$

Stanovení nákladové funkce

Nyní je nutné určit nákladovou funkci, která bude charakterizovat výši nákladů na počty jednotlivých získatelů KZ_1 až KZ_5. Celkové náklady (za jeden rok) ze všech pojistných produktů u jednotlivých získatelů budou dány jako skalární součin průměrného počtu uzavřených smluv a průměrných nákladů na jednu smlouvu u produktů A_1 až A_4 u daného získatele.

Např. pro Z_1 (viz Tabulky č. 8 a 9)

$$69,724 \cdot 1035,333 + 7,760 \cdot 8650,256 + 7,134 \cdot 1215,553 + 1,197 \cdot 334,671 =$$
$$= 148\,385,901$$

Celková nákladová funkce, kterou chceme minimalizovat, bude mít tedy tento tvar:

$$148\,385,901 \cdot KZ_1 + 16\,863,485 \cdot KZ_2 + 18\,438,731 \cdot KZ_3 + 574\,477,945 \cdot KZ_4 + \\ + 348\,965,223 \cdot KZ_5 \tag{46}$$

Podmínky nezápornosti pro každou získatelskou skupinu $j = 1,\ldots,5$ jsou stanoveny následovně:

$$KZ_j \geq 0 \tag{47}$$

Minimalizovanou funkcí společně s omezujícími podmínkami je dána úloha celočíselného lineárního programování, která je řešena metodou větvení a mezí.

3.6 Řešení úlohy lineárního programování

K řešení úlohy bylo použito programu „Řešitel“, který je součástí Microsoft Office Excel 2007, kde bylo zadáno:

1) hledání minima nákladové funkce (46);
2) splnění podmínek (42), (43), (44), (45) nutných k dosažení plánovaného počtu smluv a splnění podmínek nezápornosti (47);

Nyní budeme úlohu optimalizace získatelů řešit pro tři různé varianty podmínek nezápornosti, tyto varianty jsou uvedeny v Tabulce č. 10.

Varianta č. 1 je modelovým příkladem, ve kterém připouštíme zánik některých distribučních kanálů a zároveň slouží ke zjištění, který z distribučních kanálů Z_1 až Z_5 je nejvhodnější z hlediska nákladů a počtu uzavřených smluv za rok.

Varianta č. 2 vyjadřuje již konkrétní záměry pojišťovny v dosažení koncových počtů jednotlivých typů získatelů.

Varianta č. 3 vychází z výsledků úlohy pro Variantu č. 2.

Přehled výsledků pro jednotlivé typy variant je uveden v následující kapitole.

Stávající počty	Varianta č. 1	Varianta č. 2	Varianta č. 3
$PZ_1 = 1785$	$KZ_1 \geq 0$	$KZ_1 \geq 1500$	$KZ_1 \geq 1500$
$PZ_2 = 1099$	$KZ_2 \geq 0$	$KZ_2 \geq 0$	$KZ_2 \geq 0$
$PZ_3 = 657$	$KZ_3 \geq 0$	$KZ_3 \geq 1500$	$KZ_3 \geq 1500$ $KZ_3 \leq 3000$
$PZ_4 = 811$	$KZ_4 \geq 0$	$KZ_4 \geq 800$	$KZ_4 \geq 800$
$PZ_5 = 356$	$KZ_5 \geq 0$	$KZ_5 \geq 300$	$KZ_5 \geq 300$

Tabulka č. 10: Uvažované varianty omezujících podmínek

3.6.1 Výsledky řešení lineárního programování

Při řešení první varianty (kdy připouštíme zánik některých distribučních kanálů) byly vypočítány následující údaje:

	KZ_1	KZ_2	KZ_3	KZ_4	KZ_5
Konečné počty	0	0	41 886	0	0
Konečné počty (neceločíselné)	0	0	41 885, 636	0	0

	KA_1	KA_2	KA_3	KA_4
Dosažené počty smluv	289 809	61 530	31 288	7 707

Tabulka č. 11: 1. Varianta

V řádku označeném „Konečné počty“ jsou výsledky celočíselného programování programu „Řešitel“ tak, jak vyšly pro danou variantu. Tyto výsledky ukazují, jak by pojišťovna Kooperativa měla upravit množství získatelů ve své distribuční síti. Řádek označený jako „Konečné počty (neceločíselné)“ ukazuje pro srovnání výsledky lineárního programování bez podmínek celočíselnosti. Dále v textu budeme ovšem vždy pracovat jen s výsledky celočíselného programování. Řádek „Dosažené počty smluv“ vyjadřuje splnění vlastních omezujících podmínek (42), (43), (44), (45), tj skalární součin příslušného konečného počtu daného typu získatele (celočíselného) a jeho průměrného počtu uzavřených smluv za rok pro jeden produkt (viz Tabulka č. 9), tj. např. pro produkt A_1:

$$0 \cdot 69,724 - 0 \cdot 13,816 + 41\,886 \cdot 6,919 - 0 \cdot 79,158 - 0 \cdot 58,256 = 289\,809,23$$

Výsledek je zaokrouhlen dolů na celý počet smluv. Analogicky to platí i pro ostatní varianty. Obdobně bychom mohli zavést dosažené počty smluv pro výsledky neceločíselného programování, ale tyto výsledky by se jen velmi málo lišily od výsledků celočíselného programování. Navíc zde smlouvy zaokrouhlujeme na celý počet kusů dolů, takže by rozdíly v některých případech ani nebyly vidět.

Ze zjištěných údajů vyplývá, že v první variantě je optimální skupinou skupina získatelů Z_3, jejichž počet musí být upraven na 41 886 získatelů, aby bylo dosaženo minima nákladové funkce a současně splněn požadavek plánovaného počtu smluv. Ostatní získatelské skupiny zaniknou. V praxi toto řešení nelze použít, neboť takový počet získatelů by znamenal enormní vzrůst nákladů na jejich řízení a nábor. Takové množství získatelů by bylo navíc nemožné na pracovním trhu sehnat.

Rovněž při tomto velkém počtu získatelů pravděpodobně klesne průměrný počet uzavřených smluv na jednoho získatele za rok, čímž klesá jeho efektivita. Navíc při zrušení ostatních získatelských kanálů by pojišťovna Kooperativa přišla o spoustu prodejních míst a v případě nevýhradních získatelů (Z_2, Z_4 a Z_5) by mohlo dojít k oslabení jejího postavení na trhu, protože by tito získatelé nabízeli produkty ostatních pojišťoven. Z těchto důvodů byla zavedena druhá varianta řešení (viz Tabulka č. 12 a č. 13), kde jsou požadovány dolní hranice konečných počtů pro každou ze skupin.

Minimum nákladové funkce (46) pro první variantu (u celočíselného programování) vyšlo 772 324 687 Kč. Pro neceločíselné programování vyšlo minimum 772 317 984 Kč. Tato částka tedy vyjadřuje minimum finančních prostředků vynaložených pojišťovnou za rok pro zajištění dosažení plánovaného množství smluv za rok. Hodnoty obou částek jsou zaokrouhleny na celé Kč matematicky.

