

Univerzita Palackého v Olomouci

Pedagogická fakulta



Matematická gramotnost budoucích učitelů matematiky na počátku studia

DIZERTAČNÍ PRÁCE

Zpracovala: Mgr. Kateřina Šupíková

Školitel: doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

Olomouc 2012

Autor: Mgr. Kateřina Šupíková

Název: **Matematická gramotnost budoucích učitelů matematiky
na počátku studia**

Studijní obor: Pedagogika

Školitel: doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

Oponenti: prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc.
doc. PhDr. PaedDr. Kamil Janiš, CSc.

Místo obhajoby a vystavení práce: Pedagogická fakulta UP Olomouc
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem dizertační práci zpracovala samostatně a použila jen prameny uvedené v seznamu literatury. Souhlasím, aby má práce byla po úspěšné obhajobě uložena na Univerzitě Palackého v Olomouci v knihovně Pedagogické fakulty a byla zpřístupněna ke studijním účelům.

V Brně 27. 4. 2012

Kateřina Šupíková

Poděkování

Ráda bych poděkovala svému školiteli doc. PhDr. Bohumilu Novákovi, CSc. za důvěru, podporu, motivaci a podněty, které mi během zpracování mé dizertační práce poskytoval. Za poskytnutí konzultace ke statistickému zpracování dat děkuji Mgr. Vladimíru Vaňkovi, Ph.D. z Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci.

Děkuji všem zúčastněným vysokým školám, které mi vyšly vstříc při realizaci výzkumu, a také všem studentům a pedagogům, kteří na výzkumu participovali.

Zvláštní poděkování patří především mé rodině, mým kolegům a přátelům za podporu a povzbuzení.

Obsah

TEORETICKÁ ČÁST	8
1 Úvod	8
2 Vymezení výzkumných problémů, cíle práce a její metodologie.....	11
2.1 Výzkumné problémy	11
2.2 Cíle dizertační práce a její struktura.....	12
2.3 Metodologie práce.....	13
3 Teoretická východiska dizertační práce	14
3.1 Současný stav situace	14
3.2 Matematická gramotnost v projektu PISA	15
3.3 Čeští žáci ve výzkumu PISA	19
3.4 Výsledky PISA z pohledu OECD	21
3.5 Možné faktory ovlivňující úroveň matematické gramotnosti žáků v ČR	22
4 Teorie didaktického testu jako techniky výzkumu	27
4.1 Pojem didaktický test	27
4.2 Druhy didaktických testů	27
4.3 Vlastnosti didaktického testu	31
4.3.1 Validita	31
4.3.2 Reliabilita	31
4.3.3 Citlivost úloh	32
4.3.4 Obtížnost úloh.....	34
4.4 Tvorba didaktického testu	35
4.4.1 Plánování didaktického testu	35
4.4.2 Konstrukce didaktického testu	40
4.4.3 Ověřování didaktického testu	40

5 Učební úlohy v didaktickém testu	42
5.1 Pojem učební úloha	42
5.2 Typy učebních úloh v didaktických testech	45
5.3 Pojetí učebních úloh ve výuce matematiky	48
5.4 Učební úlohy ve světle evaluačních standardů	49
6 Psychologické aspekty testování	50
6.1 Obecná pravidla zadávání testů	50
6.2 Faktory ovlivňující výsledek zkoušky	50
7 Problematika přijímacího řízení	52
7.1 Přijímací zkouška z matematiky	52
8 Role matematiky v rozvoji myšlení	54
8.1 Řešení problémů v procesu myšlení	54
8.2 Reálný svět ve slovních úlohách	58
9 Cesta k efektivnímu vyučování	60
9.1 Role učitele ve výuce	60
9.2 Kultura vyučování matematice	61
9.3 Zásady efektivního vyučování	62
9.4 Čtením a psaním ke kritickému myšlení	63
EMPIRICKÁ ČÁST	67
10 Přípravné fáze výzkumu	67
10.1 Pilotáž.....	67
10.2 Předvýzkum.....	70
10.2.1 Vlastnosti předvýzkumného testu.....	76
11 Výzkum	80
11.1 Cíle výzkumu a jeho průběh	80
11.2 Metodologie výzkumného šetření	81

