

**POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE  
PETRY PETERKOVÉ (ROZ. BITTNEROVÉ)  
APLIKACE MARKOVOVÝCH ŘETĚZCŮ**

TOMÁŠ FÜRST

Komplexní sítě a jejich vlastnosti se během posledních deseti let ocitly v centru pozornosti matematiků. Zranitelnost sítí je potom centrálním tématem nejen při studiu dopravy, ale hlavně v epidemiologii. Novou vlnu zájmu o komplexní sítě vzbudil článek Laszla Barabasiho “Emergence of scaling in random networks” z roku 1999, který má dnes více než 16 tisíc citací. Autorka si každopádně vybrala téma, které lze nazvat hitem sezóny.

Hlavním praktickým tématem předložené práce je studium zranitelnosti dopravní sítě Zlínského kraje. Než se však autorka dostane k této aplikaci, představí postupně aparát Markovových řetězců, základy teorie grafů a simulační algoritmus zvaný Markov Chain Monte Carlo (MCMC).

Práce je dle mého názoru napsaná velmi dobře. Teorie je představená v odpovídajícím rozsahu, srozumitelně a elegantně. Hlavní tvrzení jsou dokonce dokázána, což je dobře. Klíčové koncepty si autorka vyzkoušela na několika jednoduchých příkladech, které jsou pěkně provedené. Jak v příkladech tak ve finální aplikaci předvedla autorka schopnost procedurálního programování, navíc ve free-ware platformě SciLabu, což vysoce oceňuji.

K práci nemám žádné vážnější výhrady, následuje seznam drobností, na které není třeba reagovat u obhajoby:

- (1) Nezaměňoval bych časovou řadu s náhodným procesem. Podle mne je časová řada realizace náhodného procesu s diskrétním časem. Ale je to jen terminologie.
- (2) Zadání příkladu 2.5 úplně neodpovídá jeho řešení. V zadání myš uteče, zatímco v řešení zůstane na krajních dvou políčkách. Místo díry ve zdi je na příslušném políčku lepidlo.
- (3) V důkaze na str. 16 jsou dva otazníky, které by tam být neměly.
- (4) Na str. 20 se překvapivě znovu definuje, co je stacionární rozdělení, ač o něm byla dosti důkladná řeč na předchozích několika stranách.
- (5) Kapitola o teorii grafů je trochu nelogicky zařazena. Teorie grafů je asi větší množina než Markovovy řetězce. Navíc z obou úvodních definic vypadly reference.
- (6) Třetí odstavec sekce 3.1 na straně 26 je podezřelý. Těžko “určit”  $X_0$ , to prostě musí být zadáno. Jak se pozná, že je jedna náhodná veličina nezávislá a stejně rozdělená? Asi chcete říct, že ta náhodná čísla, která postupně generujete při přechodech mezi jednotlivými stavy, mají být IID.
- (7) Celá teorie kolem iniciační funkce a simulací (str. 26–29) se dá shrnout pozorováním, že následující stav prostě vybereme náhodně s příslušnou pravděpodobností, danou buďto počátečním rozdělením nebo maticí přechodu. Proč je kolem toho potřeba tolik textu? Nebo mi něco uniká?
- (8) Příklad 3.1 by mohl být přesněji zadán. Vůbec není jasné, z jakých pravidel by taková matice přechodu mohla vzniknout. Na druhé straně konstatuju, že příklad slouží dobře k ilustraci teorie.
- (9) Strana 44 končí do ztracena.

U obhajoby je možno diskutovat o následujících tématech:

- (1) U simulací hazardního hráče bych ocenil nějaký komentář o rychlosti konvergence. Alespoň by bylo hezké vidět nějaký graf. Zároveň by to posloužilo jako pěkný odrazový můstek do světa MCMC, kde jde hlavně o to, jak rychle příslušná simulace konverguje.
- (2) Definice zranitelnosti silniční sítě dává dobrý smysl, včetně její kvantifikace na straně 45. Je to autorčin vlastní nápad? Jistě by stálo za zjištění, jaké míry zranitelnosti se používají standardně

a jestli a jak s nimi tato míra koreluje. Jako referenci doporučuju Mark Newman: Networks: An Introduction.

- (3) Hard core model simuluje nějaký mechanismus, kterým je dopravní síť ohrožována. Jaký? Zda se mi, že předpokládá, že stav s jednou neprůjezdnou cestou je stejně pravděpodobný jako stav s deseti neprůjezdnými. Je to tak? Je to rozumné?
- (4) V příkladech na str. 50 by rozhodně bylo hezké uvést i rozptyly výsledků. Stejně je máte spočítané. U zlínského kraje by to bylo taky zajímavé.

Celkově konstatuju, že téma je velmi zajímavé, aktuální a netriviální, práce je napsána velmi dobře a obsahuje dostatek vlastního přínosu. V době začínající rekonstrukce D1 mě uklidňuje, že se nám podařilo přispět k obohacení českého pracovního trhu o jednu všestrannou odbornici na zranitelnost dopravních sítí. Práci doporučuji k obhajobě a navrhuji hodnocení **v ý b o r n ě**.

Evanston, 23. 4. 2013