	KZ_1	KZ_2	KZ_3	KZ_4	KZ_5
Konečné počty	1 500	1 866	4 221	800	300
Konečné počty (neceločíselné)	1 500	1 865, 177	4 220, 789	800	300

	KA_1	KA_2	KA_3	KA_4
Dosažené počty smluv	240 375	61 531	26 252	7 802

Tabulka č. 12: 2. Varianta

Výsledkem druhé varianty řešení je nižší počet získatelů ve skupině Z_3 než u první varianty, dále bylo zjištěno, že skupina Z_2 se stala počtem získatelů druhou nejpočetnější skupinou, z čehož lze usuzovat, že jsou druhou nákladově nejvýhodnější skupinou získatelů, neboť získatelé Z_1, Z_4 a Z_5 skončili opět na svých dolních hranicích. Minimum nákladové funkce (46) zde vyšlo 896 147 921 Kč, což je více než u první varianty. Pro neceločíselnou úlohu minimum nákladové funkce vyšlo 896 130 137 Kč.

Počet získatelů ve skupině Z_3 zůstává pro pojišťovnu stále vysoký z hlediska vedlejších nákladů na jejich celkové řízení. Proto byla ve třetí variantě řešení stanovena podmínka, že počet získatelů Z_3 nesmí překročit hranici 3000.

	KZ_1	KZ_2	KZ_3	KZ_4	KZ_5
Konečné počty	1 500	2 157	3 000	807	346
Konečné počty (neceločíselné)	1 500	2 145, 839	3 000	806, 952	346, 463

	KA_1	KA_2	KA_3	KA_4
Dosažené počty smluv	239 181	61 530	26 258	7 685

Tabulka č. 13: 3. Varianta

Ve třetí variantě řešení počet získatelů Z_3 dosáhl svého horního omezení, které bylo dáno jako pro pojišťovnu ještě přijatelné. Skupina získatelů Z_1, pro pojišťovnu nejméně výhodná z hlediska nákladů, zůstává početně na své dolní hranici. Skupiny Z_4 a Z_5 při této variantě řešení nepotřebují téměř žádné úpravy, neboť jejich původní počet se ukázal být téměř optimálním. U této varianty minimum nákladové funkce (46) vyšlo 898 615 250 Kč a pro neceločíselné programování vyšlo 898 561 111 Kč.

Při zpětném pohledu na všechny tři varianty, zjistíme, že výsledky obou úloh (celočíselné i neceločíselné) jsou si velmi podobné. Dalo by se tedy usoudit, že pro výpočet optimálního množství získatelů stačilo použít neceločíselné lineární programování a jednotlivé výsledky zaokrouhlit. Považoval jsem ovšem za vhodnější využití celočíselného programování, neboť zde optimalizujeme počet osob. Použití celočíselného programování se ukázalo jako oprávněné hlavně u třetí varianty u získatele Z_2, kde se jednotlivé výsledky liší o více než deset osob. Minima nákladové funkce u neceločíselného lineárního programování jsou u všech variant nižší než u minim celočíselného programování, to dokazuje, že minimum účelové funkce získané neceločíselným programováním představuje dolní mez pro úlohu řešenou celočíselným programováním. Tento fakt byl popsán v kapitole 3.4.1 Metoda větvení a mezí.

Nyní dále stanovíme celkové průměrné roční náklady pojišťovny za rok 2009 na všechny získatele a jimi předpokládaný uzavřený počet smluv jako skalární součin vektorů $\mathbf{u}$, $\mathbf{v_0}$, kde $\mathbf{u}$ je vektor koeficientů nákladové funkce a $\mathbf{v_0}$ je vektor počtu získatelů PZ_j, $j = 1,\ldots,5$.

$\mathbf{u}$ = (148 385, 901; 16 863, 485; 18 438, 731; 574 477, 945; 348 965, 223)
$\mathbf{v_0}$ = (1785; 1099; 657; 811; 356)
Celkové průměrné roční náklady pojišťovny za rok 2009 = $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v_0}$ = 885 649 282 Kč

Výsledky jsou zaokrouhleny na jednotky. Při porovnání celkových průměrných ročních nákladů za rok 2009 a výsledků jednotlivých variant, zjistíme, že, pro splnění cíle pojišťovny daného podmínkami (42), (43), (44) a (45) se jeví jako nejlepší řešení 1. Varianta, protože oproti celkovým nákladům za rok 2009 jsme dosáhli úspory. Tato varianta je však bohužel v praxi nepoužitelná.

2. a 3. Varianta jsou do praxe lépe aplikovatelnější než první, navíc celkové náklady na realizaci těchto variant nejsou o moc vyšší než celkové náklady za rok 2009.

Nyní sestavíme koeficienty funkce produkčního pojistného, podobně jak byla sestavena nákladová funkce (46). Celkové produkční pojistné (za jeden rok) ze všech pojistných produktů u jednotlivých získatelů bude tedy dáno jako skalární součin průměrného počtu uzavřených smluv a průměrného produkčního pojistného na jednu smlouvu u produktů A_1 až A_4 u daného získatele.

Tato funkce bude mít tento tvar:

$$654\,124,943 \cdot KZ_1 + 97\,127,957 \cdot KZ_2 + 70\,444,302 \cdot KZ_3 + 1\,417\,929,755 \cdot KZ_4 + \\ + 969\,815,825 \cdot KZ_5$$

Pomocí funkce, můžeme určit celkové produkční pojistné u jednotlivých variant za rok, vždy podle optimálního (celočíselného) množství získatelů. Pro první variantu vyšlo celkové produkční pojistné ve výši 2 949 221 148 Kč, pro druhou ve výši 2 885 062 133 Kč a pro třetí variantu ve výši 2 881 850 911 Kč. Rozdíly mezi celkovým produkčním pojistným a celkovými náklady u jednotlivých variant tedy jsou: pro první variantu 2 176 896 461 Kč, pro druhou variantu 1 988 914 212 Kč a pro třetí 1 983 235 661 Kč. Tyto částky bychom zde mohli nazývat „hrubý zisk z produkčního pojistného“.

Vzhledem k tomu, že mezi produkčním pojistným a náklady na získatelské provize je pozitivní korelace, což bylo vysvětleno ve druhé kapitole, tak výše celkového produkčního pojistného i „hrubého zisku z produkčního pojistného“ odráží výši minimálních celkových nákladů. Ve všech variantách podle těchto tří hledisek (minimální celkové náklady, celkové produkční pojistné a „hrubý zisk z produkčního pojistného“) vychází vždy nejlépe první varianta, pak druhá a nakonec třetí.

V úloze lineárního programování by bylo teoreticky možné maximalizovat výnosovou funkci produkčního pojistného, ale v takovém případě by se museli stanovit nové vlastní omezující podmínky. Tato možnost nebyla zvolena hlavně z důvodu, že zisk pojišťovny závisí hlavně na investicích pojistně-technických rezerv a dalších operacích na finančních trzích.

4 Multikriteriální hodnocení získatelských cest

V předchozí kapitole byly stanoveny optimální počty získatelů pomocí celočíselného programování, kde jsem pracoval pouze s údaji o průměrných nákladech na získatele a průměrným počtem uzavíraných smluv, a kde bylo cílem dosáhnout splnění daného obchodního plánu.