11.2.1 Proměnné.....	82
11.2.2 Obecná výzkumná otázka, její specifikace a hypotézy.....	83
11.2.3 Výzkumné techniky a jejich deskripce	85
11.2.4 Výzkumný soubor	88
11.2.5 Způsob zpracování dat	91
11.3 Výsledky výzkumného šetření	92
12 Kurikulární dokumenty pro ZŠ a SŠ	115
13 Závěry a doporučení pro realizaci v praxi a další rozvoj vědy	119
13.1 Závěry ze statistického zpracování dat	120
13.2 Shrnutí výsledků statistik	122
13.3 Doporučení pro další rozvoj vědy	124
14 Seznam použité literatury	127
15 Seznam publikačních aktivit a dalších činností	134
16 Seznam tabulek	136
17 Seznam grafů.....	138
18 Seznam obrázků.....	139
19 Seznam příloh.....	140

Teoretická část

1 Úvod

Matematika je jeden z nejvšestrannějších předmětů, které existují. Její poznatky lze aplikovat v širokém spektru oborů od vědních až po umělecké. Bez matematiky by věda neměla k dispozici rovnice popisující zákony fyziky, které umožnily rozvoji vědy, psychologům matematika umožňuje zjistit více o lidském chování pomocí statistických metod, farmaceutické a lékařské společnosti využívají matematiky k interpretování dat, které získají měřením účinků nových léčiv, porozumění matematice je důležitým předpokladem pro úspěch v architektuře a inženýrství. V neposlední řadě se o matematiku opírá také ekonomika, která s její pomocí modeluje situaci na burze, a také je potřeba si uvědomit, že žijeme ve světě rychle je rozvíjející technologie a bez matematiky by luxus moderního života nebyl možný (Johnson and Neill, 2010).

Nejenže je matematika tak důležitá, ale je také velmi krásná a zábavná. Mnoho významných malířů jako např. Kandinský a Escher využívali matematiku ve své práci – Kandinsky si z ní vypůjčil geometrické tvary, obrazy Eschera často vyobrazují optické klamy. Matematiku můžeme také nalézt v přírodě, kde se objevuje ve formě matematických vzorů a symetrií. Ačkoli většina lidí přiznává, že nejsou v matematice příliš zdatní, věnují se ve volném čase mnoha matematickým hrám, jako jsou například Sudoku, Futoshiki, Kakuro a dalším. Nejen že jsou tyto hry zábavné, jsou i velkým přínosem pro udržení lidského mozku a myšlení v kondici. Mnoho vědců se domnívá, že tyto hry nejen stimulují mysl, ale zároveň mohou být významnou prevencí proti nemoci typu Alzheimer a mohou vylepšovat kognitivní schopnosti.

Matematika je opravdu všudypřítomná a porozumění základním principům této vědy znamená porozumění všem aspektům moderního života (Nelson, 2008).

Odkud tento vědní obor přišel, zda byla matematika vynalezena nebo objevena, je otázkou mnoha vědeckých diskuzí. Nezávisle na tom však zůstává faktem, že matematika má dlouhou historii. I základní komunikace mezi lidmi vyžadovala od pradávna matematické vyjadřování. Když například pračlověk přišel svému kmenu oznámit, že v blízkosti se pase stádo mamutů, musel nějakým způsobem zbytku tlupy naznačit, kolik

zvířat je ve stádu, jak daleko se stádo pase a jak rychle je potřeba se k němu přiblížit. Z tohoto ohledu byla schopnost „matematizace“ situace otázkou života a smrti (Lakin, 2010).

Jak se matematika vyvíjela, číselné systémy se měnily. Zatímco pračlověk nepotřebovat znát desetinná čísla či záporné hodnoty, Babyloňané běžně používali zlomky, kterých později Římané využívali k výpočtu daní.

