

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Přírodovědecká fakulta

Katedra optiky



Měření MTF analýzou změny světelného toku břitem
zakrývaného obrazu štěrbinu

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Autor:	Bc. Marek Vítek
Studijní program:	N1701 Fyzika
Studijní obor:	1701T054 Digitální a přístrojová optika
Forma studia:	Prezenční
Vedoucí práce:	RNDr. Ing. Jan Podloucký
Rok:	2020

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně s vyznačením všech použitých pramenů a spoluautorství. Souhlasím se zveřejněním diplomové práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách, ve znění pozdějších předpisů. Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, ve znění pozdějších předpisů.

V Olomouci dne 28. května 2020

.....

Poděkování:

Rád bych poděkoval vedoucímu mé diplomové práce RNDr. Ing. Janu Podlouckému za trpělivost, odborné vedení, cenné rady a připomínky během zpracování této diplomové práce. Tato práce vznikla za podpory projektu IGA PřF UP s názvem **Moderní optika a její aplikace**, č. *IGA_PrF_2018_007* .

Bibliografická identifikace

Jméno a příjmení autora:	Bc. Marek Vítek
Název práce:	Měření MTF analýzou změny světelného toku břitem zakrývaného obrazu štěrbin
Typ práce:	Diplomová práce
Pracoviště:	Katedra optiky
Vedoucí práce:	RNDr. Ing. Jan Podloucký
Rok obhajoby práce:	2020
Klíčová slova:	OTF, MTF, PTF, ESF, LSF, obraz štěrbin, mechanické skenování
Počet stran:	47
Počet příloh:	1 CD
Jazyk práce:	český

Abstrakt

Cílem teoretické části práce je vytvoření přehledu s popisem, významem a metodami měření funkce přenosu modulace (MTF). V praktické části se práce zabývá návrhem a sestavením soustavy pro fotometrickou analýzu obrazu štěrbin mechanicky cloněného posuvným břitem. Cílem práce je vytvoření funkčního systému pro měření MTF.

Bibliographical Identification

Autor's first name and surname:	Bc. Marek Vítek
Title:	The Measurement of the MTF by analysis of the luminous flux in an image of a slit with edge scanning
Type of thesis:	Master thesis
Department:	Department of Optics
Supervisor:	RNDr. Ing. Jan Podloucký
Year of presentation:	2020
Keywords:	OTF, MTF, PTF, ESF, LSF, image of slit, mechanical scanning
Number of pages:	47
Number of appendices:	1 CD
Thesis language:	Czech

Abstract

The theoretical part of this thesis provides a short survey with the description, significance and measurement methods of the modulation transfer function (MTF). In the experimental part, the thesis deals with the design and assembly of a system for photometric analysis of the image of a slit mechanically covered by a sliding sharp edge. The purpose of this work is to create a functional system for measuring MTF.

Obsah

	Strana
1 Úvod	7
2 Teoretická část	8
2.1 Teorie lineárních systémů	8
2.1.1 Impulzní odezva systému	9
2.1.2 Přenosová funkce systému	10
2.1.3 Zobrazování izoplanatickými systémy	11
2.2 Funkce optického přenosu (OTF)	17
2.2.1 Funkce přenosu modulace (MTF)	17
2.2.2 Funkce přenosu fáze (PTF)	20
2.2.3 Kaskáda OTF/MTF	21
2.2.4 OTF/MTF detektorů	21
2.2.5 Vliv aberací na OTF/MTF	23
2.2.6 Vliv apodizace na OTF/MTF	26
2.3 Měření OTF/MTF	26
2.3.1 Metody měření OTF/MTF	27
2.3.2 Uspořádání měřících zařízení	30
2.3.3 Korekce měření	30
3 Praktická část	33
3.1 Použité vybavení	33
3.2 Postup měření	37
3.3 Výsledky měření	39
3.3.1 Opakovatelnost měření	40
4 Závěr	41
5 Literatura	42
6 Přílohy	43

1 Úvod

Ve světě kolem nás, často v řadě aplikací využíváme optické soustavy, které vytváří obraz. Na vytvořený obraz jsou kladeny určité nároky podmíněné aplikací dané zobrazovací soustavou. Proto je nutné umět chování soustavy charakterizovat a pokud možno i předpovídat. Poptávka po kvalitnějších zobrazovacích systémech nás nutí soustavy popisovat pomocí objektivních parametrů. Parametrem, který se stal všeobecně používán pro popis kvality soustavy, je funkce optického přenosu (OTF - z anglického *optical transfer function*). Absolutní hodnotu OTF běžně označujeme jako funkci přenosu modulace (MTF - z anglického *modulation transfer function*). MTF charakterizuje, jak soustava ovlivňuje kontrast vytvořeného obrazu. Komplexní argument OTF označujeme jako funkci přenosu fáze (PTF - z anglického *phase transfer function*). PSF popisuje fázový posun harmonických složek předmětu při zobrazování. Při většině aplikací nás nejvíce zajímá snížení kontrastu obrazu, proto se měří často se pouze MTF. Pokud známe OTF/MTF soustavy a předmět, jsme schopní vypočítat průběh intenzity obrazu. OTF můžeme teoreticky vyčíslit z konstrukčních dat většiny používaných zobrazovacích zařízení, proto je možné navrhnout soustavu, která splňuje parametry zobrazení pro danou aplikaci (*Boreman, 2001*).

Cílem této diplomové práce je rozbor problematiky měření MTF a v praktické části návrh a sestavení soustavy pro fotometrickou analýzu obrazu štěrbinou mechanicky cloněného posuvným břitem a následný výpočet MTF měřené soustavy. Hlavní motivací je vysoká přesnost skenovacích metod, jednoduchost soustav, bez nutnosti použití pomocné optiky a snímačů obrazu, u kterých často neznáme jejich vlastní přenosovou funkci, a použitelnost v širokém spektrálním rozsahu od UV po IR.

2 Teoretická část

V teoretické části práce je popsána problematika funkce optického přenosu vycházející z teorie zobrazování lineárními systémy. Je položen matematický základ pro práci s OTF, diskutovány důvody pro hodnocení optických soustav právě pomocí optické přenosové funkce, popsány různé metody měření tohoto parametru a úskalí vyplývající z podmínek měření.

2.1 Teorie lineárních systémů

Pokud chceme analyzovat optický nebo elektrooptický systém, je výhodné použít teorii lineárních systémů. Systém obvykle zapisujeme pomocí matematického operátoru \mathcal{S} , který určuje vztah mezi vstupní funkcí g_1 a výstupní funkcí g_2 .

$$g_2(x_2, y_2) = \mathcal{S} \{g_1(x_1, y_1)\} \quad (2.1)$$

V lineárním systému platí pro libovolné funkce g a h a komplexní konstanty a a b následující vztah

$$\mathcal{S} \{ag(x_1, y_1) + bh(x_1, y_1)\} = a\mathcal{S} \{g(x_1, y_1)\} + b\mathcal{S} \{h(x_1, y_1)\} \quad (2.2)$$

Tato vlastnost superpozice lineárních systémů dovoluje vstupní funkci, která může být složitá, rozložit do funkcí elementárních. Je důležité zvolit pro vstupní funkci jednoduchý a výhodný rozklad. Ukazuje se, že nejvhodnější je rozložení do delta funkcí.

$$g_1(x_1, y_1) = \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(\xi, \eta) \delta(x_1 - \xi, y_1 - \eta) d\xi d\eta \quad (2.3)$$

Dosazením do rovnice 2.1 získáváme pro vstup a výstup lineárního systému vztah:

$$g_2(x_2, y_2) = \mathcal{S} \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(\xi, \eta) \delta(x_1 - \xi, y_1 - \eta) d\xi d\eta \right\} \quad (2.4)$$

Funkci $g_1(\xi, \eta)$ můžeme chápat jako váhový koeficient aplikovaný na elementární funkce. Díky vlastnosti linearity můžeme operátor \mathcal{S} převést dovnitř integrálu (*Goodman, 1996*).

$$g_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(\xi, \eta) \mathcal{S} \{ \delta(x_1 - \xi, y_1 - \eta) \} d\xi d\eta \quad (2.5)$$

2.1.1 Impulzní odezva systému

Aplikaci operátoru \mathcal{S} na funkci δ můžeme označit jako funkci h .

$$\mathcal{S} \{ \delta(x_1 - \xi, y_1 - \eta) \} = h(x_2, y_2; \xi, \eta) \quad (2.6)$$

Novou funkci označujeme jako impulzní odezvu. Propojuje vstupní funkci g_1 s výstupní funkcí g_2 následovně:

$$g_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(\xi, \eta) h(x_2, y_2; \xi, \eta) d\xi d\eta \quad (2.7)$$

Velkým zjednodušením je omezení se na speciální druh lineárních systémů, které označujeme jako izoplanatické systémy. Pro izoplanatické systémy, neboli lineární prostorově invariantní systémy, platí:

$$h(x_2, y_2; \xi, \eta) = h(x_2 - \xi, y_2 - \eta) \quad (2.8)$$

Po dosazení do rovnice 2.7 získáváme vztah popisující izoplanatické systémy, který má tvar konvolučního integrálu.

$$g_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(\xi, \eta) h(x_2 - \xi, y_2 - \eta) d\xi d\eta = g_1 \otimes h \quad (2.9)$$

Výstup izoplanatického systému je konvolucí vstupní funkce s impulzní odezvou. Impulzní odezva popisuje, jaký nejmenší detail obrazu lze daným systémem vytvořit. Ideální systém má impulzní odezvu ve tvaru delta funkce. Výstup je tedy dokonalou replikou vstupu.

Pro další postup je nutné zadefinovat si konvoluční teorém (rovnice 2.10), který říká, že konvoluci dvou funkcí můžeme pomocí Fourierovy transformace převést na násobení spekter těchto funkcí. Konvoluce je obvykle složitější než násobení funkcí, proto je výhodné aplikovat Fourierovu transformaci na výstup izoplanatického systému (*Goodman, 1996*).

$$\mathcal{F} \{ x \otimes y \} = \mathcal{F}(x) \cdot \mathcal{F}(y) = X \cdot Y \quad (2.10)$$

2.1.2 Přenosová funkce systému

Převedením rovnice 2.9 podle konvolučního teorému získáváme vztah:

$$G_2(f_x, f_y) = G_1(f_x, f_y)H(f_x, f_y) \quad (2.11)$$

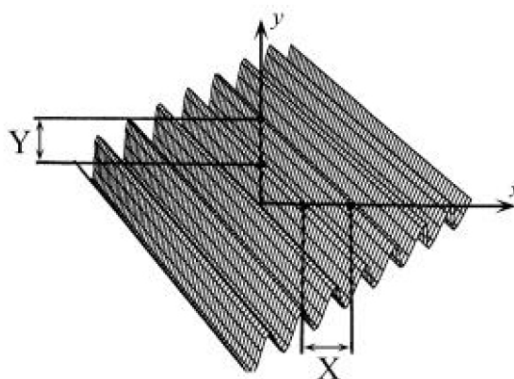
Funkci $H(f_x, f_y)$ označujeme jako přenosovou funkci a je definovaná jako Fourierova transformace impulzní odezvy systému.

$$H(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(\xi, \eta) e^{-i2\pi(f_x\xi + f_y\eta)} d\xi d\eta \quad (2.12)$$

Fourierova transformace funkce g_1 rozloží vstup na spektrum komplexních harmonických funkcí různých prostorových frekvencí. Výstupním spektrem G_2 je tedy součin vstupního spektra G_1 a přenosové funkce. Efekty systému ve frekvenční doméně jsou limitovány na změnu amplitudy a fázový posun, každé vstupní spektrum při průchodu systémem násobíme s komplexním číslem $H(f_x, f_y)$ (Goodman, 1996).

2.1.2.1 Prostorové frekvence

Frekvence v časové doméně popisuje, kolikrát se něco za jednotku času opakuje. Prostorová frekvence (Obrázek 1) popisuje, kolikrát se něco opakuje za jednotku délky. Fourierův rozklad říká, z jakých harmonických funkcí se obraz/předmět skládá. Vysoké frekvence popisují strmé změny intenzity a v obraze znázorňují ostré linie (hrany). Nízké frekvence popisují pozvolné změny (Boreman, 2001).



Obrázek 1: Dvoudimenzionální prostorová frekvence (Boreman, 2001).

