



Posudek na bakalářskou práci

The Cheeger constant and applications

Autor: Petr Vlachopoulos

Škola: Univerzita Palackého, Přírodovědecká fakulta, Katedra experimentální fyziky

Studijní program a obor/kombinace: B1701 Fyzika/1701R027 Obecná fyzika a matematická fyzika

Vedoucí práce: doc. Mgr. David Krejčířík, Ph.D. DSc.

Cílem bakalářské práce předložené v anglickém jazyce bylo studium geometrického variačního problému, v němž se minimalizuje poměr obvodu vůči ploše oblastí uvnitř zadané množiny, shrnutí známých výsledků a aplikací v rozličných matematicko-fyzikálních oblastech. Téma spadá do oblasti optimalizační teorie, struktur izoperimetrických úloh a topologie. Součástí je i odvození nových výsledků v rámci Cheegerova problému trubicovitých okolí hladkých uzavřených geodetik na zakřivených varietách, které bylo publikováno v impaktovaném časopise (Krejčířík et al., 2019). Domnívám se, že jde o zajímavé téma, které je v práci propojeno i s některými problémy teorie strun.

Text o rozsahu 98 stran včetně obsahu je členěn do dvou kapitol. V první z nich se autor v jednotlivých částech postupně věnuje úvodnímu stručnému historickému přehledu topologie na varietách, původu Cheegerova problému, obecným výsledkům a Cheegerově konstantě, souvisejícím variačním problémům, odvození nových výsledků v rámci Cheegerova problému pro množiny na zakřivených varietách a trubicová okolí ve vyšších dimenzích včetně důkazů vět (tyto části souvisejí s výše zmíněným publikovaným článkem) a příkladům jednoduchých modelů. Ve druhé kapitole jsou prezentovány možné aplikace získaných výsledků v oblasti teorie strun (např. koncept akce na p -bránách). V závěru jsou formulovány hypotézy o možné topologické povaze, resp. možném hlubším vysvětlení Hamiltonova variačního principu a jeho platnosti, které by mohlo spočívat v existenci minimalizace v rámci struktury Cheegerovy konstanty trubicovitých okolí.

Struktura práce je vcelku přehledná a odpovídá jejímu záměru. Autor pracuje s relevantními pojmy i prameny, seznam použitých pramenů zahrnuje 93 položek, vesměs zahraniční časopisecké literatury, což odpovídá záměru uceleně shrnout problematiku spojenou Cheegerovou konstantou i skutečnosti, že práce svým rozsahem překračuje standard bakalářských prací. Jako čtenář byl uvítal systematictější zavádění některých pojmů a symboliky, než odpovídá kompilaci z odborných článků zaměřených primárně na do hloubky zasvěcené čtenáře (např. zkratka BV functions užitá na s. 31 je rozepsána na s. 32, zkratka ROF užitá poprvé na s. 32 není uvedena vůbec). Čtivosti práce by bezpochyby přidalo ilustrování abstraktních matematických konceptů na konkrétních jednoduchých příkladech. Práce také neobsahuje žádné závěrečné shrnutí.

Po formální stránce je práce na přijatelné úrovni, zejména s ohledem na její rozsah. Vzhledem k tomu, že práce má bezpochyby ambici shrnout uceleně zvolené téma, je škoda, že autorovi zřejmě zbylo méně sil na typografické záležitosti a sazbu matematických vztahů (např. zápis funkcí typu $\sin$, $\cos$ i vektorových operátorů grad a div stojatě, nikoli kurzívou; chybějící diferenciál pod integrálem v rovnici (34) apod.); textu s tak matematickým aparátem by nepochybně prospělo využití systému $\text{T}_{\text{E}}\text{X}/\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$. Necítím se být kompetentní posuzovat úroveň vyjadřování v anglickém jazyce, text je ale vcelku dobře čitelný a narazil jsem jen na několik rušivých drobností (např. „As we *have* already mentioned several times, the values of sectional curvature, *is* very important.“ na s. 46 nebo časté, až systematické oddělování vztažných vět uvozených „which“ do samostatných jako v případě „Fermi coordinate system provides a measurement of the geometry of M in a neighbourhood of a submanifold N [51]. Which tells a lot about the topology of M .“ na s. 50).

K obhajobě navrhuji následující doplňující otázku:

- V práci se na s. 67 uvádí, že „Since the Cheeger problem itself is based on a variational analysis, the connection with the geometric nature of Hamilton’s principle within string theory will be most

obvious.“. Je možná ukázat, z jaké topologické konfigurace by plynul Hamiltonův princip v klasické mechanice (případně ilustrovat tuto souvislost na nějakém jednoduchém příkladu)?

Přes výše uvedené drobné připomínky předložená práce podle mého názoru splňuje požadovaná kritéria, proto ji doporučuji k obhajobě a navrhuji

hodnocení A.

V Olomouci 24. června 2020

.....

Lukáš Richterek
oponent

Použité prameny

Krejčířík D., Leonardi G. P. & Vlachopoulos P. (2019). The Cheeger constant of curved tubes. *Arch. Math.* **112**, 429–436. DOI 10.1007/s00013-018-1282-x.