Dalším důležitým odvětvím matematiky je geometrie, jejíž kolébkou je pravděpodobně Starověký Egypt, kde znalosti těles, úhlů, přímek a bodů využívali ve stavitelství a navigaci při plavbách po moři.

Jedním z nejvýznamnějších odvětví, kterého využívá moderní matematika, je obor statistiky a pravděpodobnosti (Johnson and Neill, 2010).

Vývoj vědy v posledních letech nabral na velké rychlosti. Svět se stal konzumentem spotřební technologie, aniž by se zamyslel nad tím, kolik práce za tím stojí a že je to právě matematika, která je velkou pomocnou rukou vědců, vyvíjející stále nové technologie. Každý den míjíme cestou po dálnici desítky billboardů, které nám připadají jako zvětšené fotografie, ale grafik dobře ví, že nebýt vektorů, které jsou často v představách žáků v hodinách matematiky pouhé čárky s šipkou, asi bychom jen těžko dokázali zvětšit skutečnost s takovou přesností a dokonalostí obrazu, kterou nám nabízí právě vektorová grafika. V sazce tipujeme čísla a čekáme při večerním losování, že právě naše číselná kombinace bude výherní, a když nevyhrajeme, v duchu si myslíme, jak je svět nespravedlivý – jaká je ale pravděpodobnost naší výhry, že přisuzujeme prohře takovou smůlu?

Moderní svět vnímá spoustu věcí kolem sebe jako samozřejmost, nezamýšlí se nad původem věcí a stává se pouhým konzumentem. Argumenty dnešních žáků, kteří jsou přesvědčeni o zbytečnosti matematiky, když za ně může počítat jejich mobilní telefon a složitější operace zvládne jejich počítač, jsou velmi silné a jen těžko se dá s nimi bojovat. Pravdou je, že moderní technologie umožnila nastupující generaci odložit tužky a papíry v případě, že potřebují spočítat, kolik je budou stát lístky do kina, bohužel potřeba matematiky, jako cesty rozvoje logického uvažování, systematické práce, cílevědomosti a analytických schopností, bývá často zapomenutým tématem, v horších případech je mu připisována malá důležitost.

Hejný (1990) upozorňuje na význam matematiky a genetické paralely – stejně jako má tento krok ve vývoji kvantitativních představ své místo ve fylogenetickém vývoji, objevuje se ve vývoji ontogenetickém.

V procesu transformace matematického vzdělávání, za jejíž charakteristický průvodní znak bývá označována humanizace, je věnována mimořádná pozornost žákovi jako subjektu vzdělávání. Tato myšlenka je základem především konstruktivních přístupů k vyučování matematice (Hejný, Kuřina, 2001) a vychází z konstruktivistických teorií vzdělávání, jak je charakterizuje Y. Bertrand (1998).

Konstruktivní přístupy k vyučování spočívají v tom, že učitel na základě vhodných podnětů (otázek, úloh), probudí u žáka poznávací procesy a dále je rozvíjí. Jde o to, aby bylo žákovi umožněné postupně vytvářet části matematického světa. Významné místo v tomto procesu postupného vytváření má řešení reálných situací (Kubátová, 2005).

O tom, že matematizace reálné situace je pro české žáky velmi obtížnou oblastí, nás přesvědčují mezinárodní srovnávací testy, ve kterých se propadají stále níže v žebříčku hodnocení všech participujících zemí.

Zkušenosti pedagogů se studenty prvního ročníku učitelství matematiky na Katedře matematiky Univerzity Palackého v Olomouci ukazují, že nedostatky na poli znalostí matematických operací a zákonitostí sahají daleko za hranice základní školy. Tato situace nás vedla k zamyšlení, jak se vypořádat se skutečností, že se v hodinách povinných seminářů povinných předmětů musí vyučující vracet k vysvětlování látky základní či střední školy, a zda se s podobným problémem potýkají i ostatní katedry matematiky pedagogických fakult v České republice.