2.1.3 Zobrazování izoplanatickými systémy

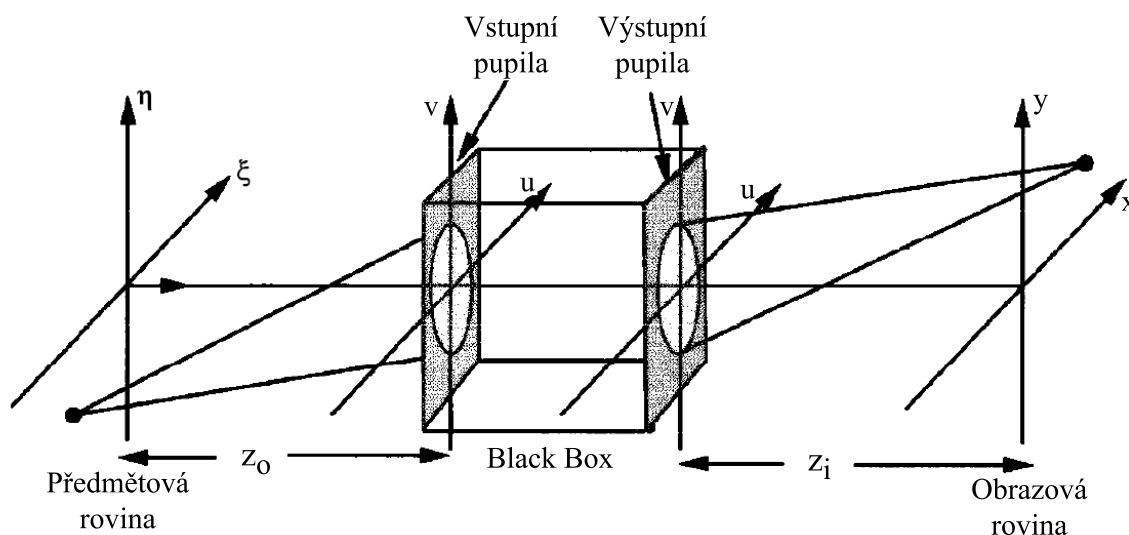
Při popisu zobrazování (Obrázek 2) vycházíme z fyzikálně dokonalých (difrakčně omezených) systémů. Z hlediska frekvenční analýzy můžeme zobrazování rozdělit na dva typy, podle toho jestli soustava slouží ke koherentnímu nebo nekoherentnímu zobrazování. Koherentní pole je jednomódové, a proto jej na rozdíl od nekoherentního lze popsat pomocí komplexní amplitudy (vlnoplocha a její fáze), u nekoherentního pole musíme středovat přes módy. Protože pracujeme s izoplanatickými systémy, můžeme si komplexní amplitudu obrazu U_i zapsat jako konvoluci komplexní amplitudy předmětu U_o s impulzní odezvou h .

$$U_i(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x - \xi, y - \eta) U_o(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (2.13)$$

Z teorie difrakce je definovaný difrakční obrazec výstupní pupily soustavy takto:

$$h(x, y) = \frac{A}{\lambda z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} P(u, v) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda z_i} (xu + yv)} du dv \quad (2.14)$$

V rovnici 2.14 $P(u, v)$ označuje pupilovou funkci popisující výstupní pupilu soustavy, která leží v souřadnicové rovině (u, v) , vzdálenost obrazové roviny od výstupní pupily označujeme jako z_i , λ je vlnová délka a A je konstantní amplituda (Goodman, 1996).



Obrázek 2: Model zobrazovací soustavy jako tzv. Black Box (Goodman, 1996).

2.1.3.1 Koherentní zobrazování

U koherentního zobrazování je detekovaná intenzita I_i kvadrátem absolutní hodnoty komplexní amplitudy U_i .

$$I_i(x, y) = |U_i(x, y)|^2 = \iiint_{-\infty}^{\infty} h(x - \xi, y - \eta) h^*(x - \xi', y - \eta') U_o(\xi, \eta) U_o^*(\xi', \eta') d\xi d\eta d\xi' d\eta' \quad (2.15)$$

Po zjednodušení získáváme následující vztah:

$$I_i(x, y) = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} h(x - \xi, y - \eta) U_o(\xi, \eta) d\xi d\eta \right|^2 = h \otimes I_g \quad (2.16)$$

Koherentní zobrazení je lineární v amplitudě. Systém má tedy amplitudovou impulzní odezvu h . Pro další postup si konvoluci převedeme na násobení spekter (rovnice 2.10).

$$G_i(f_x, f_y) = H(f_x, f_y) G_g(f_x, f_y) \quad (2.17)$$

$$H(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{h(x, y)\} \quad (2.18)$$

Přenosovou funkci soustavy pro koherentní zobrazování označujeme jako amplitudovou přenosovou funkci (ATF - z anglického *amplitude transfer function*). Amplitudová impulzní odezva je sama o sobě difrakční obrazec vytvořený systémem, proto může být ATF definována jako škálovaná Fourierova transformace pupilové funkce.

$$ATF(f_x, f_y) = \mathcal{F} \left\{ \frac{A}{\lambda z_i} \iint_{-\infty}^{\infty} P(u, v) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda z_i} (xu + yv)} dudv \right\} = (A \lambda z_i) P(-\lambda z_i f_x, -\lambda z_i f_y) \quad (2.19)$$

V případě symetrické pupily nemusíme brát záporné znaménka v úvahu. Také konstantu $A \lambda z_i$ můžeme zanedbat a postavit ji rovnu 1. Získáváme tedy následující vztah:

$$ATF(f_x, f_y) = P(\lambda z_i f_x, \lambda z_i f_y) \quad (2.20)$$

Z rovnice 2.20 vyplývá, že přenos difrakčně limitovaného koherentního systému je perfektní nad prahem a nulový pod prahem určeným pupilovou funkcí (*Goodman, 1996*).

2.1.3.2 Nekoherentní zobrazování

Při nekoherentním zobrazování je detekovaná intenzita I_i dána středováním kvadrátů absolutních hodnot komplexní amplitudy U_i .

$$I_i(x, y) = \langle |U_i(x, y)|^2 \rangle = \iiint_{-\infty}^{\infty} h(x-\xi, y-\eta) h^*(x-\xi', y-\eta') \langle U_o(\xi, \eta) U_o^*(\xi', \eta') \rangle d\xi d\eta d\xi' d\eta' \quad (2.21)$$

Nyní je nutné definovat pojem vzájemná intenzita Γ , která je mírou prostorové koherence světla. Pro úplně nekoherentní osvětlení lze $\Gamma(\xi, \eta, \xi', \eta')$ přepsat do následujícího tvaru:

$$\Gamma(\xi, \eta, \xi', \eta') = \langle U_o(\xi, \eta) U_o^*(\xi', \eta') \rangle = I_g(\xi, \eta) \delta(\xi - \xi', \eta - \eta') \quad (2.22)$$

I_g popisuje intenzitu (geometrického) předmětu. Vzájemnou intenzitu úplně nekoherentního světla si dosadíme do vztahu pro intenzitu obrazu I_i (rovnice 2.21).

$$I_i(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} |h(x - \xi, y - \eta)|^2 I_g(\xi, \eta) d\xi d\eta = |h|^2 \otimes I_g \quad (2.23)$$

Nekoherentní zobrazování je tedy lineární v intenzitě. Systém je popsán intenzitní impulzní odezvou $|h|^2$. Z principu konvolučního teorému (rovnice 2.10) si konvoluci převedeme na násobení spekter a tyto spektra si normalizujeme následovně:

$$\frac{\mathcal{F} \{I_i(x, y)\}}{\mathcal{F}_0 \{I_i(x, y)\}} = \frac{\mathcal{F} \{|h(x, y)|^2\}}{\mathcal{F}_0 \{|h(x, y)|^2\}} \cdot \frac{\mathcal{F} \{I_g(x, y)\}}{\mathcal{F}_0 \{I_g(x, y)\}} = G_i(f_x, f_y) = \mathcal{H}(f_x, f_y) \cdot G_g(f_x, f_y) \quad (2.24)$$

\mathcal{F}_0 značí Fourierovu transformaci v souřadnicích (0,0). Tato normalizace zaručuje, že přenosová funkce soustavy je rovna jedné pro nulovou prostorovou frekvenci.

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{\mathcal{F} \{|h(x, y)|^2\}}{\mathcal{F}_0 \{|h(x, y)|^2\}} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} |h(x, y)|^2 e^{-i2\pi(xf_x + yf_y)} dx dy}{\iint_{-\infty}^{\infty} |h(x, y)|^2 dx dy} \quad (2.25)$$

Pro další postup je nutné si zadefinovat autokorelační teorém, který říká, že kvadrát absolutní hodnoty Fourierovy transformace funkce můžeme přepsat jako Fourierovu transformaci autokorelace této funkce.

$$\begin{aligned} |\mathcal{F} \{g(x, y)\}|^2 &= \mathcal{F} \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} g(x', y') g^*(x' - x, y' - y) dx' dy' \right\} \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} G(\xi, \eta) G^*(\xi - f_x, \eta - f_y) d\xi d\eta \end{aligned} \quad (2.26)$$

Z koherentního zobrazování je známé, že ATF je Fourierovou transformací amplitudové impulzní odezvy (rovnice 2.18), proto s využitím znalosti autokorelačního teorému můžeme intenzitní přenosovou funkci přepsat jako normalizovanou autokorelaci ATF.

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} H(u', v') H^*(u' - f_x, v' - f_y) du' dv'}{\iint_{-\infty}^{\infty} |H(u', v')|^2 du' dv'} \quad (2.27)$$

ATF je škálovaná pupilová funkce soustavy (rovnice 2.20). Proto můžeme přenosovou funkci vyjádřit také jako normalizovanou autokorelaci škálované pupilové funkce.

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} P\left(u + \frac{\lambda z_p f_x}{2}, v + \frac{\lambda z_p f_y}{2}\right) P^*\left(u - \frac{\lambda z_p f_x}{2}, v - \frac{\lambda z_p f_y}{2}\right) dudv}{\iint_{-\infty}^{\infty} |P(u, v)|^2 dudv} \quad (2.28)$$

Takto definovanou přenosovou funkci označujeme jako funkci optického přenosu (OTF). Hodnocení pomocí OTF tedy využíváme u soustav zobrazujících v nekoherentním světle (*Goodman, 1996*).

2.1.3.3 Rozptylové funkce

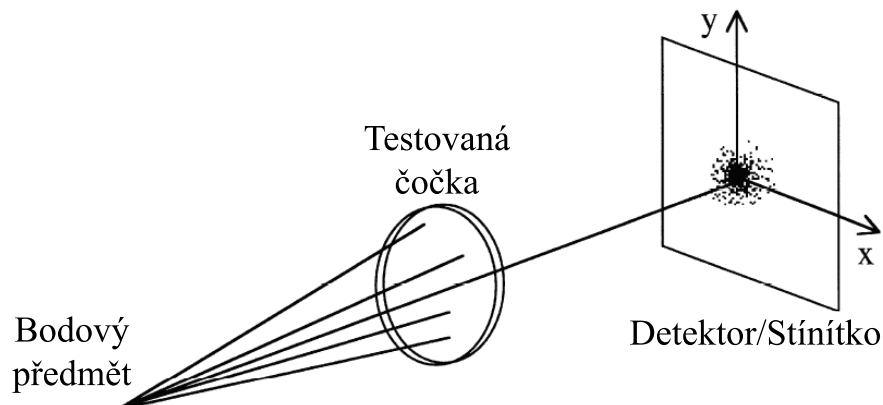
Intenzitní impulzní odezvu těchto systémů označujeme také jako rozptylovou funkci. Rozptylové funkce popisují rozložení intenzity v obrazové rovině při zobrazení známého předmětu. Proto je dělíme podle tvaru zobrazovaného předmětu.

- **Funkce obrazu bodu (PSF)**

Nejčastěji používána je funkce obrazu bodu (PSF - z anglického *Point-spread function*), která vychází z difrakční teorie pro zobrazování bodu (Airyho disk) a popisuje intenzitní rozložení v obrazové rovině při zobrazování bodového předmětu. Dokonalý bodový předmět můžeme matematicky popsat jako dvourozměrnou delta funkci.

$$g_1(x, y) = \delta(x, y) \quad (2.29)$$

Pro měření (Obrázek 3) je ovšem velmi obtížné vytvořit předmět, který by se blížil dokonale bodovému předmětu a mohli bychom ho jednoduše detekovat. Z tohoto důvodu při měření obvykle využíváme jiné typy předmětů.



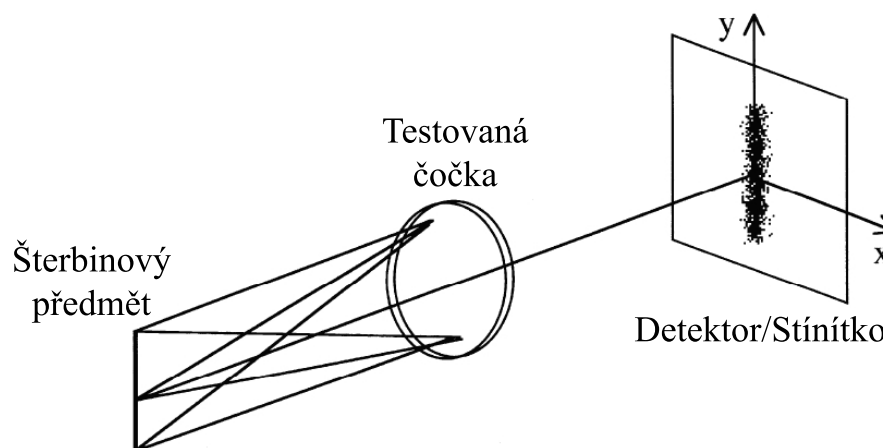
Obrázek 3: Konfigurace měření PSF (Boreman, 2001).

- **Funkce obrazu přímky (LSF)**

Nekonečně úzkou štěrbinu můžeme matematicky reprezentovat jednorozměrnou delta funkcí.

$$g_1(x, y) = \delta(x)1(y) \quad (2.30)$$

Rozložení intenzity (Obrázek 4) v obrazové rovině takto definovaného předmětu popisuje funkce obrazu přímky (LSF - z anglického *Line-spread function*).



Obrázek 4: Konfigurace měření LSF (Boreman, 2001).