V této kapitole se pokusím porovnat jednotlivé získatelské skupiny mezi sebou podle různých kvalitativních i kvantitativních kritérií a na základě výsledků stanovit jejich preferenční pořadí. Cílem pojišťovny je v tomto případě nalezení nejvhodnějšího typu získatele z hlediska řízení, kvality sjednávání pojistných smluv a dalších hledisek.

Výběr kritérií proto musí odpovídat cílům, o které pojišťovna usiluje. U multikriteriálního hodnocení variant není snadné vybrat optimální variantu bez použití vhodného matematického aparátu, neboť každé kritérium může mít pro rozhodovatele jinou významnost. Navíc při velkém rozsahu hodnocených variant a kritérií se situace ještě více komplikuje. Postup při řešení multikriteriální rozhodovácí úlohy, kdy uvažujeme více než jedno kritérium, také nazýváme metody multikriteriálního rozhodování.

Základními prvky všech rozhodovacích procesů (procesy řešení rozhodovacích problémů) jsou: cíl rozhodování, subjekt rozhodování, objekt rozhodování, kritéria, varianty a scénáře (stavy světa). Tato problematika je dobře popsána v literatuře [4].

Cílem v této kapitole bude posouzení získatelských cest Z_1 až Z_5 podle kritérií K_1 až K_{11} za využití Saatyho Analytického hierarchického procesu (AHP).

4.1 Volba a popis kritérií pro hodnocení získatelských cest

Při psaní této podkapitoly jsem vycházel z literatury [4].

Jednotlivá kritéria můžeme rozdělit na kritéria kvantitativní a kvalitativní (důsledky variant vzhledem ke kritériím jsou vyjádřeny číselně a slovně). Dále je možné rozlišovat kvantitativní kritéria na skupinu kritérií s rostoucí preferencí (u této skupiny preferuje rozhodovatel vyšší hodnoty před nižšími) a skupinu kritérií s klesající preferencí (kde rozhodovatel preferuje nižší hodnoty před vyššími).

Pro úspěšné řešení problému musí vzniknout soubor kritérií $K=\{K_1, K_2, ..., K_m\}$, při jehož tvorbě je nutné dodržet tyto zásady (viz [4]):

- úplnost
- operacionalita
- neredundance
- nezávislost
- minimální rozsah

Nezbytností pro úspěšné řešení problému je úplné naplnění celkového cíle, čehož je dosaženo úplným naplněním cílů dílčích, odpovídajících jednotlivým kritériím. Dosáhnout úplnosti souboru kritérií je velmi obtížné. Cestou je shromáždění názorů expertů všech oblastí, jichž se řešený problém dotýká.

Máme-li soubor kritérií úplný, musí být každé kritérium jednoznačně a srozumitelně definované, což je požadavek operacionality souboru kritérií. Jde o přesný popis a přesné stanovení kritéria. Jasné a jednoznačné vymezení je podmínkou co nejlepší měřitelnosti kritéria.

Dále by nemělo docházet k překrývání kritérií při hodnocení variant řešení daného problému, tedy aby soubor kritérií byl neredundantní - každý aspekt vchází do hodnocení variant řešení pouze jedenkrát. Často se ovšem nelze vyhnout částečnému překrývání.

Požadavek nezávislosti kritérií znamená, že by jednotlivá kritéria neměla mít navzájem mezi sebou interakce.

Po stanovení co nejúplnějšího souboru kritérií a jejich jednoznačném vymezení je vhodné jednotlivá kritéria znovu prověřit a vyhodnotit jejich význam za účelem minimalizování jejich počtu. Minimalizace souboru kritérií značně zjednodušuje hodnocení variant řešení problému.

V této kapitole bylo vybráno celkem jedenáct kritérií K_1 až K_{11} pro hodnocení získatelských skupin Z_1 až Z_5. Přehled kritérií uvádí následující Tabulka č. 14.

K_1	Ovlivnitelnost výkonu
K_2	Výhradnost a loajalita
K_3	Škodní průběh
K_4	Průměrný počet uzavřených smluv A_1
K_5	Průměrný počet uzavřených smluv A_2
K_6	Průměrný počet uzavřených smluv A_3
K_7	Průměrný počet uzavřených smluv A_4
K_8	Průměrná délka trvání smlouvy A_1
K_9	Průměrná délka trvání smlouvy A_2
K_{10}	Průměrná délka trvání smlouvy A_3
K_{11}	Průměrná délka trvání smlouvy A_4

Tabulka č. 14: Přehled kritérií

Kritérium *Ovlivnitelnost výkonu* posuzuje efektivnost a jednoduchost řízení skupin získatelů. *Výhradnost a loajalita* udává chování získatelů vzhledem ke konkurenci, tj. jaká je jejich vazba na konkurenci a zda nabízejí konkurenční produkty. Kritérium *Škodní průběh* zobrazuje frekvenci a rozsah pojistných událostí u všech produktů. U tohoto kritéria však nejsme schopni číselně vyjádřit škodní průběh pro jednotlivé získatele, ale jsme schopni ohodnotit jej alespoň kvalitativně.

Průměrný počet uzavřených smluv pro produkty A_1 *až* A_4 vychází z Tabulky č. 9. Kritérium *Průměrná délka trvání smlouvy pro produkty* A_1 *až* A_4 ukazuje přibližnou životnost smluvního vztahu mezi pojišťovnou Kooperativa a klientem. Vzhledem k množství uzavřených smluv, které jsou vzájemně různorodé (různá pojistná doba, placené pojistné apod.), nebylo možné číselně ohodnotit jejich průměrnou délku trvání pro každou ze získatelských cest. Takže bylo pouze stanoveno preferenční uspořádání získatelů pro každý produkt – tedy kvalitativní hodnocení.

Jediným kritériem s klesající preferencí je zde K_3, další kritéria jsou s rostoucí preferencí. Kritéria K_4 až K_7 jsou kvantitativní, získatelské cesty je tedy možné ohodnotit vůči těmto kritériím přesně. Zbylá kritéria jsou kvalitativní.

Pro hodnocení skupin získatelů Z_1 až Z_5 podle těchto jedenácti kritéria byl zvolen Saatyho Analytický hierarchický proces.

4.2 Saatyho Analytický hierarchický proces

Saatyho metoda představuje rychlý a efektivní nástroj pro řešení komplexních rozhodovacích úloh. Tuto metodu vytvořil profesor Thomas L. Saaty v 70. letech minulého století.

Analytický hierarchický proces (AHP) slouží k rozkladu složité nestrukturované úlohy na jednodušší části. AHP pak za využití Saatyho metody párového porovnání přiřadí jednotlivým alternativám (v našem případě získatelské cesty Z_1 – Z_5) číselné hodnoty podle jednotlivých kritérií (K_1 – K_{11}). Následným sloučením jednotlivých dílčích výsledků se pak stanoví výsledné preferenční uspořádání variant.