Předkládaná práce se věnuje problematice klesající úrovně matematické gramotnosti budoucích učitelů matematiky na počátku studia na pedagogických fakultách v ČR a nastiňuje fakultám obecné možnosti řešení nastalé situace, která by mohla časem vést ke snížení vážnosti studijního oboru z důvodu stále se snižujících požadavků pro úspěšné ukončení studia.

2 Vymezení výzkumných problémů, cíle práce a její metodologie

V posledních desetiletích se hromadí kritické a varovné pohledy na úspěchy naší civilizace, a tím i práce školy a celého vzdělávacího systému. Weizsacker (in Janík, 1995) uvádí, že v každé vyspělé kultuře politická stabilita setrvá jen tak dlouho, pokud v ní může pokračovat ekonomický růst. Ekonomové zdůrazňují, že prosperující společnosti se především opírá o znalosti (Drucker, 1993), ale že vzdělávání nemůže být jen záležitostí školy. Změna vzdělávacího paradigmatu vyžaduje nejen rozšíření našeho vnímání a zkvalitnění myšlení, ale je nezbytná také změna systému hodnot (Capra, 2004).

I v učitelských oborech se často setkáváme s nízkým stupněm porozumění probírané látce a povrchním přístupem k učení se novým věcem. Snižující se úroveň matematické gramotnosti učitelství matematiky a jejich rostoucí nezájem o hlubší pochopení probírané látky je častým tématem matematických konferencí. Vyučující hledají způsob, jak se přizpůsobit nepříjemné situaci, která často vede k ústupkům vyučujících, kteří snižují hranice pro úspěšné zvládnutí zkoušek.

Důkladné pochopení probíraného učiva je v případě studentů pedagogických fakult nezbytně nutné, vezmeme-li v úvahu, že absolventi těchto škol jsou těmi, kdo budou matematiku předávat dalším generacím.

2.1 Výzkumné problémy

Zamyšlení se nad současnou situací na katedrách matematiky pedagogických fakult v ČR vedlo k formulování výzkumných problémů.

P1: Mezinárodní srovnávací výzkumy poukazují na klesající úroveň matematické gramotnosti českých žáků. Je úroveň matematické gramotnosti stále nižší také u studentů prvního ročníku učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR?

P2: Ve kterých oblastech kurikula mají žáci/studenti největší nedostatky?

P3: Jak závisí úroveň matematické gramotnosti žáka na typu střední školy, kterou absolvoval?

P4: Jaké mohou být další faktory, které mohou ovlivnit úroveň matematické gramotnosti budoucích učitelů matematiky na počátku jejich studia?

2.2 Cíle dizertační práce a její struktura

Dizertační práci chceme zmapovat situaci na katedrách matematiky pedagogických fakult v ČR. Základním cílem zamýšlené dizertační práce je **zjistit a posoudit úroveň matematické gramotnosti studentů učitelství matematiky pro 2. stupeň ZŠ na pedagogických fakultách v ČR na počátku vysokoškolského studia v roce 2012.**

Základem k dosažení stanoveného cíle práce bylo studium teoretických podkladů, jejichž hlavní myšlenky jsou shrnuty v první - **teoretické části** práce.

Díličí cíle teoretické části práce byly stanoveny takto:

- *popsat* současný stav situace,
- *vymezit* základní pojmy – matematická gramotnost, učební úlohy, mezinárodní projekt PISA, didaktický test a jeho konstrukce,
- *poukázat* na *psychologické a jiné faktory* jako důvody poklesu úrovně matematické gramotnosti,
- *charakterizovat* testové úlohy ve vztahu ke školnímu kurikulu, RVP, k přijímacímu řízení,
- *porovnat* výsledky úrovně matematické gramotnosti v ČR v dosud realizovaných kolech měření v rámci projektu PISA,
- *provést komparaci* výsledků úrovně matematické gramotnosti v ČR a ostatních zemích OECD,
- *popsat* problematiku přijímacího řízení.