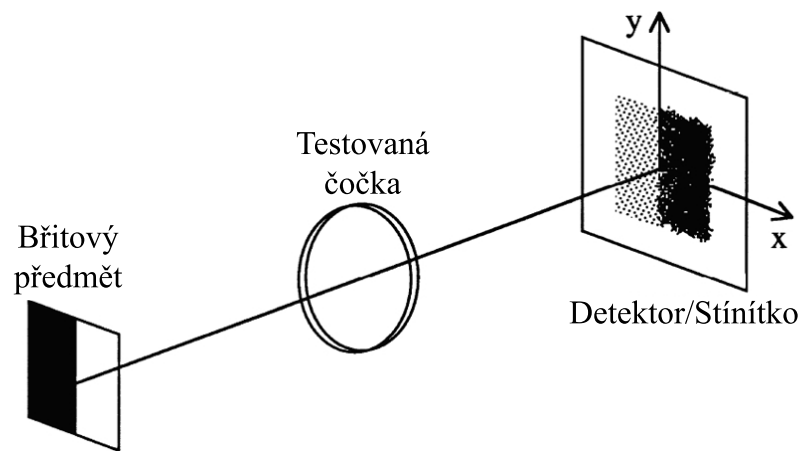
Při využití štěrbiny jako předmětu je ovšem nutné počítat s korekcí, protože vyrobit nekonečně úzkou štěrbinu je prakticky nemožné.

- **Funkce obrazu rozhraní (ESF)**

Pokud je předmětem dokonalý břít (hrana), můžeme pro matematický popis použít schodovou funkci (*step function*).

$$g_1(x, y) = \text{step}(x)1(y) \quad (2.31)$$

Rozložení intenzity při tomto zobrazování (Obrázek 5) popisuje funkce obrazu rozhraní (ESF - z anglického *Edge-spread function*). Břítové předměty jsou při měření obvyklé.



Obrázek 5: Konfigurace měření ESF (Boreman, 2001).

- **Důležité vztahy pro rozptylové funkce**

Dvourozměrnou OTF získáme z PSF Fourierovou transformací.

$$\mathcal{F} \{PSF(x, y)\} = \int_{-\infty}^{\infty} PSF(x, y) e^{-i2\pi(xf_x + yf_y)} dx dy = OTF(f_x, f_y) \quad (2.32)$$

Při zobrazování šterbiny pracujeme s LSF a pokud je předmětem břít (hrana), tak s ESF. Tyto funkce jsou superpozicí PSF, proto je můžeme mezi sebou převádět. Pokud zintegrujeme PSF podle jedné ze souřadnic, získáme LSF.

$$\int_{-\infty}^{\infty} PSF(x, y) dx = LSF(x) \quad (2.33)$$

Pokud provedeme Fourierovu transformaci LSF, získáme jednorozměrnou OTF systému.

$$\mathcal{F} \{LSF(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} LSF(x) e^{-i2\pi x f_x} dx = OTF(f_x) \quad (2.34)$$

OTF z ESF můžeme vypočítat tak, že ESF převedeme na LSF derivováním podle x a následně provedeme Fourierovu transformaci.

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{d}{dx} [ESF(x)] \right\} = \mathcal{F} \{LSF(x)\} = OTF(f_x) \quad (2.35)$$

Tento převod je nutný pro výpočet OTF v případě využití břitového předmětu nebo při skenování břitem (*Boreman, 2001; Driggers et al., 2012*).

2.2 Funkce optického přenosu (OTF)

OTF je obecně komplexní funkce. Při měření však obvykle určujeme pouze absolutní hodnotu OTF, kterou označujeme jako funkci přenosu modulace (MTF). Funkci v exponentu nazýváme funkcí přenosu fáze (PTF) (*Williams et al., 2002*).

$$OTF(f_x, f_y) = |H(f_x, f_y)| e^{i\phi(f_x, f_y)} = MTF(f_x, f_y) e^{iPTF(f_x, f_y)} \quad (2.36)$$

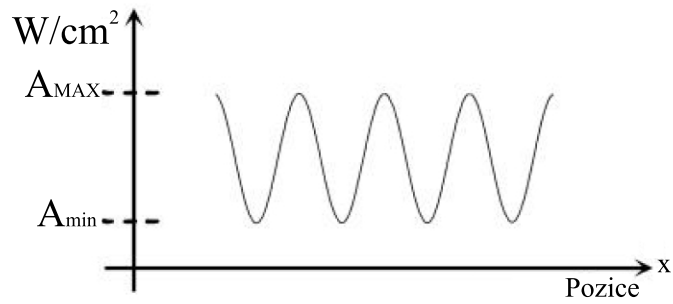
$$MTF(f_x, f_y) = |OTF(f_x, f_y)| \quad (2.37)$$

2.2.1 Funkce přenosu modulace (MTF)

Funkce přenosu modulace popisuje změnu kontrastu harmonických složek předmětu při zobrazování. Pro zjednodušení uvažujeme jako předmět harmonickou mřížku. Izoplanatický systém zobrazí harmonickou mřížku jako jinou harmonickou mřížku. Z důvodu omezení prostorového rozlišení optické soustavy je v obrazové rovině snížena hloubka modulace vzhledem k hloubce modulace předmětu. Hloubku modulace (Obrázek 6) můžeme definovat jako podíl rozdílu a součtu maximální a minimální amplitudy.

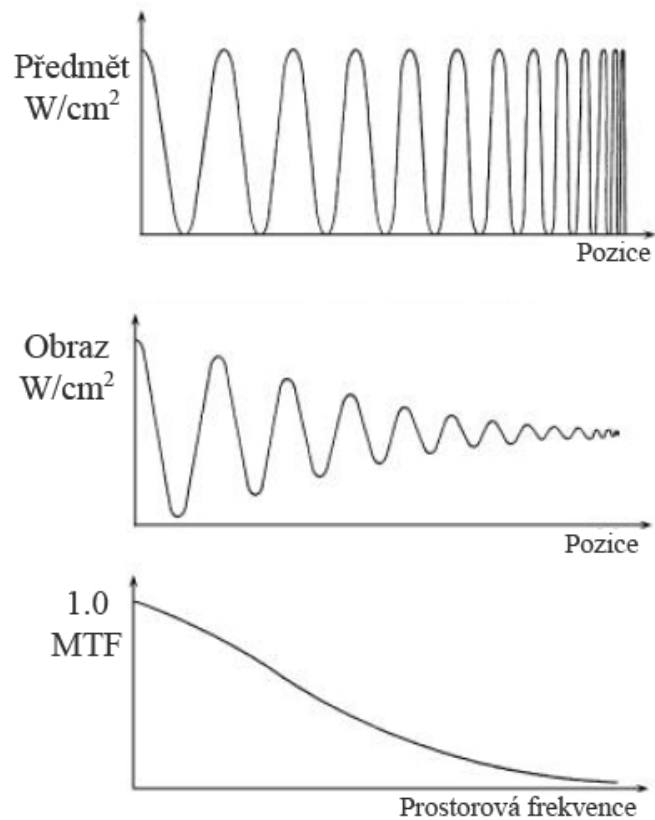
$$M = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}} \quad (2.38)$$

Pokud existuje úroveň ozáření, která nelze popsat změnou prostorové frekvence, je úroveň hloubky modulace $M = 0$. U nízkých hodnot modulační hloubky je důležité počítat s nevyhnutelným šumem soustavy. Vliv omezení prostorového rozlišení soustavy se výrazněji projevuje při přenosu vyšších prostorových frekvencí, protože velikost detailu, kterou tyto frekvence přenášejí, je menší než u nižších frekvencí.



Obrázek 6: Hloubka modulace (rovnice 2.38) (*Boreman, 2001*).

Při posuzování soustavy vykresluje MTF jako funkci prostorových frekvencí (Obrázek 7). OTF/MTF normujeme tak, že má hodnotu 1 pro prostorovou frekvenci 0 (rovnice 2.25). (*Boreman, 2001*).



Obrázek 7: MTF jako funkce prostorových frekvencí (*Boreman, 2001*).

MTF soustavy závisí na mnoha konstrukčních parametrech soustavy, proto je na místě soustavu popisovat více než jednou MTF křivkou. Hlavní parametry, které je třeba při měření MTF vzít k úvahu, jsou následující:

- **Azimutální otočení použitého testu**

Výsledné křivky MTF pro měřenou soustavu se obvykle liší v závislosti na azimutálním otočení testu, je tedy vhodné měřit MTF alespoň při sagitální a tangenciální orientaci testu.

- **Poloha v zorném poli**

Kvalita zobrazování optických soustav je závislá na poloze v zorném poli. Zpravidla nejlepší obrazovou kvalitu poskytuje střed zorného pole, se vzdáleností od středu kvalita zobrazení kolísá. Průběh změny kvality přenosu se vzdáleností od středu je obvykle relativně pomalý, proto stačí pro adekvátní hodnocení měření v několika vybraných místech zorného pole měřené soustavy.

- **Zvolené zaostření**

Nejlepšího vhodného zaostření, kdy je bod zobrazen s nejlepší možnou MTF, není možné dosáhnout v jedné rovině. Toto je způsobeno zklenutím pole. Při měření MTF musí být jasně stanovena zaostřovací rovina. Pokud není uvedeno jinak, obvykle se uvažuje střed zorného pole.

- **Spektrální charakteristika záření využívaného v měřící soustavě**

Křivka MTF pro danou soustavu je výrazně ovlivněna spektrální charakteristikou zvoleného záření. Projevuje se především různá propustnost pro různé vlnové délky nebo kvalita korekce chromatické aberace.

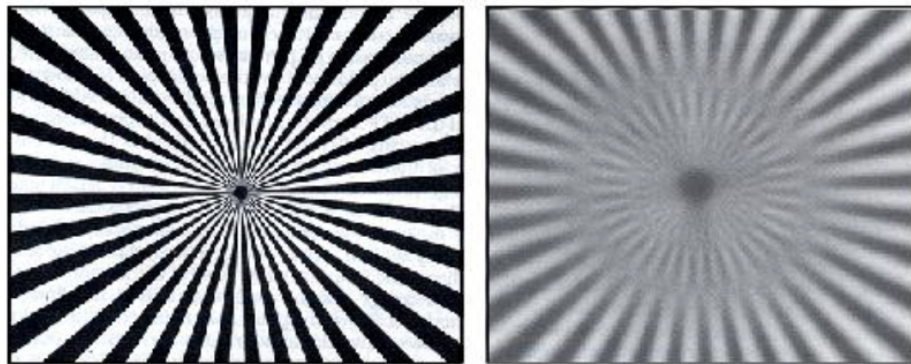
- **Clonové číslo/Velikost apertury**

Abychom mohli správně vyhodnotit křivku MTF, je vhodné znát clonové číslo soustavy, které může mít vliv na její průběh. Toto je způsobeno vlivem apodizace na kvalitu zobrazení.

Při záznamu výsledků je nutné uvést podmínky měření, aby soustava mohla být správně posouzena. Průběh MTF také ovlivňují například také aberace soustavy, citlivost detektoru, měřítko zobrazení (*Boreman, 2001; Goodman, 1996*).

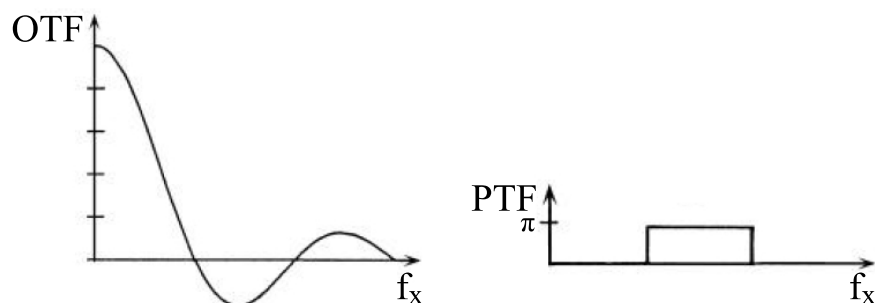
2.2.2 Funkce přenosu fáze (PTF)

Funkce přenosu fáze (PTF) popisuje, jak měřená soustava přenáší fázi prostorových frekvencí, neboli ovlivnění vzoru předmětu při zobrazování. PTF je také funkcí prostorových frekvencí, proto se mění společně s MTF. Pokud je hodnota $PTF = 0$, soustava buď nemění fázi dané prostorové frekvence, nebo dochází k jejímu zopakování ($PTF = 0 = 2\pi$). V případě, že $PTF \neq 0$, dochází k ovlivnění obrazu. Nejzajímavější je případ, kdy $PTF = \pi$, tehdy dochází u černobílého obrazu k záměně černé za bílou a opačně. Pokud je průběh PTF v zorném poli symetrický, tak k fázovému obrácení dochází například při pozorování testové Siemensovy hvězdy mírně defokusem objektivem (Obrázek 8 a 9).



Obrázek 8: Fázové obrácení Siemensovy hvězdy (*Opticos, 1999*).