Při psaní této kapitoly jsem vycházel z literatury [4] a [8]. Párová porovnání – jak kritérií, tak i jednotlivých variant – provedl můj vedoucí bakalářské práce pan Ing. Jan Kováč, expert z oblasti pojišťovnictví, a v následujícím textu jej označuji termínem „rozhodovatel“.

4.2.1 Hierarchická struktura

Tato kapitola byla napsána na základě literatury [8].

Hierarchická struktura (hierarchie) představuje systém tvořený disjunktními množinami jednotlivých prvků rozhodování. Pro definici hierarchie je třeba definovat pojem maximální a minimální prvek.

Definice 4.2.1 (viz [8]) Nechť $(H, \leq)$ je částečně uspořádaná množina. Pak:
a) $h_{max} \in H$ je maximálním prvkem H, jestliže pro všechna $x \in H$ platí:

$$x \leq h_{max} \tag{48}$$

Obdobně platí, že $h_{min} \in H$ je *minimální prvek v H,* pokud pro všechna $x \in H$ je splněna podmínka:

$$h_{min} \leq x \tag{49}$$

b) $y \in H$ se nazývá bezprostředním předchůdcem $x \in H$, značíme $y \prec x$, pokud platí:

- $y \leq x$ a $y \neq x$
- neexistuje $z \in H, z \neq x, y: y \leq z \leq x$

Analogicky $y \in H$ se nazývá bezprostředním následovníkem $x \in H$, značíme $x \prec y$, pokud platí:

- $x \leq y$ a $x \neq y$
- neexistuje $z \in H, z \neq x, y: x \leq z \leq y$

Definice 4.2.2 (viz [8]) Částečně uspořádaná množina **H** = (H,≤) s maximálním prvkem h_{max} se nazývá *hierarchie*, jestliže platí:

1. Množinu H můžeme rozložit na disjunktní množiny L_k, k = 1, 2, …, h, tj. $H = L_1 \cup$ $\cup\, L_2 \cup \ldots \cup L_h$, $L_i \cap L_j = \emptyset$ pro i≠ j, a platí $L_1 = \{h_{max}\}$
2. Jestliže $x \in L_k$ potom $x^- = \{\, y \in H; y \prec x\} \subseteq L_{k+1}$, k = 1, 2, …., h – 1
3. Jestliže $x \in L_k$ potom $x^+ = \{\, y \in H; x \prec\ y\} \subseteq L_{k-1}$, k = 2, 3, …., h

(50)

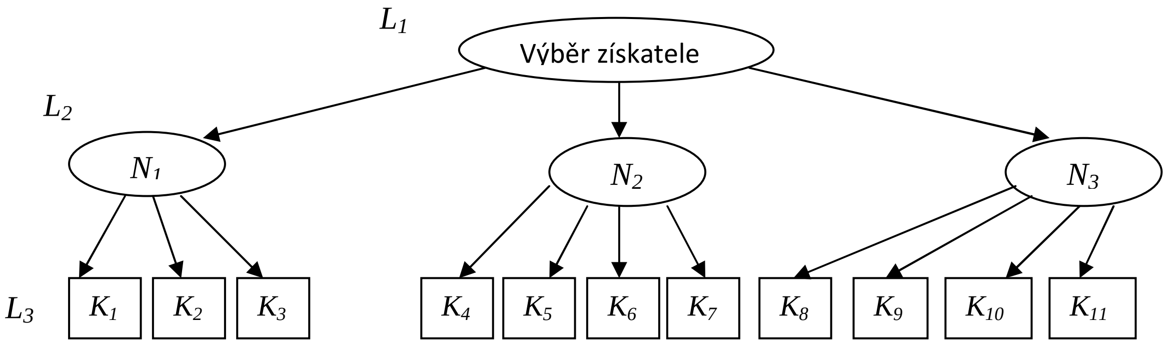
Množiny L_k nazýváme *hierarchické hladiny (úrovně)* **H**, $L_1 = \{h_{max}\}$ je nejvyšší hierarchická hladina, L_h je nejnižší hierarchická hladina.

Hierarchii **H** nazýváme *úplná*, pokud platí (viz [8]):

$$x^+ = L_{k-1} \text{ pro všechna } x \in L_k,\ k = 2, 3, \ldots, h \tag{51}$$

Pro *úplnou hierarchii* platí, že každý prvek z vyšší hierarchické hladiny ovlivňuje každý prvek z nižší hladiny.

Problém výběru optimálního typu získatele pro pojišťovnu Kooperativa je popsán pomocí čtyřstupňové hierarchie. První hladinu tvoří úroveň L_1 Výběr získatele. Ve druhé hladině L_2 jsou tři nadřazená kritéria označovaná jako N_1, N_2 a N_3. Ve třetí úrovni L_3 se pak nachází kritéria K_1 – K_{11} (viz Tabulka č. 14) příslušná ke kritériím z úrovně L_2. Čtvrtou úroveň L_4 pak představují jednotlivé varianty, tj., získatelské cesty Z_1 až Z_5. Obrázek č. 1 ukazuje uspořádání této hierarchie, pro přehlednost zde nejsou zahrnuty varianty.



Obrázek č. 1: Čtyřstupňová hierarchie

Čtyřstupňová hierarchie byla zvolena z důvodu, že při párovém srovnávání kritérií pro určení jejich vah, rozhodovatel nedokázal párově srovnat kritéria mezi sebou napříč skupinami N_1, N_2 a N_3.

4.2.2 Algoritmus Analytického hierarchického procesu

Tato problematika je dobře popsána v literatuře [4] a [8], ze které jsem při psaní této kapitoly také vycházel. Vzhledem k rozsahu práce zde nejsou vysvětleny některé pojmy týkající se matic, výpočtu vlastních čísel, vlastních vektorů a další. Čtenář se s těmito pojmy může blíže seznámit v literatuře [8].

Nejprve je nutné stanovení vah pro jednotlivá kritéria. AHP párově porovnává dvojice prvků ze stejné hierarchické úrovně pomocí bodové stupnice opatřené deskriptory (viz Tabulka č. 15).

Bodové ohodnocení	Jazykový popis
1	Kritéria jsou stejně významná
3	První kritérium je slabě významnější než druhé
5	První kritérium je dosti významnější než druhé
7	První kritérium je prokazatelně významnější než druhé
9	První kritérium je absolutně významnější než druhé

Tabulka č. 15: Bodová stupnice s deskriptory[2]

Číselné hodnoty bodovací stupnice vyjadřují preferenční vztahy dvojic kritérií (kolikrát je jedno kritérium důležitější než druhé). Tyto hodnoty rozhodovatel dle svého uvážení zapisuje do tabulky párových porovnání, kde jsou kritéria v jejích řádcích a sloupcích zapsaná ve stejném pořadí. Výsledkem je pak získání matice párových porovnání (též Saatyho matice) $S = \{s_{ij}\}$. Hodnota s_{ij} vyjadřuje poměr mezi významností prvku x_i a prvku x_j, tj. poměr vah v_i a v_j (viz [4]):

$$s_{ij} \approx \frac{v_i}{v_j}, \qquad x_i,\ x_j \in L_k,\ i,j = 1, 2, \ldots, m, \tag{52}$$

kde m je počet prvků v hierarchické hladině L_k.