Druhou částí práce je **část empirická**, která si klade za úkol:

- *analyzovat* soubor respondentů, studentů učitelství matematiky na počátku studia, podle předem stanovených kritérií, tedy faktorů, které lze popsat nominálními daty a vztahují se k osobnosti studenta a jeho předchozímu matematickému vzdělávání,
- *stanovit* míru úspěšnosti řešení jednotlivých testových úloh,
- *posoudit* úroveň matematických kompetencí v jednotlivých oblastech kurikula,
- *zjistit*, zda výsledek studentů v testu je ovlivněn intervenujícími faktory, které se vztahují k osobnosti studenta a jeho předchozímu studiu na ZŠ a SŠ a charakteru testových úloh,
- *analyzovat* kurikulární dokumenty výuky matematiky na ZŠ a SŠ s ohledem na vstupní požadavky na VŠ.

Kauzální interpretace zjištěných výsledků následně povede k predikci studijní úspěšnosti v oborově předmětové komponentě vysokoškolského studia.

2.3 Metodologie práce

Vzhledem k nominální povaze zjištěných dat byl zvolen výzkum kvantitativní. Jako techniky výzkumu jsme zvolili didaktický test z matematiky a dotazník, ve kterém studenti odpovídali na otázky vztahující se k jejich osobnosti, předchozímu studiu a výsledků z matematiky během studia na střední škole.

Pro vyhodnocení hypotéz byly zvoleny statistické metody pro analýzu nominálních dat – Test nezávislosti chí-kvadrát pro kontingenční tabulku a znaménkové schéma pro kontingenční tabulku. Podrobněji se metodologií výzkumu zabývá část empirická.

3 Teoretická východiska dizertační práce

3.1 Současný stav situace

Do studia prvního ročníku vysokých škol se ročně přihlásí tisíce studentů. Tito studenti přicházejí ze středních škol různého zaměření – velkou část tvoří absolventi pedagogických středních škol, gymnázií, učilišť i středních škol průmyslových či ekonomických. Společným rysem valné většiny je nedostatečná znalost matematických algoritmů. Zatímco v případně technických či ekonomických škol je matematika považována za předmět, ze kterého je potřeba složit zkoušku v prvním ročníku studia, pro studenty učitelství matematiky na pedagogických fakultách je matematika každodenním tématem po čas celého studia a nabyté zkušenosti budou celý život předávat nastupujícím generacím. Právě od nich se tedy očekává, že jejich znalosti v oblasti matematiky budou pevně ukotveny v hlubším pochopení látky a budou svým budoucím žákům oporou a motivací při rozvíjení matematických vědomostí a dovedností. Jejich znalosti v oblasti matematiky jsou však velmi často formální.

Příčinou dnešního formalismu je mnohdy podhodnocování vyučování. Kuřina (2001) uvádí, že důvodem, proč není budování představ v matematice věnována větší pozornost, mohou být přeplněné osnovy, což vede k nedostatku času k procvičování dané látky.

Absolventi středních škol, kteří přichází do prvního ročníku vysoké školy, tak mají problémy se přizpůsobit učivu, protože jim chybí základní poznatky a algoritmy, bez kterých jsou odkázáni na samostudium nebo soukromé doučování, k čemuž mnoha studentům chybí odhodlání, sebekázeň a disciplína.

Následkem toho dochází ke snižování požadavků ze strany vysokoškolských pedagogů, aby alespoň někteří studenti byli schopni úspěšně absolvovat studium. Výsledkem je stále se snižující úroveň učitelů matematiky, kteří po získání titulu nastupují do praxe. Situace by v budoucnu mohla vést ke všeobecnému snížení matematické gramotnosti učitelů, kteří předávají své znalosti budoucím generacím dětí na základních i středních školách.