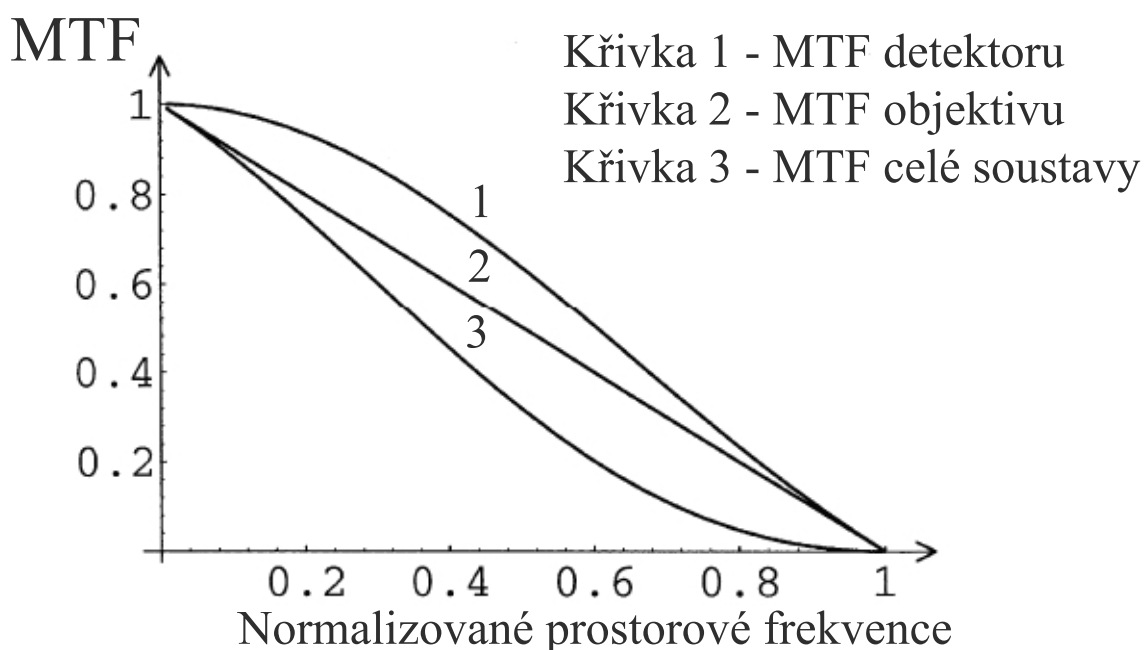
K fázovému obrácení dochází, pokud je hodnota OTF záporná. Při vyhodnocování kvality soustav obvykle stačí průběh MTF křivky. Pokud ovšem potřebujeme určit a vyhodnotit závažnost některých aberací, je nutné znát i průběh PTF. (*Opticos, 1999; Boreman, 2001*).



Obrázek 9: OTF a PTF při fázovém obrácení (*Boreman, 2001*).

2.2.3 Kaskáda OTF/MTF

V praxi se hodnocení soustavy křivkou MTF často používá pro celé soustavy, protože k výpočtu celkové MTF velké části systémů stačí mezi sebou násobit MTF dílčích částí. Tento výpočet je velmi výhodný a lze provádět u všech systémů, kde každý dílčí prvek pracuje nezávisle v nekoherentním osvětlení (Obrázek 10). Výpočet nebude fungovat například pro achromát, kde si čočky vzájemně korigují otvorovou vadu, tedy jsou na sobě závislé. Celková MTF achromátu může být vyšší než součin MTF dílčích čoček (Boreman, 2001).



Obrázek 10: MTF Kaskáda (Boreman, 2001).

2.2.4 OTF/MTF detektorů

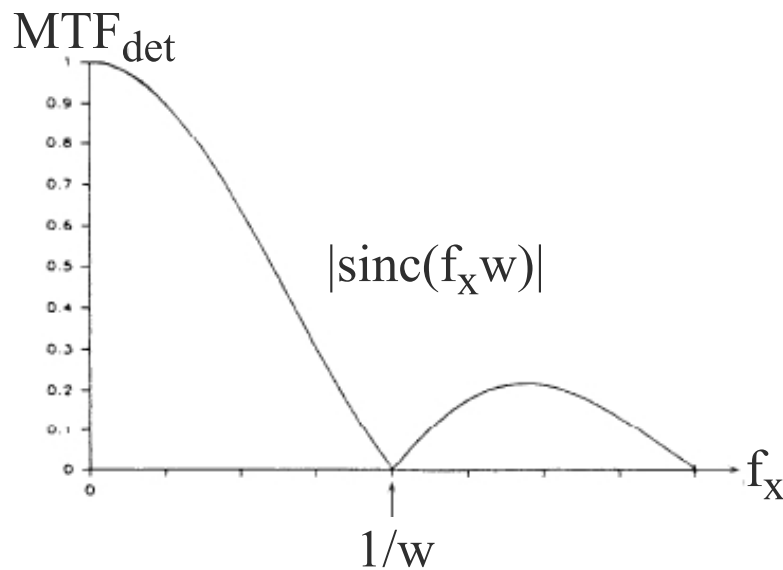
Při většině metod měření používáme nějaký detektor (případně pole detektorů). Je nutné si zadefinovat, jak detektor přenáší/zaznamenává měřené prostorové frekvence. Mějme tedy detektor tvaru čtverce o velikosti $w \times w$. Detektor při nekoherentním zobrazování provádí prostorové středování, což můžeme popsat jako konvoluci osvětlení scény $o(x, y)$ s funkcí popisující citlivost detektoru (v tomto případě rektangulární funkce).

$$g(x, y) = o(x, y) \otimes \text{rect}\left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}\right) \quad (2.39)$$

Na principu konvolučního teorému můžeme z konvoluce vyčíslit, že MTF námi definovaného detektoru bude definována jako Fourierova transformace rektangulární funkce. Fourierova transformace rektangulární funkce je sinc funkce.

$$MTF_{det}(f_x) = \left| \mathcal{F} \left\{ \text{rect} \left(\frac{x}{w} \right) \right\} \right| = |\text{sinc}(f_x w)| = \left| \frac{\sin(\pi f_x w)}{\pi f_x w} \right| \quad (2.40)$$

Pro hodnotu $f_x = \frac{1}{w}$ bude hodnota nulová (Obrázek 11).



Obrázek 11: MTF čtvercového detektoru o šířce w .

Pokud bychom vzali v úvahu obdélníkový detektor s rozměry $w_x \times w_y$, musíme provést výpočet v obou rozměrech. V případě využití pole detektorů musíme brát v úvahu více faktorů, mezi které patří například crosstalk (přeslechy pixelů) nebo orientace a místo, kde obraz testu dopadne (přímo na pixely/mezi pixely) (Boreman, 2001).

2.2.4.1 Vzorkování

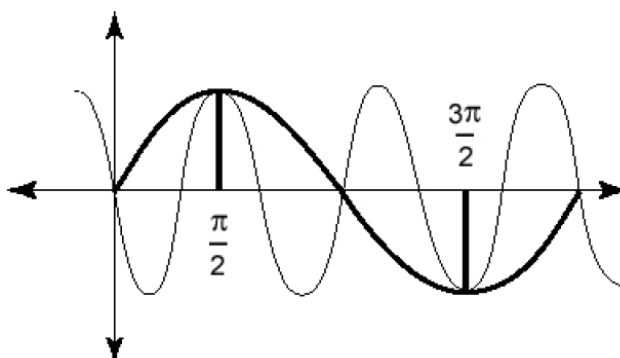
Při měření OTF/MTF se nevyhneme nutnosti volby vzorkování signálu. Ideálním případem by bylo kontinuální snímání s infinitezimálně malými kroky. V praxi je velikost, počet i rychlost zaznamenávání omezena použitým vybavením a výpočetní kapacitou. Snažíme se tedy volit nejvhodnější vzorkování, abychom se vyhnuli *aliasingu* (Opticos, 1999).

2.2.4.2 Aliasing

Aliasing se projevuje při nedostatečném vzorkování. Při vzorkování prostorových frekvencí je nutné, abychom zaznamenali hodnotu alespoň dvakrát během jedné periody prostorové frekvence, jinak nemůžeme zaznamenaná data jednoznačně rekonstruovat. Tato podmínka vychází z vzorkovacího teorému a krajní frekvence vzorkování se označuje jako Nyquistova. Abychom tedy splnili Nyquistovu podmínku, je nutné, aby vzorkovací krok Δx splňoval následující nerovnost.

$$\Delta x < \frac{1}{2f_x} \quad (2.41)$$

Pokud podmínka není splněna, obvykle pro vysoké frekvence, dochází při záznamu k tomu, že se tyto frekvence transformují do pásma pod Nyquistovou frekvencí a vytváří tak falešné informace (Obrázek 12 - nedostatečně navzorkovaná frekvence (tenká čára)), protože je nedokážeme jednoznačně rekonstruovat. Pro přesnější záznam je vhodné použít anti-aliasing filtr, který vyfiltruje frekvence nesplňující Nyquistovu podmínku (rovnice 2.41) (*Opticos, 1999*).



Obrázek 12: Aliasing (*Opticos, 1999*).

2.2.5 Vliv aberací na OTF/MTF

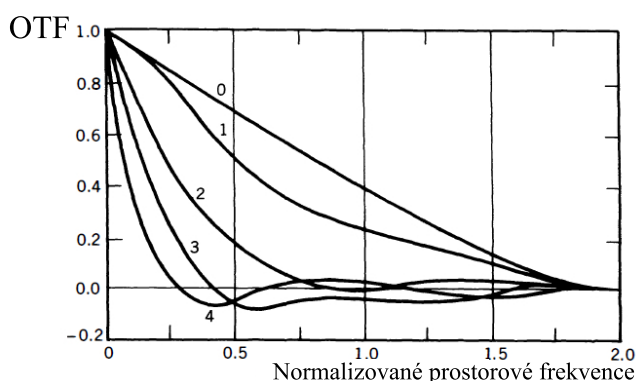
MTF soustav zatíženými aberacemi bude vždy horší nebo stejné jako MTF bezaberačních soustav.

$$MTF_{abrace}(f_x) \leq MTF_{bez\ abrace}(f_x) \quad (2.42)$$

Aberace ovlivňují, jakou nejvyšší prostorovou frekvenci $f_{x-cutoff}$ mohou soustavy přenést, a také průběh křivky (přenos pro přenášené frekvence), který $f_{x-cutoff}$ obvykle snižují a křivka strměji klesá (horší přenos) (*Boreman, 2001*).

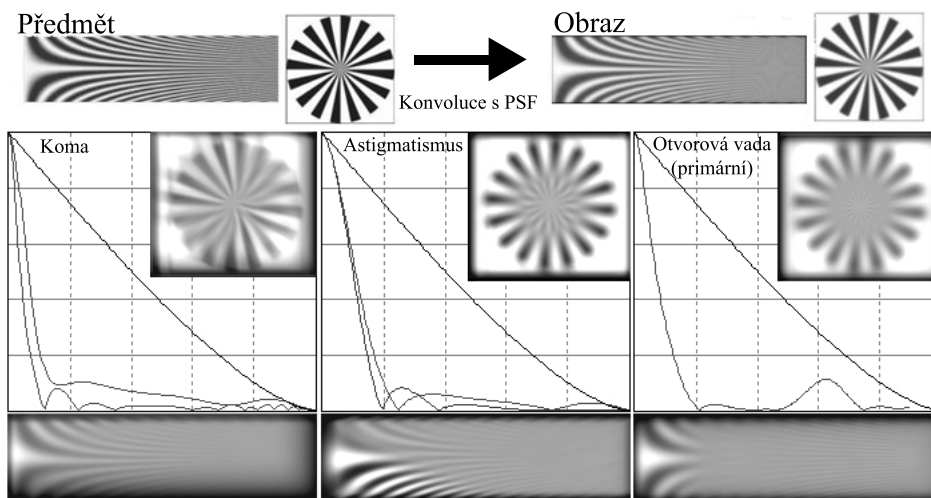
2.2.5.1 Rozostření

Rozostření můžeme považovat za nejjednodušší aberaci, proto je zajímavé ukázat si vliv aberací na MTF právě pro různé hodnoty rozostření (Obrázek 13). Míru rozostření můžeme vyjádřit pomocí změny optické dráhy (OPD - z anglického optical path difference). Z Obrázku 15 je jasné, že s rostoucím OPD je přenos soustavy horší (snižuje se maximální přenesená frekvence a funkce je strmější). Křivka 0 popisuje přenos fyzikálně dokonalého difrakčně omezeného systému a další křivky popisují rostoucí defokus = $\frac{n\lambda}{\pi}$, kde n je číslo křivky. . Dochází dokonce i k případům, že OTF je záporná, což v praxi znamená, že dochází k fázovému obrácení (Boreman, 2001).



Obrázek 13: Vliv rozostření na průběh OTF (Williams et al., 2002).

Na Obrázku 14 jsou znázorněny průběhy MTF pro několik typů aberací, vždy s porovnáním s fyzikálně dokonalým difrakčně omezeným systémem (pokud jsou křivky dvě, jedná se o tangenciální a sagitální aberaci).



Obrázek 14: Příklady vlivu aberací na průběh MTF (Telescope Optics, 2019).

2.2.5.2 Strehlovo kritérium

Ostatní aberace mají na MTF obdobný vliv jako rozostření, je tedy vhodné soustavy hodnotit pomocí Strehlova kritéria S , které popisuje, jak se měřená soustava liší od fyzikálně dokonalé difrakčně omezené soustavy. Rozdíl mezi soustavami (Strehlovo kritérium) se vyjadřuje jako podíl impulzní odezvy měřené soustavy h_* a impulzní odezvy bezaberační difrakčně omezené soustavy na ose intenzity. Pro hodnocení pomocí Strehlova kritéria je limitní hodnota $S \geq 0,8$, kdy ještě můžeme soustavu považovat za fyzikálně dokonalou difrakčně omezenou soustavu ($OPD \approx \frac{\lambda}{4}$).

