

POSUDEK VEDOUCÍHO DIPLOMOVÉ PRÁCE
ROMANA KROBOTA
MODELOVÁNÍ PROUDĚNÍ POMOCÍ CELULÁRNÍCH AUTOMATŮ

TOMÁŠ FÜRST

Předložená práce je velmi zajímavou kombinací matematické fyziky, statistické fyziky, aplikované matematiky a programování. Autor v ní ukazuje zajímavou možnost použití celulárního automatu na simulaci pohybu reálné tekutiny ve dvou dimensích.

Práce má tři části. V první kapitole jsou standardním způsobem odvozeny Eulerovy a Navier-Stokesovy rovnice, tedy parciální diferenciální rovnice popisující proudění nevazkých a vazkých tekutin. Tato část je klasická a v práci je obsažena z důvodů ucelenosti výsledného textu.

Ve druhé kapitole je představen pojem celulárního automatu, zejména pak dvourozměrná verze tzv. FHP modelu, který představuje zajímavou (a ještě ne standardní) alternativu k numerickému řešení Navier-Stokesových rovnic. V této části je zopakován a podrobně propočítán postup, kterým lze od FHP modelu cestou prostorových a časových průměrů dojít v limitě k Eulerovým a Navier-Stokesovým rovnicím a ukázat tak, že tyto rovnice jsou v jistém smyslu makroskopickou limitou uvedeného celulárního automatu. To je poměrně překvapivé, uvážíme-li, že v FHP modelu se hypotetické částice pohybují všechny stejnou rychlostí a navíc jen v šesti možných směrech. Matematický aparát potřebný k tomuto přechodu je poměrně pracný a je potřeba autora pochválit, že se pustil do jeho podrobného přepočítání.

Třetí část potom sestává ze dvou příkladů, kdy autor zmíněný celulární automat naprogramoval v open-source platformě Octave a zaznamenal výsledky běhu simulace dvou rozměrného proudění tekutiny v kanále bez překážky a s překážkou. Tato část prokazuje schopnost autora implementovat i netriviální kódy.

Je potřeba si uvědomit, že problémy spojené s existencí, jednoznačností a regularitou řešení Navier-Stokesových rovnic patří k nejvýznamnějším otevřeným problémům současné matematiky. Existence a regularita řešení Navier-Stokesových rovnic patří mezi sedm tzv. Millenium Problems (problémy pro třetí tisíciletí) a Clay Mathematics Institute vypsál v roce 2000 za jeho řešení odměnu milion dolarů (která stále nebyla vyplacena). Je tedy zřejmé, že dosáhnout jakéhokoliv pokroku v oblasti simulace proudění je mimořádně obtížné, leč velmi žádané. Předložená práce sice neobsahuje nové výsledky (to vzhledem k výše uvedenému v dané oblasti od studenta magisterské stupně rozhodně nelze očekávat), v českém jazykovém prostředí je však jedním z prvních příspěvků na toto téma.

Je několik bodů, které bych autorovi přátelsky vytknul a na které není potřeba u obhajoby reagovat.

- Ve vztahu (2) je chyba.
- Značení ve vztahu (3) je matoucí, jedná se totiž o jakýsi aritmetický průměr vektorové a složkové symboliky.
- Dynamická viskozita na straně 12 dole má nějaké nedorozumění v jednotkách.
- Z definice celulárního automatu na straně 16 vypadlo to nejdůležitější, tedy že stavy buněk nabývají jen konečně mnoha hodnot.
- Na konci druhého odstavce strany 19 si autor spletl isotropii se symetrií zrovna v tom nejméně šťastném okamžiku.
- První odstavec kapitoly 4.1 je podle mne matoucí. Je důležité si uvědomit, že částice poskakující v FHP modelu jsou hypotetické a neodpovídají ničemu reálnému. Nemá tedy smysl si stěžovat, že je nelze měřit.
- Chapman-Enskogův rozvoj (rovnice 28) je natolik silná myšlenka, že by stála buď za podrobnější vysvětlení nebo za referenci nebo za obě.
- Poslední věta před sekci 4.3 je podle mne matoucí, nejd o to najít podmínky, které musí ε splňovat, ale o srovnání členů stojících u téže mocniny ε . Totéž platí o 8. větě na straně 26.
- Nepatří do vztahu (42) suma na pravou stranu?

- Poslední věta prvního odstavce sekce 4.4 je matoucí. Proměnné N_i a N_j jsou považovány za *vzájemně* nezávislé. Vztah (60) mi potom není jasný.
- Na straně 33 se poněkud zhroutilo značení. Vektory přestaly být značeny tučně, což značně znesnadňuje porozumění této pasáži, která je zrovna dost technická. To je škoda.
- Co znamená, že vztah (124) je splněn “pro jakoukoliv orientaci vektoru $\mathbf{c}_i$ ”?
- Je škoda, že autor neodvodil po Eulerových rovnicích i explicitní tvar tensorů Π a S v Navier-Stokesových rovnicích, mám pocit, že už k tomu není dlouhá cesta.
- O pravdivosti druhé poloviny poslední věty Závěru si dovoluji pochybovat. Zároveň však tvrdím, že samotný fakt, že nějaká metoda je možná někde naprogramována, rozhodně není důvodem, aby se o to člověk nepokusil sám. Jiná cesta k porozumění totiž asi nevede.

K práci mám následující dotazy, o kterých je možno diskutovat u obhajoby:

- Jaké je fyzikální pozadí Chapman-Enskogova rozvoje?
- Co přesně demonstruje příklad 5.1?
- Jaké jsou makroskopické parametry (hustota, Reynoldsovo číslo, ...) proudění v příkladu 5.2 a jak je z FHP modelu spočítat? Jak daleko je proudění od turbulence a jak ji lze modelovat pomocí FHP modelu?

Celkově konstatuji, že práce splnila vytčený cíl a navíc prokázala autorovu schopnost samostatně pracovat v poměrně široké paletě matematicko-fyzikálních problémů, včetně programování. Se spoluprací jsem byl velmi spokojen. Závěrečné praktické části by jistě prospělo ještě pár týdnů úsilí, někdy je však potřeba prohlásit dílo za hotové. Vzhledem k výše uvedenému *doporučuji* práci k obhajobě a navrhuji hodnocení *výborně*.

Olomouc 5. 5. 2010