Pro vyjádření, že x_i je významnější než x_j, zvolíme podle jazykového deskriptoru v Tabulce č. 15 příslušnou hodnotu s_{ij}. V opačném případě (x_j je významnější než x_i) platí (viz [4]):

$$s_{ji} = \frac{1}{s_{ij}} \tag{53}$$

Tedy hodnoty prvků v levé dolní trojúhelníkové části matice S jsou inverzní vzhledem k hodnotám svých „odpovídajících protějšků“ v pravé horní trojúhelníkové matici S.

O matici S řekneme, že je *reciproká*, jestliže pro všechny její prvky s_{ij} je splněn vztah (53). Přitom u Saatyho matice platí pro prvky na diagonále $s_{ii} = 1$ pro všechna i.

[2] Tabulka je přejata z literatury [4]

Vzhledem k tomu, že všechny prvky Saatyho matice jsou kladné, je tato matice také *ireducibilní.*

Pro stanovení vah kritérií K_1 až K_{11} je nutné vypočítat maximální vlastní číslo λ_{max} matice S a následně vypočítat odpovídající vlastní vektor pro toto číslo (viz [8]).

Podle Perron-Frobeniovy věty o vlastních číslech (viz [8]) mají ireducibilní matice $\boldsymbol{S} \geq 0$ vždy kladné (nikoliv vícenásobné) maximální číslo λ_{max} a vektor tomuto číslu odpovídající je také kladný. Díky těmto dvěma vlastnostem můžeme vlastní vektor normovat a získat požadovaný vektor vah (viz níže). Nejprve tedy vyřešíme soustavu m rovnic, kde je m neznámých, zapsanou ve vektorovém tvaru (viz [8]):

$$(S - \lambda_{max}\mathbf{I})\boldsymbol{w} = \mathbf{0}, \text{ kde } \mathbf{I} \text{ je jednotková matice} \tag{54}$$

A tím získáme vlastní vektor $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \ldots w_m)$, který následně normujeme podle vztahu (viz [8]):

$$v_i = \frac{w_i}{||w||} \tag{55}$$

kde $||w||$ udává velikost vektoru (viz [8]) jako:

$$||w|| = \sum_{i=1}^{m} w_i,\ i = 1, 2, \ldots, m, \tag{56}$$

a tím získáme hledané normované váhy v_i.

U matice S požadujeme, aby byla blízká konzistentní matici, tj. že splňuje vztah (viz [8]):

$$s_{ij} = s_{iq} \cdot s_{qj} \text{ pro všechna } i, j, q = 1, 2, \ldots, m \tag{57}$$

Konzistentnost Saatyho matice lze podle literatury [8] vysvětlit takto:
„Jestliže prvek x_i je s_{iq}-krát významnější než prvek x_q,a dále prvek x_q je s_{qj}-krát významnější než prvek x_j, potom prvek x_i je $s_{ij} = s_{iq} \cdot s_{qj}$ významnější než x_j.“[3]

[3] Ocitováno z literatury [8]

U kvalitativních kritérií je úplná konzistence ojedinělá, obvykle dochází k drobnému porušení.

Naopak u konzistentních matic, pokud se porovnání párů provádí na základě nějakého normalizovaného kvantitativního kritéria, tedy když hodnoty (váhy) $v_i > 0, v_j > 0$ tohoto kritéria známe, pak pro prvky matice párových porovnání bude platit (viz [8]):

$$s_{ij} = \frac{v_i}{v_j} \tag{58}$$

Věta 4.2.2 *Je-li **S** matice s kladnými prvky* $\{s_{ij}\} > 0$ *typu* $m \times m$*, která je konzistentní, tj. splňuje vztah* (58)*. Potom **S** je reciproká a pro její maximální vlastní číslo platí:*

$$\lambda_{max} = m \tag{59}$$

a všechna její zbylá vlastní čísla se budou rovnat nule.

Důkaz: Viz [8] ■

Věta 4.2.3 *Je-li **S** matice s kladnými prvky* $\{s_{ij}\} > 0$ *typu* $m \times m$*, která je zároveň reciproká, tj. platí pro ni vztah* (53)*. Pak pro maximální vlastní číslo této matice platí*:

$$\lambda_{max} \geq m \tag{60}$$

Důkaz: Viz [8] ■

Věta 4.2.4 *Jestliže pro maximální vlastní číslo matice **S** typu* $m \times m$ *s kladnými prvky* $\{s_{ij}\} > 0$*, která je zároveň reciproká, tj. splňuje vztah* (53)*, platí*:

$$\lambda_{max} = m, \tag{61}$$

*pak platí, že matice **S** je konzistentní.*

Důkaz: Viz [8] ■

Věty nám říkají, že každá Saatyho matice jejíž maximální vlastní číslo je rovno rozměru dané matice je konzistentní a naopak, že konzistentní Saatyho matice mají $\lambda_{max} = m$, kde m je rozměr matice. Pro nekonzistentní reciproké Saatyho matice platí $\lambda_{max} > m$.

Definice 4.2.4 (viz [8]) *Nechť* $\boldsymbol{S}$ *je matice s kladnými prvky* $\{s_{ij}\} > 0$ *typu* $m \times m$*, která je ireducibilní. Indexem nekonzistence* I_S *matice* $\boldsymbol{S}$ *je číslo dané vztahem*:

$$I_S = \frac{\lambda_{max} - m}{m-1} \tag{62}$$

Index nekonzistence I_S, indikuje porušení konzistence párových porovnání v Saatyho matici. V případě, že se index nekonzistence I_S blíží nule, tím více se matice stává zcela konzistentní. V ideálním případě má úplně konzistentní matice $I_S = 0$.

Index nekonzistence nám nepřímo ukazuje, jak moc má rozhodovatel utříbenou představu o prvcích v tabulkách párového porovnání. Čím je vyšší, tím horší představu rozhodovatel má.

4.2.3 Stanovení vah kritérií

U čtyřstupňové hierarchie vypočítáme nejprve normovaný vlastní vektor z matice párových porovnání skupinových kritérií N_1, N_2 a N_3, tuto matici označíme S_N. Rozhodovatel vždy vyplňuje matici (tabulku) párových porovnání podle bodové stupnice v Tabulce č. 15, přičemž prvky v dolní trojúhelníkové matici jsou inverzní oproti prvkům v horní trojúhelníkové matice podle vztahu (53), tím je zajištěna reciprocita dané matice.

$$S_N = \begin{array}{c} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} N_1 & N_2 & N_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 1/3 & 1 & 3 \\ 1/7 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \tag{63}$$

Normovaný vlastní vektor odpovídající maximálnímu vlastnímu číslu Saatyho matice skupinových kritérií, tedy vyšel:

$$x_{L_2} = (0,669;\ 0,243;\ 0,088)^T \tag{64}$$

To znamená, že skupinovému kritériu N_1 odpovídá váha 0, 669, pro N_2 = 0, 243 a pro N_3 = 0, 088. Index nekonzistence matice S_N je roven $I_{S_N} = 0,004$. Matice párových porovnání pro kritéria ležící ve třetí hierarchické úrovni u každé skupiny N_1, N_2, N_3 jsou uvedeny v příloze. U každé matice vždy počítáme vlastní vektor odpovídající maximálnímu vlastnímu číslu λ_{max} příslušného dané matici.