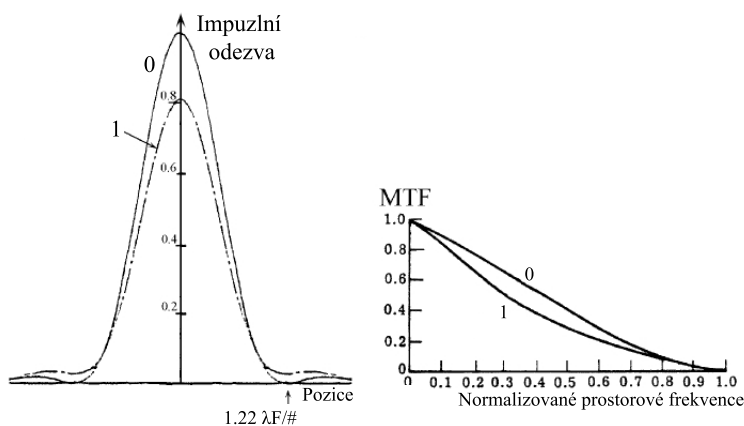
$$S = \frac{h_*(x = 0, y = 0)}{h_{bez\ aberace}(x = 0, y = 0)} \quad (2.43)$$

Strehlovo kritérium můžeme také definovat pomocí OTF/MTF jako podíl plochy pod křivkou měřené soustavy a plochy pod křivkou bezaberační difrakčně omezené soustavy.

$$g(x = 0, y = 0) = \iint G(f_x, f_y) df_x df_y \quad (2.44)$$

$$S = \frac{\iint OTF_*(f_x, f_y) df_x df_y}{\iint OTF_{bez\ aberace}(f_x, f_y) df_x df_y} \quad (2.45)$$

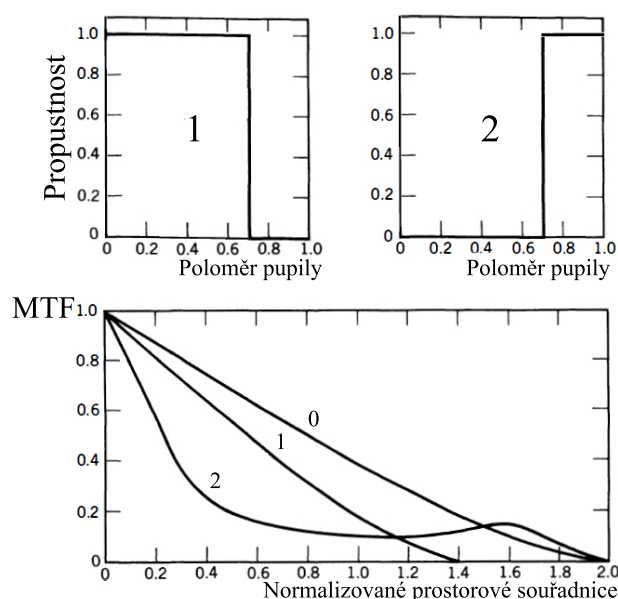
Různé aberace mají na plochu pod křivkou měřené soustavy jiný vliv, dá se však říct, že s klesající hodnotou klesá i hodnota Strehlova kritéria a limitní hodnota $S > 0,8$, kdy už soustavu nemůžeme považovat za bezaberační, odpovídá rozostření $OPD_{MAX} < \frac{\lambda}{4}$ (Obrázek 15 - Křivka 0 - fyzikálně dokonalý difrakčně omezený systém; Křivka 1 - rozostření $\frac{\lambda}{4}$) (Boreman, 2001).



Obrázek 15: Strehlovo kritérium a MTF (Boreman, 2001).

2.2.6 Vliv apodizace na OTF/MTF

Apodizace, neboli změna propustnosti pupily, má vliv na kvalitu zobrazení, ovlivňuje tedy i křivku OTF/MTF. Použití apodizace mění pupilovou funkci soustavy, ovlivňuje soustavu s předvídatelnými účinky. Můžeme toho využít, pokud například potřebujeme přenášet určitý vybraný interval prostorových frekvencí co nejlépe a ostatní nás nezajímají. Na Obrázku 16 jsou dva příklady apodizací, periferní clonění (křivka 1) a centrální clonění (křivka 2). Křivka 0 popisuje průběh pro fyzikálně dokonalý difrakčně omezený systém bez apodizace (*Williams et al., 2002*).



Obrázek 16: Vliv apodizace na křivku MTF (*Williams et al., 2002*).

2.3 Měření OTF/MTF

Hodnocení optických soustav pomocí OTF je objektivní metoda používaná pro soustavy s nekoherentním osvětlením, která umožňuje hodnotit soustavu v podmínkách jejího konečného využití buď jako optické nebo také elektrooptické systémy. Tuto metodu lze použít k hodnocení širokého spektra optických soustav. Pro návrháře optických soustav je výhodné, že OTF může být teoreticky stanovena na základě konstrukčních parametrů soustavy a skutečnost, že OTF celého systému může být teoreticky vypočtena pro většinu typů systémů násobením OTF dílčích prvků soustavy. Tyto vlastnosti dovolují navrhnout soustavu dosahující předepsaných parametrů optického přenosu. Většina programů pro návrh optických soustav pracují s vyhodnocováním OTF/MTF.

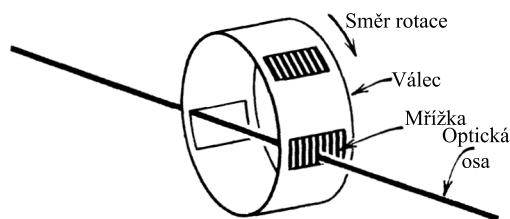
Takřka všechny měřicí soustavy můžeme považovat za elektrooptické systémy. Elektrooptické systémy se kromě optické části mohou skládat z detektorů, displejů, skenerů, procesorů a různých dalších elektronických zařízení. Elektronická zařízení ovlivňují výsledky měření nevyhnutelným šumem (*Opticos 1999*).

2.3.1 Metody měření OTF/MTF

Z historického pohledu bylo vytvořeno mnoho způsobů, jak OTF/MTF účinně měřit. Pro každou z metod existuje řada možností pro sestavení měřicího systému. Pro výběr vhodné metody a soustavy je nutné určit si hlavní podmínky, na kterých při měření MTF záleží. V současné době jsou nejvíce využívány skenovací a interferometrické metody, případně metody využívající generaci prostorových frekvencí.

2.3.1.1 Měření pomocí generace prostorových frekvencí

Pokud jako předmět použijeme harmonickou mřížku o známé prostorové frekvenci, můžeme MTF měřit přímo - porovnáním předmětu a obrazu. Změna kontrastu udává hodnotu MTF soustavy pro danou prostorovou frekvenci. Při měření se využívá série testů s proměnnou prostorovou frekvencí, výsledkem je graf MTF v rozsahu prostorových frekvencí použitých testů. Bylo vyvinuto mnoho způsobů, jak prostorovou frekvenci předmětu efektivně měnit při neustálém měření kontrastu, využívá se rotačních testů (Obrázek 17), moiré nebo tzv. Noise-target předmětů, kdy vytváříme šumu podobné předměty se známou prostorovou frekvencí. Při zvolení této metody můžeme měřit MTF pro mono- i polychromatické záření. Další výhodou je velká účinnost prosvětlování testů, což umožňuje výborný poměr signál/šum (SNR - z anglického signal-to-noise ratio). Můžeme měřit velmi vysoké prostorové frekvence. Na druhou stranu je velmi složité vyrobit přesné harmonické mřížky (obvykle sinusové) a měření může být velice zdlouhavé (*Opticos, 1999; Boreman, 2001*).

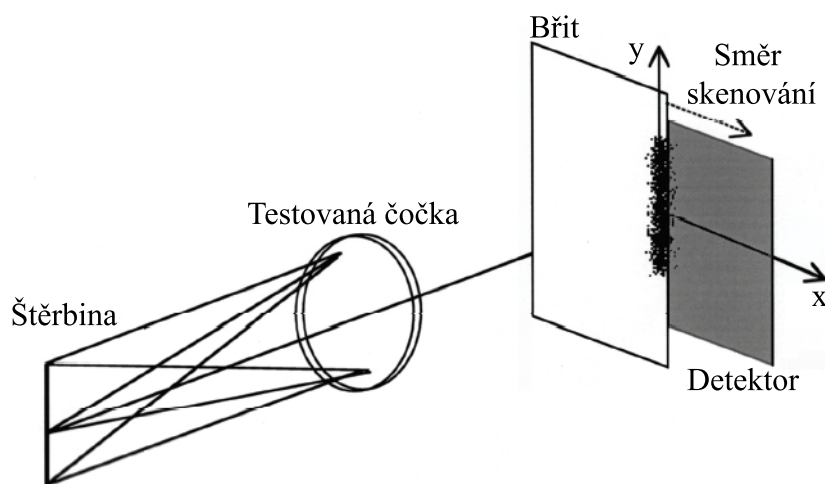


Obrázek 17: Příklad změny prostorové frekvence pomocí rotace válce (*Williams et al., 2002*).

2.3.1.2 Skenovací metody

Skenovací systémy skenují obraz známého předmětu, který je zobrazen měřenou soustavou. Výsledkem jednorozměrného skenování je funkce obrazu přímky (LSF) nebo rozhraní (ESF), u dvourozměrného skenování získáváme funkci přenosu bodu (PSF). Jako předmět se při měření nejčastěji používá štěrbinu nebo také břit. Skenování obrazu může být provedeno mechanicky, pomocí přesného clonění obrazu štěrbinou nebo břitem a záznamu na detektor, nebo také pomocí pole detektorů. Skenováním získáváme rozptylovou funkci soustavy. Pro výpočet OTF je nutné provést Fourierovou transformací LSF (rovnice 2.16), v případě ESF je nutné tuto funkci převést na LSF derivováním (rovnice 2.24).

Volba tvaru obrazu a způsobu skenování (Obrázek 18) dává stejné výsledky, ovšem SNR je pro každou metodu odlišný. Mechanické skenování trvá obvykle delší dobu, avšak jako detektor může být použita fotodioda a nedochází k omezení ve spektrálních oblastech, pro které nejsou pole detektorů dostupná. Korekce měření může být složitá, protože křivka MTF maticových detektorů může být komplikovaná z důvodu jejich stavby. Skenování pomocí pole detektorů je ovšem fotometricky mnohem účinnější a neobsahuje žádné pohyblivé části, což urychluje měření. Můžeme si tedy zvolit konfiguraci, která je pro nás nejvhodnější. Tento způsob měření je nejvíce obvyklý z důvodu jednoduchosti a rychlosti výpočtu při použití výpočetní techniky. Měření může být prováděno pro mono- i polychromatické záření. Rozsah měřitelných frekvencí je omezen buď přesností nejmenšího kroku mechanického posuvu nebo velikostí pixelů. Nevýhodou této metody může být nedostatečná fotometrická účinnost při použití co nejmenších/nejužších testů. (*Opticos, 1999; Boreman, 2001*).



Obrázek 18: Příklad konfigurace (mechanické) skenovací soustavy (*Boreman, 2001*).

2.3.1.3 Interferometrické metody

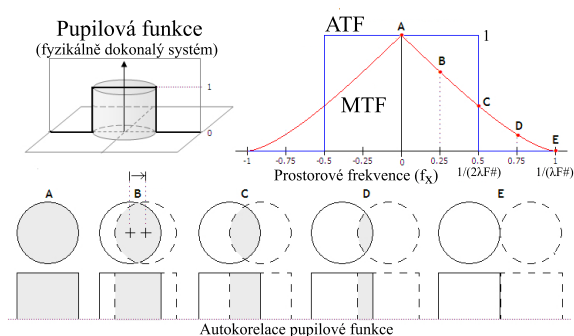
Při měření MTF soustavy lze využít také interferometr. Vyhodnocení MTF může být provedeno autokorelací pupilové funkce (Obrázek 19) měřené soustavy nebo analýzou PSF vypočtené z Fourierovy transformace tvaru vlnoplochy v pupile. Interferometr při měření využívá monochromatické světlo (laser), proto je výsledkem měření MTF pouze pro jednu danou vlnovou délku. Díky tomuto principu se měření nehodí k měření soustav zatížených nezanedbatelnými chromatickými aberacemi. U soustav s výraznými aberacemi je tvar vlnoplochy v pupile složitý a vyhodnocení MTF může být velmi náročné (*Opticos, 1999*).

2.3.1.3.1 Měření pupilové funkce

Interferometr měří vlnové aberace soustavy, které ovlivňují tvar pupilové funkce. Z definice je pupilová funkce uvnitř apertury nenulová, jinak je rovna nule a leží v souřadnicové rovině výstupní pupily (u, v) . Průběh amplitudy v pupile popisuje $\mathcal{P}(u, v)$, k je vlnové číslo a $W(u, v)$ je vlnová aberace.

$$P(u, v) = \mathcal{P}(u, v)e^{ikW(u,v)} \quad (2.46)$$

Tvar vlnové aberace můžeme vyčíst z interferogramu, který je zpravidla vytvářen v obrazové rovině CCD detektoru. Tento interferogram se vyhodnocuje softwarově. Přesnost tohoto měření je přímo úměrná rozlišovací schopnosti detektoru (tedy jak blízko od sebe mohou být interferenční proužky, abychom je dokázali rozlišit). Pro přesnější výsledky můžeme použít techniku fázového posunu, kdy zaznamenáváme nejméně tři interferogramy. Mezi jednotlivými měřeními pohybem referenční plochy interferometru zavádíme pro každý bod interferogramu fázový posun $\frac{\pi}{4}$ (*Kelsall, 1973*).



Obrázek 19: Grafické znázornění autokorelace kruhové pupily (*Telescope Optics, 2019*).

2.3.2 Uspořádání měřících zařízení

Měřicí soustavy z optického hlediska mají několik možností uspořádání, v závislosti na vlastnostech měřeného systému. Můžeme charakterizovat hlavní tři typy podle polohy předmětové a obrazové roviny měřené soustavy:

- **Předmětová rovina v nekonečnu, obrazová v konečné vzdálenosti**

Systémy, které mají předmětovou rovinu v nekonečnu a obrazovou v konečné vzdálenosti, jsou nejčastěji používané. Využívají se k měření např. fotografických objektivů.

- **Obě roviny v nekonečnu**

Systémy, které mají obrazovou i předmětovou rovinu v nekonečnu, se využívají k měření MTF afokálních soustav.

- **Obě roviny v konečné vzdálenosti**

Tyto systémy mají obrazovou i předmětovou rovinu v konečné vzdálenosti. Používají se při měření MTF např. zvětšovacích objektivů.

Většinou se setkáme s univerzálními soustavami, které jsou modifikovány pro potřeby měření (*Williams, 1999*).

2.3.3 Korekce měření

K měření nejčastěji používáme elektrooptické systémy, které do měření zavádí určitou hodnotu šumu. Tento šum je nutné vhodným způsobem minimalizovat nebo alespoň určit relevantní výsledky nezatížené šumem. Při měření pracujeme s reálnými optickými systémy, je nutné zohlednit některé korekční faktory, které po měření na MTF aplikujeme. Výsledky po korekci je možné porovnávat s teoretickými výpočty.

2.3.3.1 Konečná velikost použitých testů

Teoreticky pro měření uvažujeme nekonečně malé body, případně nekonečně úzké štěrbin. Ideální nekonečně malý bodový zdroj popisujeme delta funkcí $\delta(x, y)$. Fourierova transformace této funkce je rovna jedné. Obrazové spektrum je tedy přímo přenosovou funkcí soustavy.

$$G_2(f_x, f_y) = H(f_x, f_y)G_1(f_x, f_y) = H(f_x, f_y)\mathcal{F}\{\delta(x, y)\} = H(f_x, f_y) \quad (2.47)$$

Takovéto prvky není možné vyrobit, proto je důležité při praktickém měření MTF pomocí PSF či LSF počítat s konečnou velikostí testů. Snažíme se, aby použité testové předměty byly co nejbližší ideálním. Užší zdroj znamená širší spektrum. Přenosová funkce soustavy je podílem výstupního a vstupního spektra.

$$H(f_x, f_y) = \frac{G_2(f_x, f_y)}{G_1(f_x, f_y)} \quad (2.48)$$

Podíl spekter je roven dekonvoluci předmětové funkce s funkcí obrazu. Tuto operaci můžeme provést, pokud zanedbáme šum, nicméně pro korekci měření takové zanedbání není možné. Měřené spektrum G_{2*} je tedy součtem spektra obrazu a spektra šumu $N(f_x, f_y)$.

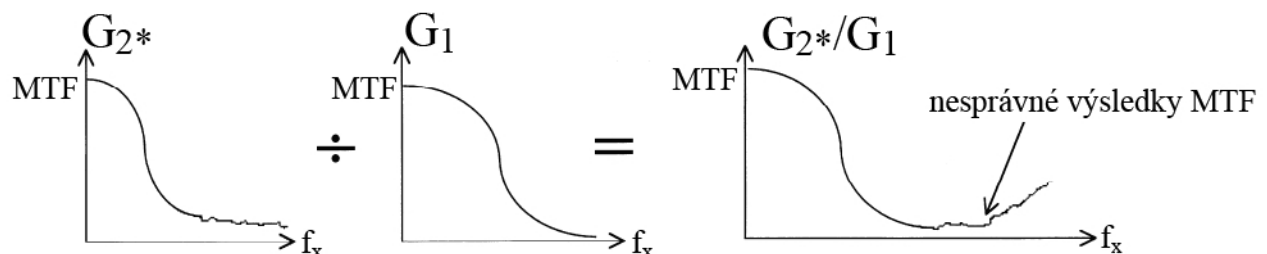
$$G_{2*}(f_x, f_y) = G_2(f_x, f_y) + N(f_x, f_y) \quad (2.49)$$

Dosazením měřeného spektra G_{2*} do rovnice 3.3 získáme:

$$H(f_x, f_y) = \frac{G_{2*}(f_x, f_y)}{G_1(f_x, f_y)} = \frac{G_2(f_x, f_y) + N(f_x, f_y)}{G_1(f_x, f_y)} = H(f_x, f_y) + \frac{N(f_x, f_y)}{G_1(f_x, f_y)} \quad (2.50)$$

Přenosová funkce soustavy bude relevantní pouze pro frekvence f_x, f_y , pro které platí $N(f_x, f_y) \ll G_1(f_x, f_y)$. Spektrum frekvencí, které tuto podmínku nesplňují, je velmi blízké nule. Z toho vyplývá, že spektrum šumu dělíme velmi malým číslem, vyčíslená funkce popisuje zdánlivě lepší hodnoty pro vysoké frekvence, než jsou ve skutečnosti; takové výsledky jsou nutně nerelevantní (Obrázek 20).

Při výběru testovacího předmětu musíme tedy vzít v úvahu jeho velikost. Čím menší zdroj, tím širší spektrum, ale také horší SNR. Při použití velmi úzkého zdroje je nutné, aby byl dostatečně jasný a SNR byl co nejlepší (Boreman, 2001).



Obrázek 20: Korekce výsledků (jednodimenzionální) (Boreman, 2001).

2.3.3.2 Konečná velikost detektoru

Do měřicího zařízení je obvykle zahrnut detektor nebo pole detektorů. Velikost světlo-citlivé části detektoru (pixelu) je konečná. Abychom získali MTF pouze prvku, který měříme, je nutné měřenou hodnotu podělit hodnotou MTF detektoru. Pokud například uvažujeme detektor tvaru a velikosti čtverce $w \times w$, který můžeme jednodimenzionálně definovat jako rektangulární funkci, popisuje křivku MTF detektoru absolutní hodnota sinc funkce (rovnice 2.40). Je nutné, aby korekční MTF byly vztaženy ke stejné rovině, ve které měříme MTF testovaného systému. Pokud se nepodaří zajistit, aby byly korekční hodnoty vztaženy (nejčastěji) k obrazové rovině měřené soustavy, musí se na korekční faktor aplikovat vhodný činitel zvětšení, aby bylo dosaženo sdruženosti rovin (*Boreman, 2001*).

2.3.3.3 Konečná velikost vzorkovacího intervalu

Při záznamu se snažíme splnit Nyquistovu podmínku. Pro skenovací systémy to znamená, že relevantnost měření je ovlivněna Nyquistovou frekvencí, kdy nejmenší možný krok ovlivňuje nejvyšší možnou měřitelnou prostorovou frekvenci. Abychom se vyhnuli aliasingu u skenovacích systémů a změřené hodnoty byly relevantní, obvykle pracujeme s frekvencí odpovídající polovině Nyquistovy frekvence. (*Boreman, 2001*).

2.3.3.4 Vliv spektrální odezvy

Výsledná MTF soustavy závisí také na charakteristice spektrální odezvy měřicího zařízení. Tuto skutečnost můžeme popsat následující rovnicí:

$$\mathcal{R}(\lambda) = N_{zdroj}(\lambda)R_{det}(\lambda)T_{opt}(\lambda)T_{filtr}(\lambda) \quad (2.51)$$

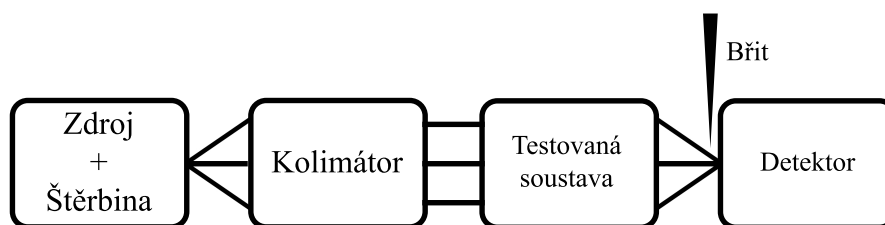
V rovnici 2.51 λ označuje vlnovou délku, $\mathcal{R}(\lambda)$ celkovou spektrální odezvu zařízení, $N_{zdroj}(\lambda)$ záření použitého zdroje, $R_{det}(\lambda)$ spektrální odezva detektoru, $T_{opt}(\lambda)$ propustnost optických prvků soustavy a $T_{filtr}(\lambda)$ propustnost filtračních prvků soustavy. Velmi výhodné je měřit MTF soustavy v podmínkách jejího konečného použití. Je tedy důležité použít zdroj a detektor, které jsou schopny pracovat s požadovanými vlnovými délkami, a optika či filtry tyto vlnové délky propustí (*Williams, 1999*).

3 Praktická část

Cílem praktické části práce bylo vytvoření sestavy pro fotometrickou analýzu obrazu štěrbinu mechanicky cloněného posuvným břitem a následný výpočet MTF. Hlavní motivací k vytvoření této soustavy byla skutečnost, že břitové skenovací systémy se chovají v infračervené oblasti spektra stejně, jako ve viditelné a dosahují vysoké přesnosti měření. Jako detektor skenovací soustavy byla použita fotodioda. Její použití má oproti maticovému detektoru tu výhodu, že měření může být provedeno v širším spektrálním rozsahu. MTF maticových detektorů se může lišit pro různé vlnové délky. Měření bylo provedeno pro široké spektrum vlnových délek, díky prosvětlování testu výkonnou žárovkou. Výsledkem je tedy polychromatická MTF.

3.1 Použité vybavení

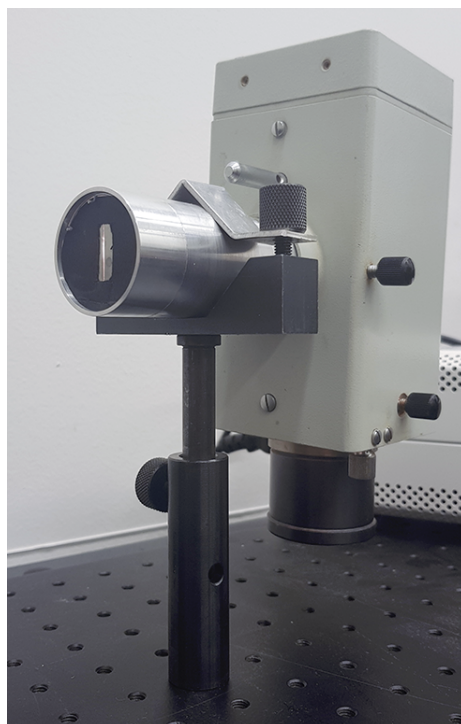
V této kapitole budou popsány jednotlivé prvky měřící soustavy. Uspořádání soustavy bylo zvoleno tak, aby předmětová rovina pro měřící soustavu ležela v nekonečnu a obrazová rovina v konečné vzdálenosti (v ohniskové rovině měřené soustavy). Měřící soustava je schématicky znázorněna na Obrázku 21.



Obrázek 21: Schéma měřící soustavy.

- **Testový předmět a zdroj**

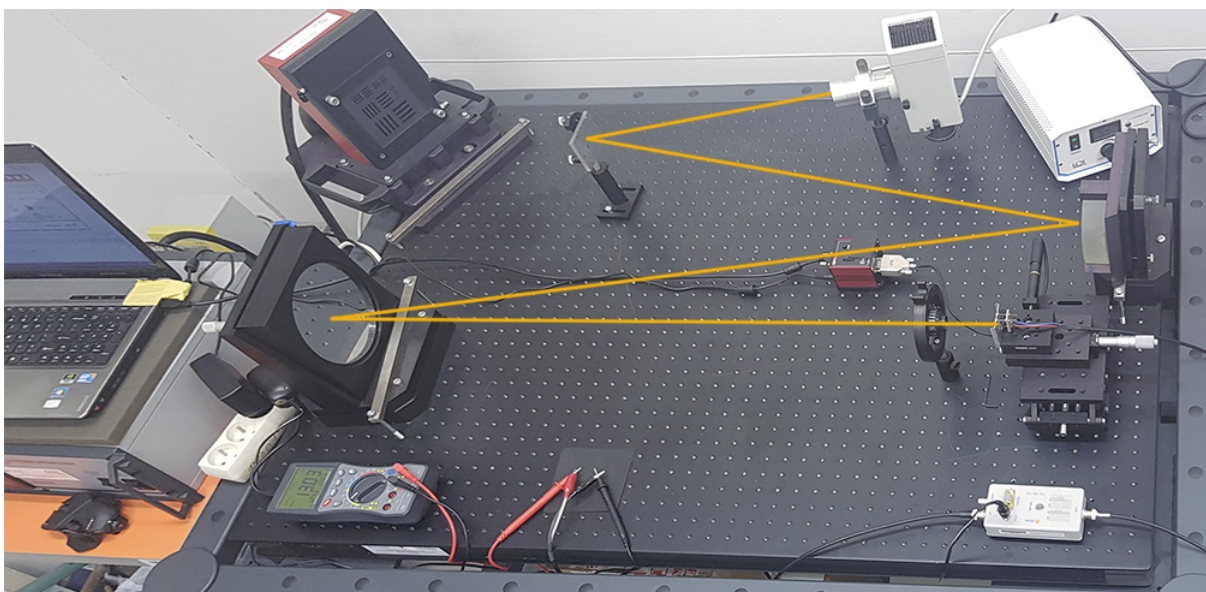
Při výběru z možných testů byla z důvodu jednoduchosti měření a následného zpracování dat vybrána štěrba prosvětlovaná výkonnou halogenovou žárovkou. Štěrbinu širokou $60\mu\text{m}$ tvoří dvě žiletky přilepené na sklíčku. Vlákno žárovky je zaostřeno do roviny testu pomocí kondenzorového objektivu umístěného v tubusu (Obrázek 22), který byl navrhnut a vyroben pro účely tohoto měření (viz Přílohy).



Obrázek 22: Zdroj záření a testovací štěrbinu.