Normované vlastní vektory kritérií příslušných k maticím N_1, N_2, N_3 a indexy nekonzistence matic vyšly následovně:

Pro kritéria ve skupině N_1: $x_{L_3 N_1} = (0,2;\ 0,6;\ 0,2)^T,\ I_{S_1} = 0$

Pro kritéria ve skupině N_2: $x_{L_3 N_2} = (0,262;\ 0,565;\ 0,118;\ 0,055)^T,\ I_{S_2} = 0,039$

Pro kritéria ve skupině N_3: $x_{L_3 N_3} = (0,233;\ 0,584;\ 0,130;\ 0,053)^T,\ I_{S_3} = 0,1$

Výsledné váhy pro každé kritérium uvádí následující tabulka, kde výsledná váha byla vypočtena jako součin váhy daného skupinového kritéria N_i, i = 1, 2, 3 a „podkritérií" příslušných k danému skupinovému kritériu N_i.

Kritérium	Váha	Hodnota	Kritérium	Váha	Hodnota
K_1	v_1	0, 134	K_7	v_7	0, 013
K_2	v_2	0, 402	K_8	v_8	0, 020
K_3	v_3	0, 134	K_9	v_9	0, 051
K_4	v_4	0, 064	K_{10}	v_{10}	0, 011
K_5	v_5	0, 137	K_{11}	v_{11}	0, 005
K_6	v_6	0, 029			

Tabulka č. 16: Váhy kritérií

Největší váhu má kritérium K_2 Ovlivnitelnost výkonu. Vynásobením hodnoty každé váhy stem dostaneme procentuální rozdělení důležitosti jednotlivých kritérií.

4.2.4 Porovnání získatelských skupin vzhledem k jednotlivým kritériím

Rozhodovatel zde pracuje analogicky jako u stanovení vah kritérií. V tabulkách párových porovnání srovnává vždy dvě varianty (dva typy získatele) mezi sebou a významnějšímu z nich přidělí hodnotu z bodové stupnice (viz Tabulka č. 15). Opačný vztah, kdy jedno kritérium je méně důležité než druhé, dopočítáme podle vztahu (53). Tabulky párových porovnání získatelů dle jednotlivých kritérií jsou uvedeny v příloze. Kvantitativní kritéria K_4 až K_7 budou ohodnoceny přesně.

Například matice párových porovnání pro kritérium K_1 Ovlivnitelnost výkonu vypadá následovně:

$$S_{K1} = \begin{array}{c} \\ Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} Z_1 & Z_2 & Z_3 & Z_4 & Z_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 7 & 9 \\ 1/5 & 1 & 1/3 & 3 & 5 \\ 1/3 & 3 & 1 & 5 & 7 \\ 1/7 & 1/3 & 1/5 & 1 & 3 \\ 1/9 & 1/5 & 1/7 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad (65)$$

Normovaný vlastní vektor odpovídající maximálnímu vlastnímu číslu této matice vyšel:

$$x_{L_3 K_1} = (0,513;\ 0,129;\ 0,262;\ 0,063; 0,033)^T \qquad (66)$$

Tedy dílčímu hodnocení skupiny Z_1 podle kritéria K_1 odpovídá hodnota 0,513, pro Z_2 hodnota 0,129 atd. Hodnoty normovaných vlastních vektorů podle jednotlivých kritérií včetně vlastních čísel matic párových porovnání, které jsou uvedeny v příloze a příslušných indexů nekonzistence jsou uvedeny v následující tabulce.

	Dílčí hodnocení variant						
Kritéria	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	λ_{max}	I_S
Podle K_1	0, 513	0, 129	0, 262	0, 063	0, 033	5, 238	0, 059
Podle K_2	0, 354	0, 172	0, 354	0, 062	0, 058	5, 138	0, 035
Podle K_3	0, 356	0, 224	0, 269	0, 102	0, 049	5, 192	0, 048
Podle K_4	0, 306	0, 061	0, 030	0, 347	0, 256	5, 000	0, 000
Podle K_5	0, 098	0, 012	0, 019	0, 536	0, 335	5, 000	0, 000
Podle K_6	0, 246	0, 039	0, 026	0, 294	0, 395	5, 000	0, 000
Podle K_7	0, 150	0, 019	0, 023	0, 751	0, 057	5, 000	0, 000
Podle K_8	0, 256	0, 033	0, 521	0, 068	0, 122	5, 327	0, 082
Podle K_9	0, 256	0, 033	0, 521	0, 068	0, 122	5, 327	0, 082
Podle K_{10}	0, 275	0, 073	0, 487	0, 124	0, 041	5, 300	0, 075
Podle K_{11}	0, 204	0, 204	0, 461	0, 073	0, 058	5, 388	0, 097

Tabulka č. 17: Dílčí hodnocení variant podle kritérií K_1 - K_{11}

Kritéria K_4 až K_7 „Průměrný počet uzavřených smluv“ jsou kvantitativní s rostoucí preferencí. Tedy v Tabulce č. 9 stačí normovat jednotlivé řádkové vektory odpovídající příslušným pojistným produktům. Prvky případné matice párových porovnání by vycházely z poměru jednotlivých hodnot řádkových vektorů, tím by tyto prvky splňovaly vztahy (53), (57) a matice by byla konzistentní a reciproká. Maximální vlastní číslo by se rovnalo rozměru matice a index nekonzistence by byl roven nule (viz Tabulka č. 17).

Indexy nekonzistence vyšly u jednotlivých matic párového porovnání kvalitativních kritérií blízké nule, což svědčí o dobré utříbenosti párového porovnání rozhodovatele.

Pro hierarchické struktury rozhodovacích úloh existuje navíc tzv. souhrnný index nekonzistence, který udává míru nekonzistence v celé hierarchii. Vzhledem k faktu, že moje práce se nezabývá přímo Analytickým hierarchickým procesem, tento souhrnný index zde neuvádím. Teoretická základna pro výpočet tohoto souhrnného indexu je uvedena v literatuře [8].

4.2.5 Výsledky AHP

Tato kapitola čerpá z literatury [8].

V Tabulce č. 17 máme jednotlivá dílčí ohodnocení pěti variant získatelských cest. Jednotlivé řádky tabulky dílčího hodnocení variant představují normované vlastní vektory matic párových porovnání variant. Nyní pomocí syntézy těchto dílčích výsledků a vah kritérií (Tabulka č. 16) dostaneme celkové agregované hodnocení variant.