- **Kolimátor**

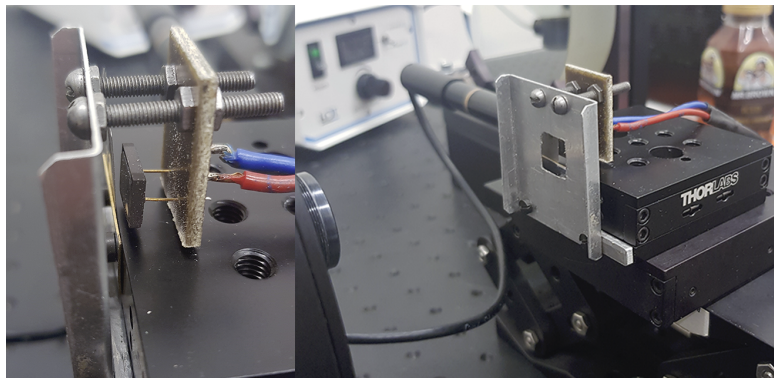
Ke kolimaci obrazu štěrbinu byl použit zrcadlový kolimátor sestavený v laboratoři infraoptiky, který byl pro účely měření modifikován přidáním jednoho zrcadla. Kolimační soustava byla nejprve navržnuta v programu OSLO EDU (viz Přílohy) a poté byla provedena modifikace stávající soustavy v laboratoři (Obrázek 23).



Obrázek 23: Sestava kolimátoru s naznačenou optickou osou.

- **Detektor**

Zvoleným detektorem byla křemíková fotodioda. Fotodioda je umístěna v tištěném spoji a pomocí BNC konektoru je připojena k TA-GI-74 (Obrázek 24).



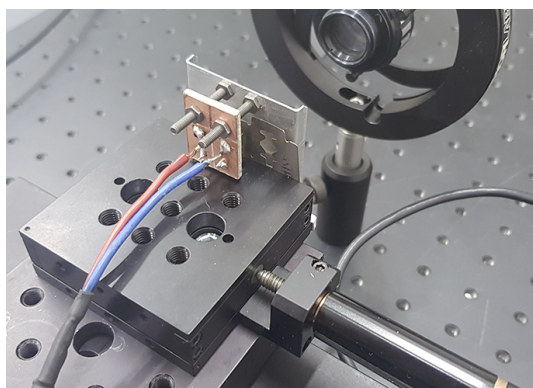
Obrázek 24: Umístění fotodiody za skenovacím břitem.

- **TA-GI-74**

Transimpedance amplifier/Gated integrator od společnosti Ames Photonics Inc. Tato součástka při měření slouží k získání dat z fotodiody pomocí integrace výstupu jejího výstupu ve zvoleném čase. Integrace výstupu částečně potlačuje šum.

- **KDC101 a Z812B**

K-Cube Brushed DC Servo Motor Controller je ovladač od firmy Thorlabs, který byl použit k ovládání Z812B. Jedná se o DC Servo Motor Actuator od totožné firmy, který byl použit k přesnému posunu stolečku, na kterém byl umístěn skenovací břit. Osa kolmá na osu pohybu je opatřena mikroposunem, díky kterému je možné během několika měření co nejvíce zaostřit obraz na detektor (Obrázek 25).



Obrázek 25: Přesný posuv zajištěný Z812B.

- **M-3890D USB**

M-3890D USB je digitální multimetr od firmy METEX s USB výstupem. Při měření byl použit k záznamu napětí z integrátoru připojeného k fotodiodě a převedení hodnoty do PC. Záznam hodnot pro každou polohu břitu byl proveden 100krát a hodnoty byli zprůměrovány za účelem potlačení šumu (Obrázek 26).



Obrázek 26: Použitý multimetr M-3890D USB.

- **Skript**

Pro ovládání soustavy byl vytvořen skript v jazyce Python verze 3+. Skript využívá knihovny *threading* za účelem paralelního běhu programu, čímž je zajištěna synchronizace potřebných úloh. V jednom vlákně běží obsluha KDC101, která ovládá servomotor Z812B, a ve druhém dochází k online získávání měřených dat z multimetru M-3890D USB. Obě zmíněná zařízení jsou k PC připojena pomocí USB rozhraní. Správná komunikace je zajištěna pomocí externích knihoven *Python module for Thorlabs APT library* a *Metex-m3890d*. Výpočetní část je zajištěna knihovnou *numpy* a grafy jsou vykreslovány pomocí knihovny *matplotlib* (viz Přílohy). Skript byl vytvořen z důvodu nedostatečnosti aplikací od výrobců pro potřeby měření. Programovací jazyk Python 3+, byl použit z důvodu možnosti modifikace a implementace externích knihoven.

3.2 Postup měření

Výchozí nastavení rozsahu skenování je 0-12 mm. Při měření skenujeme obraz štěrbinu vytvořený na detektoru měřící soustavy. Z důvodu radikálního zkrácení času potřebného k finálnímu měření, je nutné určit počáteční a konečnou polohu v místech co nejbližší středu obrazu štěrbinu. Algoritmus implementovaný ve skriptu se nejprve připojí k oběma zařízením a posune břit na polohu 0 (*home*). Poté se algoritmus dotáže uživatele, na kolik kroků má interval rozložit. Interval měření je nutné zvolit ve zdrojovém kódu skriptu. Skenování probíhá ve třech krocích.

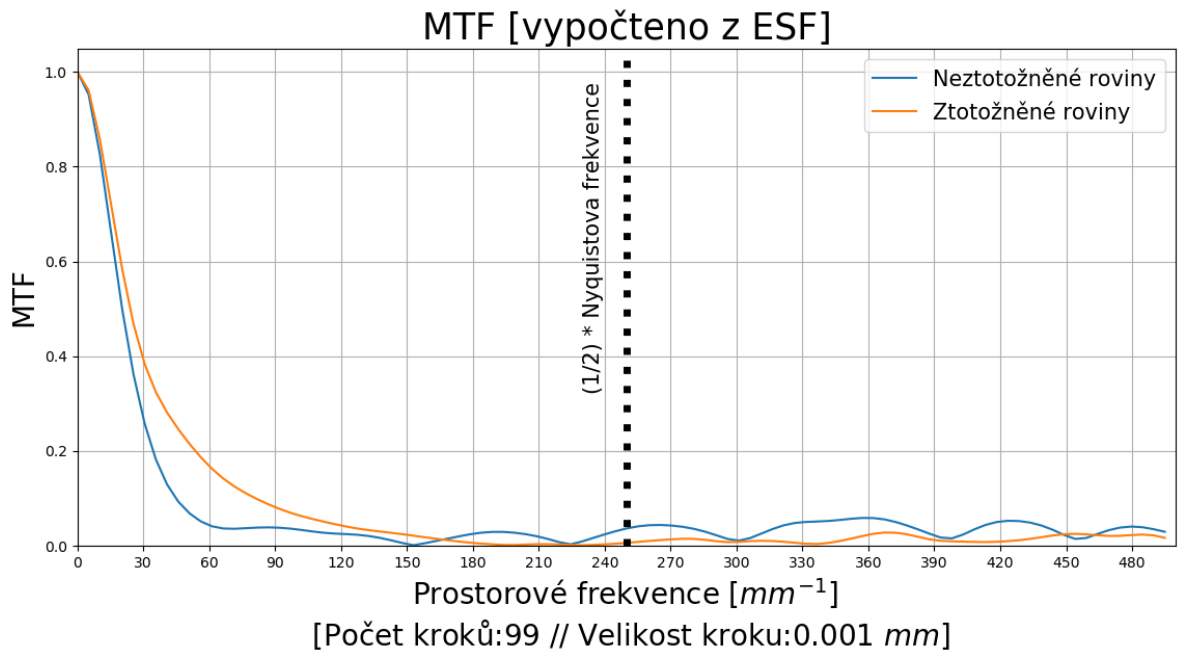
1. Změření aktuálního napětí na detektoru měřící soustavy a jeho uložení.
2. Posunutí stolečku s břitem o přednastavenou hodnotu (interval měření/počet kroků).
3. Dokončení posunu a čekání na integraci signálu z fotodiody pomocí TA-GI-74. Následně dochází k opakování kroků 1, 2 a 3.

Rozsah pro finální měření byl určen po provedení několika měření následovně:

- Nejprve byl skenován celý rozsah (0-12mm) pomocí 48 měření (krokem nastaveným na 0,25 mm).
- Na jeho základě byl zjištěn teoretický začátek a konec měření. Tyto body byly dále podrobeny dalšímu zkoumání pro jejich upřesnění (změnou počátku a konce měření kolem těchto bodů a zmenšení příslušného kroku).
- Výsledkem byly body, které označovaly výchozí a koncový bod pro samotné měření.

Cyklus se opakuje, dokud se břit nedostane do předem definované konečné pozice. Pro co nejpřesnější výsledek je nutné ztotožnit rovinu břitu s ohniskovou rovinou měřené soustavy (justování) (Obrázek 27). Skenovací stůl je opatřen mikroposuvem, kterým můžeme stolečkem hýbat ve směru optické osy měřené soustavy. Měření je provedeno několikrát a stejným způsobem jako byl nalezen obraz štěrbinu, hledáme polohu, kde je průběh ESF co nejstrmější (tedy průběh MTF co nejlepší). Ztotožnění rovin může být časově náročné. Další možnosti zpřesnění výsledků je potlačení parazitního osvětlení. Výsledkem měření jsou vektory naměřených hodnot a k nim vektor odpovídajících vzdáleností. Vztah obou vektorů je interpretován do grafu, který popisuje průběh intenzity v rovině detektoru, neboli rozptylovou funkci měřené soustavy. Při skenování břitem je tento průběh označován

jako ESF. Pro výpočet MTF z ESF musíme nejprve ESF zderivovat a následně provést Fourierovu transformaci (rovnice 2.35). Průběh je vykreslen do grafu v závislosti na prostorové frekvenci. Škálování osy prostorových frekvencí je nepřímě úměrné velikosti kroku skenování.

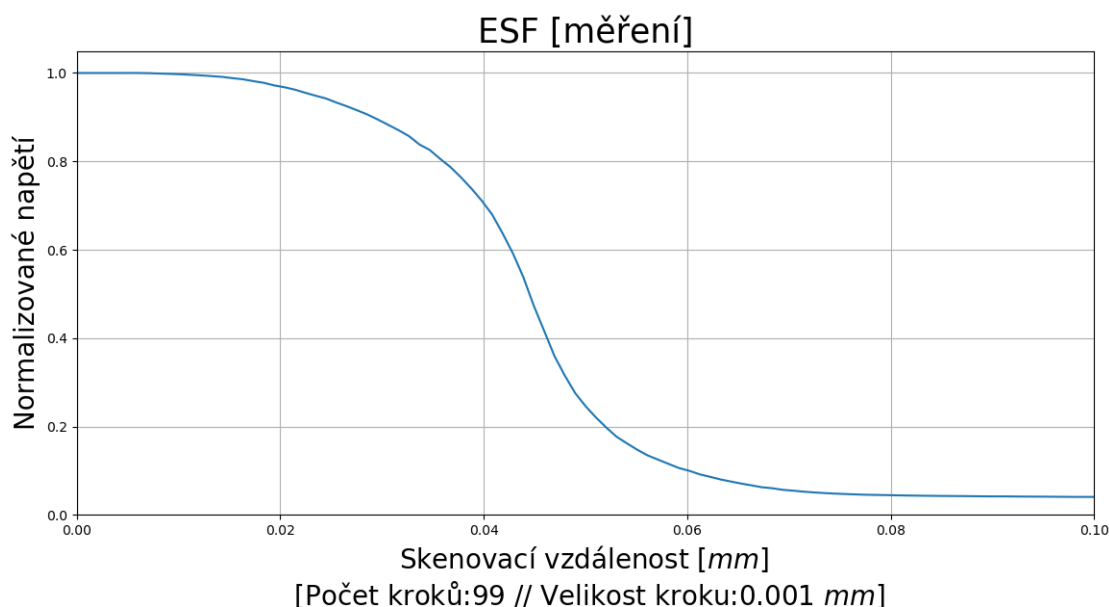


Obrázek 27: Ztotožnění rovin.

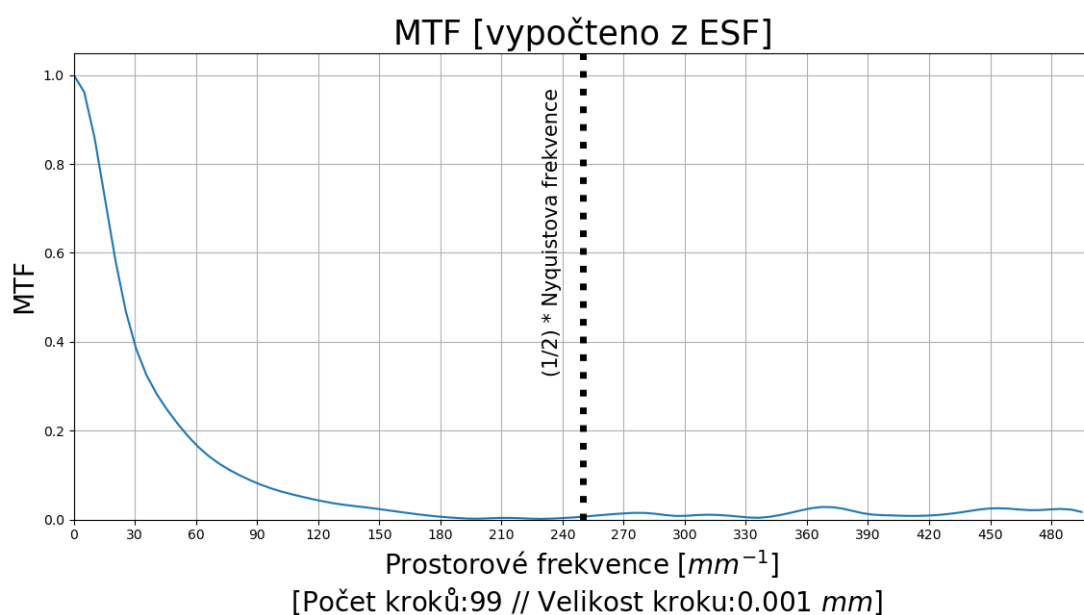
Jakmile byl nalezen skenovací interval i ztotožněné roviny, bylo možno provést korektní měření průběhu ESF a následně výpočet MTF měřené soustavy. U skenovacích metod se jako relevantní berou hodnoty nepřekračující hodnotu poloviny Nyquistovy frekvence. Rozsah měření prostorových frekvencí je ovlivněn nejmenším možným a přesným krokem, kterého lze použitým skenerem dosáhnout. V případě této měřicí soustavy je nejmenší opakovatelný přesný krok $0,2\mu\text{m}$, je tedy teoreticky možné měřit prostorové frekvence až do hodnoty 1250mm^{-1} . Výsledek praktického měření je však ovlivněn šumem elektrooptického systému. V rámci měření bylo dosaženo dobrých výsledků při velikosti kroku $1\mu\text{m}$, bez potřeby korekce pro hodnoty prostorových frekvencí do 250mm^{-1} . Dosažený rozsah testovacích frekvencí je postačující pro měření většiny objektivů. Měření s menším krokem již bylo zatíženo chybou, která byla způsobena šumem soustavy a nepřesností posunu bříty. Nepřesnosti pohybu jsou způsobeny sčítáním chyby polohy v jednotkách $0,01\mu\text{m}$, která roste s počtem kroků.

3.3 Výsledky měření

Výsledkem měření jsou dva grafy, jeden popisující průběh ESF (Obrázek 28) a druhý popisující průběh axiální polychromatické MTF (Obrázek 29). V rámci této diplomové práce byl touto soustavou měřen průběh MTF pro objektiv Meopta-Anaret 4,5/80. Měření bylo prováděno s krokem $1\mu\text{m}$. Díky dobrému SNR nebyla matematická korekce výsledků nutná.



Obrázek 28: Výsledný průběh ESF.

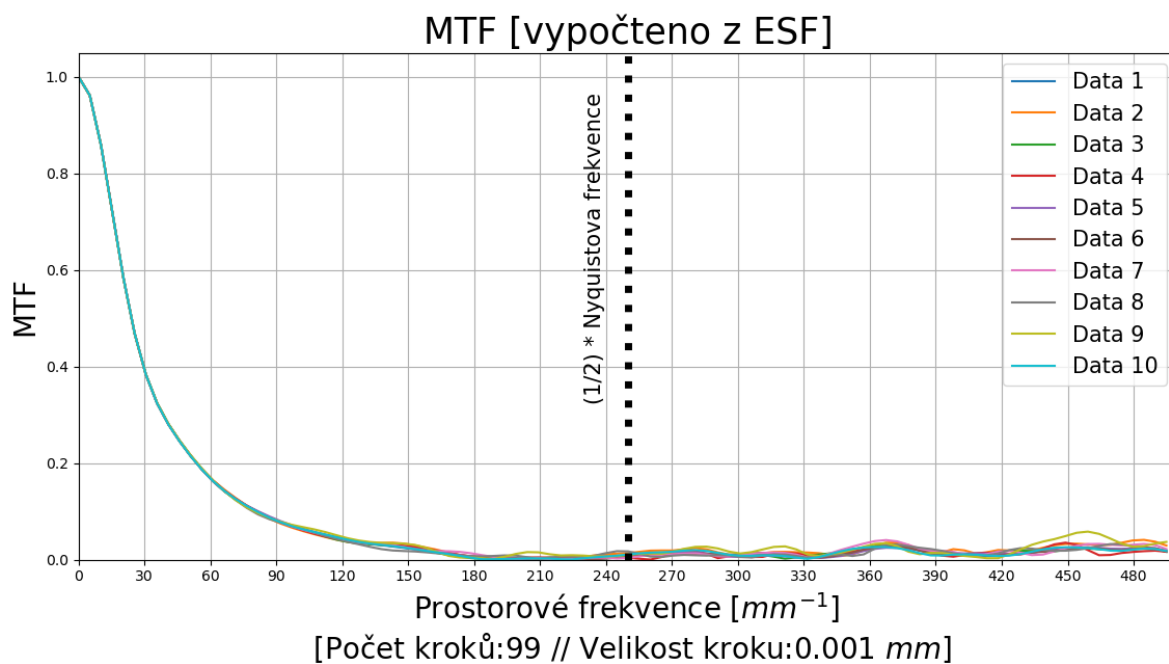


Obrázek 29: Výsledný průběh MTF.

Naměřené hodnoty odpovídají realitě a měření může být označeno za úspěšné.

3.3.1 Opakovatelnost měření

Opakovatelnost měření, byla sledována pro po sobě jdoucí měření se stejným krokem. Bylo provedeno 10 měření a výsledky byli zaznamenány do jednoho grafu (Obrázek 30), ze kterého je zřejmá velmi dobrá opakovatelnost měření pro interval relevantních hodnot měření.



Obrázek 30: Výstup měření pro 10 opakování při stejné justáži.

4 Závěr

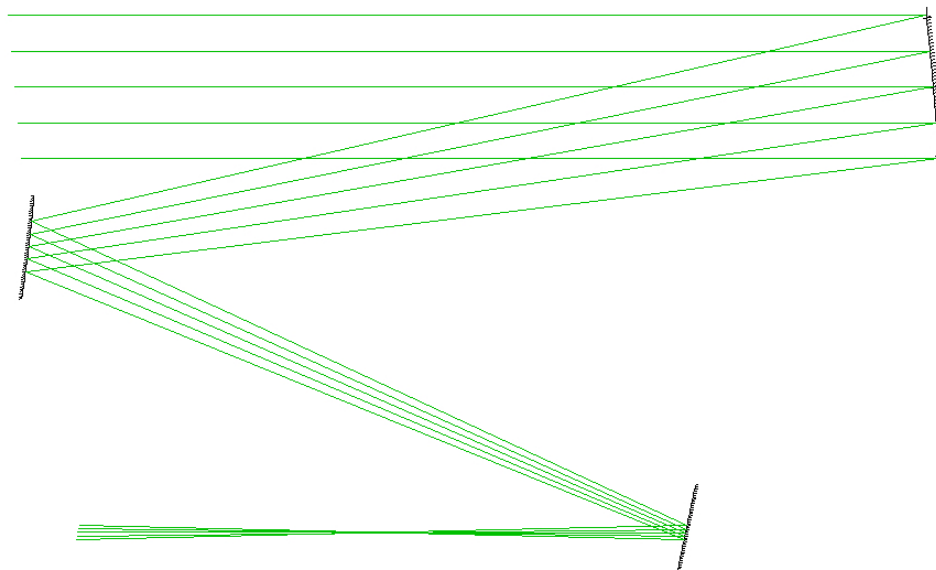
V teoretické části této práce byla probrána problematika funkce optického přenosu. Nejprve je popsána teorie lineárních systémů a zobrazování těmito systémy. V navazující kapitole je popsána funkce optického přenosu a její složky. Z důvodu využití kvadratických detektorů a většího vlivu na rozlišení soustavy, je větší pozornost věnována funkci přenosu modulace. Dále se tato kapitola zabývá vlivem různých parametrů optických soustav na průběh MTF. V poslední části jsou představeny možnosti měření MTF, jejich rozdělení, výhody a nevýhody vybraných metod a nutné korekce výsledků měření.

V praktické části byla popsána použitá měřicí soustava a všechny dílčí úkony, které bylo nutno provést. Velkou částí návrhu této soustavy byla modifikace zdroje pro potřeby měření a také příprava ovládacího skriptu a výpočetního algoritmu v jazyce Python 3+. Výsledkem měření je polychromatická MTF měřené soustavy. Měřicí soustava byla otestována a přináší relevantní výsledky pro měření prostorových frekvencí do 250mm^{-1} . Hlavní nevýhodou použití soustavy, je čas nutný ke správné justáži soustavy. Po nalezení skenovacího intervalu a ztotožnění rovin je možné provádět vcelku rychlé a velmi dobře opakovatelné měření.

Hlavním přínosem této diplomové práce je algoritmus, který lze modifikovat pro různé skenovací metody, při použití KDC101 a M-3890D USB.

5 Literatura

- Boreman Glenn D. (2001): Modulation Transfer Function in Optical and Electro-Optical System. SPIE, 120 stran. DOI: <https://doi.org/10.1117/3.419857>
- Driggers R.G., Friedman M.H., Nichols J.M.(2012): Introduction to Infrared and Electro-optical Systems, Artech House Books, 583 stran.
- Goodman J.W. (1996): Introduction to Fourier Optics. McGraw-Hill, 491 stran.
- Kelsall D. (1973): Rapid interferometric technique for MTF measurements in the visible or infrared region. Appl. Opt. 12, 1398-1399
- Williams C.S., Becklund O.A. (2002): Introduction to the Optical Transfer Function. SPIE, 412 stran. DOI: <https://doi.org/10.1117/3.2265056>
- Williams T. L. (1999): Optical transfer function of imaging systems. CRC Press, 504 stran
- OPTICOS Corporation (1999): How to Measure MTF and other Properties of Lenses.
dostupné na <https://www.optikos.com/articles/how-to-measure-mtf> (1.5.2020)
- Telescope Optics (2019): Aberration compounding and MTF, CCD contrast transfer, MTF limitations.
dostupné na <https://www.telescope-optics.net/mtf3.htm> (1.5.2020)
- Knihovny z GitHub.com:**
- Metex-m3890d uživatele chron0
dostupné na <https://github.com/chron0/metex-m3890d> (1.5.2020)
- Python module for Thorlabs APT library uživatele qpit
dostupné na https://github.com/qpit/thorlabs_apt (1.5.2020)



Obrázek 33: Návrh kolimátoru v programu OSLO EDU.

Skript byl vytvořen v programu Visual Studio 19 na operačním systému Windows 10.

```
1 import numpy as np
2 import statistics as stats
3
4 #DATA z výstupu měření
5 xm = distances
6 ym = values
7
8 #Počet kroků
9 N = len(xm)
10 #Velikost kroku
11 step_size = round(stats.median(np.diff(xm)),5)
12
13 #Výpočet MTF
14 def MTF(x, window=True):
15     # LSF (Derivace ESF)
16     y = np.diff(x)
17     if window:
18         y = y * np.hanning(len(y))
19     y = np.append((y), np.zeros(N))
20     # OTF (Fourierova Transformace)
21     Y = np.fft.fft(y)
22     # MTF (Absolutní hodnota OTF)
23     Y = np.abs(Y)
24     # Normalizace (MTF = 1, pro f_x = 0)
25     Y = Y/Y[0]
26     return Y[:len(Y) // 2]
27
28 Y1 = MTF(y1)
29 # Výpočet prostorových frekvencí
30 f_x = np.arange (len(Y1)) / (2 * len(Y1))
31 # Škálování osy prostorových frekvencí
32 f_x = f_x * (1/step_size)
33 # Nyquistova frekvence
34 f_nyquist = 1/(2 * step_size)
```

Zdrojový kód 1: Výpočet MTF z ESF

```

1 import TL_KDC101 as TL
2 import M3590D as MMeter
3 import time
4 import re
5
6 ...
7 # Inicializace motorku
8 try:
9     # Nastavení počátku a konce skenovacího intervalu
10    self.KDC101 = TL.TL_KDC101(start = 7.22, end = 7.32)
11 except Exception as e:
12    raise Exception(e)
13
14    cnt_cycles = 0;
15    while(True):
16        if cnt_cycles == 3:
17            break
18
19        try:
20            # Nastavení výchozích hodnot
21            self.KDC101.setValues()
22            break
23        except Exception as e:
24            print("Error: ", str(e))
25            cnt_cycles += 1
26
27    # Inicializace multimetru
28    self.MM = MMeter.M3590D()
29
30
31 def get_KDC_params(self):
32    return self.KDC101.distance
33
34 def start(self):
35    # Start multimeter thread
36    self.MM.start()

```

Zdrojový kód 2: Inicializace zařízení

```

1 ...
2 # Začátek pohybu
3 while(True):
4     try:
5         # Posunutí břitu o jeden krok intervalu a vrácení aktuální polohy
6         end_distance = self.KDC101.move()
7
8         # Čekání na konec posunu
9         cnt = 1
10        while(True):
11            if not self.KDC101.is_moving():
12                break
13            print("\rWaiting for end of moving" + ("."*cnt))
14            cnt += 1
15            time.sleep(1)
16
17        self.KDC101.print_position()
18
19        # Čekání na integraci přes TA-GI-74 a multimetr
20        time.sleep(1)
21
22        value_list = []
23        value = ""
24        values = None
25        # Naměření 100 hodnot napětí pro minimalizaci vlivu šumu
26        while len(value_list) < 100:
27            values = self.MM.getValues()
28            value = str(values[1][0])
29            if self.pattern.match(value):
30                value_list.append(float(value))
31        # Zprůměrování naměřených hodnot napětí
32        avg_value = (sum(value_list) / len(value_list))
33        print(values)
34
35        self.units = values[0]
36
37        # Převedení V na mV
38        avg_value = avg_value * 1000 if str(values[0][1]) == "V" else avg_value
39
40        self.__result.append(avg_value)
41        self.__distances.append(end_distance)
42
43    except Exception as e:
44        print("Error: ", str(e))
45        bool_homing = input("Do you want to start again? Press 'y' if yes...")
46
47        if bool_homing == "y":
48            self.KDC101.homing()
49            self.__result = []
50            self.__distances = []
51        else:
52            print("Closing connection...")

```

Zdrojový kód 3: Průběh měření