Syntézu provedeme podle následujícího předpisu (viz [8]):

$$\begin{pmatrix} v_1(f_1) & v_1(f_2) & \cdots & v_1(f_m) \\ v_2(f_1) & v_2(f_2) & \cdots & v_2(f_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_n(f_1) & v_n(f_2) & \cdots & v_n(f_m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{m} w_i v_1(f_i) \\ \sum_{i=1}^{m} w_i v_2(f_i) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{m} w_i v_n(f_i) \end{pmatrix}, \tag{67}$$

kde $v_j(f_i)$ je dílčí hodnocení varianty a_j vzhledem ke kritériu f_i a w_i jsou váhy jednotlivých kritérií (z Tabulky č. 16) vzhledem ke globálnímu cíli. Variantě a_j pak přísluší výsledné syntetizované hodnocení (váha) $\sum_{i=1}^{m} w_i v_j(f_i)$. Obecně je celý proces syntézy detailně popsán v literatuře [8].

Výsledkem naší úlohy je tedy normovaný vektor:

$$x_{opt} = (0,323;\ 0,127;\ 0,264;\ 0,168; 0,118)^T$$

Preferenční uspořádání získatelských skupin na základě tohoto vektoru uvádí Tabulka č. 18.

Pořadí	Získatel	Celkové hodnocení
1.	Z_1	0, 323
2.	Z_3	0, 264
3.	Z_4	0, 168
4.	Z_2	0, 127
5.	Z_5	0, 118

Tabulka č. 18: Preferenční uspořádání získatelů

Dle celkového hodnocení je nejlepší získatelskou skupinou Z_1 – zaměstnanci. Tato skupina má před druhou nejlepší skupinou rozdíl ohodnocení větší o celých 5%, z čehož lze usuzovat, že i při drobných změnách párových ohodnocení bude vycházet jako nejlepší.

Nejmenší rozdíl je mezi skupinou Z_2 a Z_5, což znamená, že kdyby rozhodovatel ohodnotil párová porovnání kritérií nebo variant jen trošku jinak, mohla by být na čtvrtém místě skupina Z_5. Skupina Z_1 tedy naplňuje cíle pojišťovny Kooperativa nejvíce, zatímco skupina Z_5 nejméně.

Nicméně na základě výsledků lineárního programování se Z_1 ukázali být neefektivní pro splnění daného obchodního plánu pojišťovny. Je tedy na zvážení, jaké cíle jsou pro pojišťovnu skutečně relevantní, zda spíše kvalitativní vlastnosti řízení těchto skupin nebo výkon skupin v podobě množství uzavřených smluv.

V praxi pojišťovna Kooperativa rozděluje svá obchodní místa na čtyři kategorie, jednak jsou to agentury, které se nacházejí v každém větším krajském městě a plní funkci jak řídící tak prodejní složky pro daný kraj či region. Dále jsou to okresní obchodní místa označované jako OM_1, které mají pouze prodejní funkci, obchodní místa OM_2 jsou menší a mají pouze omezený rozsah nabízených služeb. Nejmenší jednotkou jsou malé kanceláře OM_3, které se provozují třeba jen některé dny v týdnu. V těchto výše uvedených obchodních místech jsou získatelé Z_1. U obchodních míst OM_3 si pojišťovna interně stanovila, že pokud u tohoto obchodního místo dosáhne poměr nákladů na předpisu pojistného větší hodnoty než 23%, tak se toto místo navrhne na převzetí skupinou Podnikatelské vize. Tedy to znamená, že pojišťovna neztratí obchodní místo a zároveň jí klesnou náklady na provoz tohoto místa, neboť toto místo bude patřit výhradnímu získateli Z_3. Pojišťovna na provoz kanceláře bude pouze částečně přispívat.

Právě proto je pro pojišťovnu důležité přesunovat získatele Z_1 do skupiny Z_3. I když jsou obchodní místa OM_3 malá, pojišťovna si je nemůže dovolit ztratit z důvodu konkurenceschopnosti. Pojišťovna za svůj ideální stav považuje 1500 zaměstnanců Z_1.

Závěr

Cílem mé práce bylo posoudit strukturu nákladů pojišťovny Kooperativa na sjednávání nových pojistných smluv jejími pěti největšími získatelskými kanály a navrhnout způsoby optimalizace množství jejich získatelů z hlediska minimalizace nákladů. Dále bylo třeba popsat a ohodnotit získatelské skupiny podle jejich přínosu pro pojišťovnu, kde bylo zapotřebí zahrnout větší množství kritérií.

Struktura nákladů získatelských skupin je dána především procentuální provizí z ročního produkčního pojistného za zprostředkování každé smlouvy. Procentuální velikosti provize se liší podle druhů uzavíraných pojistných smluv, rozsahu dalších nákladů specifických pro jednotlivé získatelské kanály (pojišťovna poskytuje svým získatelům různá produktová školení, příspěvky na kanceláře, poradenský servis apod. – hlavně u získatelů Z_1 a Z_3) a konkurenčním bojem mezi pojišťovnami. Především konkurenční boj pojišťoven způsobuje, že jsou pojišťovny nuceny poskytovat vyšší provize u nevýhradních získatelů (Z_2, Z_4 a Z_5), aby si je vůbec udržely.

Snaha o minimalizaci těchto vysokých nákladů na sjednávání smluv vedla k sestavení úlohy lineárního programování. Úloha zachytila obchodní plán pojišťovny Kooperativa v podobě dosažení určitého minimálního objemu smluv za zároveň minimální náklady na uzavřené smlouvy. Pro pojišťovnu pak výsledky úlohy představují jakýsi návod, podle kterého lze upravovat počty svých získatelů na základě předem stanovených omezení.

Při sestavení modelu bylo problematické rozhodnout, jakých hodnot má nabývat minimální objem smluv každého produktu (pravé strany vlastních omezujících podmínek), neboť při sestavování se vycházelo z prognózy pojišťovny na další rok. Pokud by se tato prognóza ukázala jako mylná, znamenalo by to, že pojišťovna by využívala své získatelské cesty velmi neefektivně.

Při použití lineárního programování jsem se rozhodl vycházet z výsledků celočíselného programování, neboť z hlediska optimalizace množství osob poskytuje přesnější výsledky. Vzhledem k tomu, že počet získatelů v jednotlivých cestách se pohybuje v řádech stovek, tak by bylo přijatelné použít i neceločíselné programování a výsledky zaokrouhlit.

Čtvrtá kapitola představovala hodnocení získatelů dle pojišťovnou zadaných kritérií a následné preferenční uspořádání získatelů. K řešení tohoto problému byl použit Saatyho Analytický hierarchický proces (AHP). AHP má tu výhodu, že je snadno pochopitelný i pro rozhodovatele, kteří nemají s matematickými metodami velké zkušenosti. Tato část práce měla spíše deskriptivní charakter, který doplňoval výsledky lineárního programování, protože do úlohy lineárního programování nebyly zahrnuty kvalitativní znaky získatelů.

Výsledky obou modelů poskytují dva různé pohledy na problematiku sjednávání smluv a získatelských skupin. V lineárním programování šlo spíše o sestavení nějakého optimálního obchodního plánu, kde bylo hlavním výkonnost získatelů v podobě množství uzavřených smluv za rok a náklady. AHP zase poskytl preferenční uspořádání získatelů, podle míry náplně dílčích cílů pojišťovny. Při rozhodování ohledně struktury získatelských cest, by se pojišťovna měla pokusit nalézt kompromis mezi oběma modely, protože není možné nahlížet na problém jen z jedné strany. Z výsledků třetí a čtvrté kapitoly by se tedy dalo usuzovat, že snížení stavu zaměstnanců na cílový počet 1500 osob a s tím převedení části zaměstnanců pracujících v obchodních místech OM_3 do kanálu Podnikatelské vize je racionálním nalezením kompromisu ke snížení nákladů a udržení si kvalitní struktury získatelů.

Závěrem chci konstatovat, že každá optimalizační metoda má své klady a zápory. Existuje celá řada dalších metod a nástrojů pro řešení praktických rozhodovacích situací jako je tato a vždy je nutné zvolit tu, která bude co nejlépe popisovat realitu.

Tato práce mi přinesla prohloubení mých dosavadních teoretických znalostí a jejich uplatnění přímo na praktickém příkladu pojišťovny Kooperativa. Naučil jsem se, jak teoretické poznatky získané během dosavadního studia lze využít v praxi při řešení konkrétních problémů, pracovat se získanými daty, aplikovat je do různých matematických modelů, prezentovat získané výsledky a současně je i analyzovat. Jsem velmi rád, že mi bylo umožněno zpracovat toto zajímavé téma ve spolupráci s pojišťovnou Kooperativa, která je jednou z nejvýznamnějších pojišťoven u nás. Ještě jednou bych zde rád poděkoval panu Ing. Janu Kováčovi a paní doc. RNDr. Janě Talašové, CSc., vedoucím bakalářské práce, za obětavou pomoc a spolupráci při psaní bakalářské práce a rovněž děkuji panu RNDr. Pavlu Ženčákovi, Ph.D. za jeho cenné přednášky.

Literatura

[1] Dantzig, G. B., *Linear programming and extensions*, New Jersey: Princeton University Press, Princeton, 1963, (slovenský překlad, Bratislava 1966).

[2] Daňhel, J., a kolektiv, *Pojistná teorie,* 1. vydání. Praha: Professional Publishing, 2005.

[3] Ducháčková, E., *Principy pojištění a pojišťovnictví,* 3. vydání. Praha: Ekopress, 2009.

[4] Fotr, J., Švecová, L., a kolektiv, *Manažerské rozhodování, postupy, metody a nástroje,* 2. vydání. Praha: Ekopress, 2010.

[5] Holoubek, J., *Ekonomicko – matematické metody*, 1. vydání. Brno: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, 2006.

[6] Lagová, M., Jablonský J., *Lineární modely*, 2. vydání. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, Nakladatelství Oeconomica, 2009.

[7] Linda, B., Volek, J., *Lineární programování*, 2. vydání. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2008.

[8] Ramík, J., *Analytický hierarchický proces a jeho využití v malém a středním podnikání*, 1. vydání. Karviná: Slezská univerzita v Opavě, 2000.

[9] Švrček, J., *Lineární programování v úlohách*, 2. vydání. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2003.

[10] Zuzaňák, A., *Marketing v pojišťovnictví*, 2. vydání. Praha: Linde, 2006.

[11] Zákon č. 38/2004 Sb., o pojišťovacích zprostředkovatelích a samostatných likvidátorech pojistných událostí a o změně živnostenského zákona (zákon o pojišťovacích zprostředkovatelích a likvidátorech pojistných událostí), dostupné z: http://www.podnikatel.cz/zakony/zakon-c-38-2004-sb-o-pojistovacich-zprostredkovatelich-a-samostatnych-likvidatorech-pojistnych-udalosti/cele-zneni/ [citováno 23. 6. 2011]

[12] Zákon č. 363/1999 Sb. o pojišťovnictví a o změně některých souvisejících zákonů, dostupné z: http://business.center.cz/business/pravo/zakony/pojistovnictvi/ [citováno 23. 6. 2011]

[13] Kooperativa pojišťovna a. s., dostupné z: http://www.koop.cz/o-nas/zakladni-informace/ [citováno 20. 1. 2011]

Příloha 1

Matice párového porovnání významnosti kritérií ze skupiny N_1

N_1	K_1	K_2	K_3
K_1	1	1/3	1
K_2	3	1	3
K_3	1	1/3	1

Matice párového porovnání významnosti kritérií ze skupiny N_2

N_2	K_4	K_5	K_6	K_7
K_4	1	1/3	3	5
K_5	3	1	5	7
K_6	1/3	1/5	1	3
K_7	1/5	1/7	1/3	1

Matice párového porovnání významnosti kritérií ze skupiny N_3

N_3	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}
K_8	1	1/5	3	5
K_9	5	1	3	7
K_{10}	1/3	1/3	1	3
K_{11}	1/5	1/7	1/3	1

Matice párového porovnání získatelů podle kritéria K_1 – Ovlivnitelnost výkonu

K_1	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
Z_1	1	5	3	7	9
Z_2	0,2	1	1/3	3	5
Z_3	1/3	3	1	5	7
Z_4	1/7	1/3	0,2	1	3
Z_5	1/9	1/5	1/7	1/3	1

Matice párového porovnání získatelů podle kritéria K_2 – Výhradnost a loajalita

K_2	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
Z_1	1	3	1	5	5
Z_2	1/3	1	1/3	3	5
Z_3	1	3	1	5	5
Z_4	1/5	1/3	1/5	1	1
Z_5	1/5	1/5	1/5	1	1

Matice párového porovnání získatelů podle kritéria K_3 – Škodní průběh

K_3	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
Z_1	1	3	1	3	5
Z_2	1/3	1	1	3	5
Z_3	1	1	1	3	5
Z_4	1/3	1/3	1/3	1	3
Z_5	1/5	1/5	1/5	1/3	1

Matice párového porovnání získatelů podle kritéria K_8 – Prům. délka trvání smlouvy A_1

K_8	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
Z_1	1	7	1/3	5	3
Z_2	1/7	1	1/9	1/3	1/5
Z_3	3	9	1	5	7
Z_4	1/5	3	1/5	1	1/3
Z_5	1/3	5	1/7	3	1

Matice párového porovnání získatelů podle kritéria K_9 – Prům. délka trvání smlouvy A_2

K_9	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
Z_1	1	7	1/3	5	3
Z_2	1/7	1	1/9	1/3	1/5
Z_3	3	9	1	5	7
Z_4	1/5	3	1/5	1	1/3
Z_5	1/3	5	1/7	3	1

Matice párového porovnání získatelů podle kritéria K_{10} – Prům. délka trvání smlouvy A_3

K_{10}	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
Z_1	1	5	1/3	3	7
Z_2	1/5	1	1/5	1/3	3
Z_3	3	5	1	5	7
Z_4	1/3	3	1/5	1	3
Z_5	1/7	1/3	1/7	1/3	1

Matice párového porovnání získatelů podle kritéria K_{11} – Prům. délka trvání smlouvy A_4

K_{11}	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
Z_1	1	1	1/3	5	3
Z_2	1	1	1/3	5	3
Z_3	3	3	1	7	5
Z_4	1/5	1/5	1/7	1	3
Z_5	1/3	1/3	1/5	1/3	1