Současný stav kateder matematiky na pedagogických fakultách v ČR je takový, že mnohé nevyhlašují přijímací řízení (konkrétně v Hradci Králové, Liberci, Olomouci,

a Českých Budějovicích), jehož výsledky by vypovídaly o úrovni matematické gramotnosti jednotlivých uchazečů. Ostatní katedry matematiky pedagogických fakult v Brně, Ostravě, Plzni, Ústí nad Labem a Praze přijímací zkoušku ke studiu sice vyhlašují, ale mnohé z nich stanovují podmínky, za kterých je zájemci o studium přijímací zkouška odpuštěna. Katedry matematiky tak mají k dispozici pouze informaci o závěrečných známkách z matematiky v jednotlivých ročnících středoškolského studia, což je vzhledem k různorodosti středních škol, způsobů jejich výuky předmětu, počtu hodin matematiky a dalších faktorů, informace velmi zkreslující. Je tedy nutné se začít stávající situací zabývat a zjistit, kam až tyto nedostatky sahají, co může být příčinou stále se snižující úrovně matematických vědomostí a dovedností absolventů středních škol a jaké jsou případné cesty řešení toho negativního jevu.

Pokud se chceme začít zabývat řešením problému současného stavu, je potřeba vrátit se k jeho kořenům, tedy na počátek studia. Důkazem stále se zhoršující situace českých žáků základních škol nejen v matematice, ale i dalších oblastech vzdělávání dokazují mezinárodní projekty, které se zabývají srovnáváním výsledků vzdělávání. Jedním z nejvýznamnějších, o který se práce opírá, je projekt PISA.

3.2 Matematická gramotnost v projektu PISA

Národní testování žáků je velmi důležité napříč celou Evropou. Jeho význam spatřujeme především v měření a monitorování kvality vzdělávání a strukturování evropského vzdělanostního systému (EACEA, 2009).

Zpráva české vzdělání a Evropa – strategie lidských zdrojů sleduje dva hlavní cíle testování českých žáků. Za prvé jde o to vystihnout a analyzovat přímé a nepřímé důsledky vstupu České republiky do Evropské unie a za druhé poskytuje náš přístup k Evropské unii výjimečnou příležitost se znovu zamyslet nad současnou situací české vzdělávací soustavy a rozšířit analýzu důsledků vstupu o rozsáhlejší úvahu týkající se budoucnosti českého vzdělávání (Černých a kol., 1999).

Česká republika se do mezinárodních aktivit na poli hodnocení výsledků vzdělávání zapojila až na počátku 90. let 20. století, kdy se spolu s většinou ostatních

postkomunistických zemí stala členem organizace IEA¹. Do té doby jsme neměli k dispozici téměř žádné informace o tom, jaké jsou vědomosti a dovednosti našich žáků ve srovnání s vědomostmi a dovednostmi jejich vrstevníků z jiných zemí, srovnávací výzkumy se neorganizovaly ani v rámci sovětského bloku. Soudy o výkonu našeho školského systému byly odvozovány od úspěchů vybraných žáků v mezinárodních soutěžích, například matematických a přírodovědných olympiádách (Straková, 2002).

Na přelomu 20. a 21. století se ČR zúčastnila všech šetření IEA, která v té době probíhala. První mezinárodní šetření se na českých školách uskutečnila v roce 1995, kdy byl na základních školách proveden výzkum čtenářské gramotnosti a na základních školách výzkum matematického a přírodovědného vzdělávání. V průběhu 90. let se ČR zapojila rovněž do komparativních aktivit, které na poli vzdělávání realizovala Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj – OECD (*Organisation for Economic Co-operation and Development*). Koncem 90. let OECD navrhla vlastní výzkumný projekt PISA, do kterého se ČR rovněž zapojila (Matějů a kol., 2006).

PISA (*Programme for International Student Assessment*) je výrazem odhodlání zemí OECD monitorovat výstupy vzdělávacích systémů v mezinárodním srovnávání na základě měření vzdělávacích výsledků žáků. Výzkum probíhá ve tříletém cyklu a zaměřuje se střídavě na čtenářskou, matematickou a přírodovědnou gramotnost u patnáctiletých žáků (Janík, 2010).

Pojem matematické gramotnosti

Neexistuje žádná jednotná definice pojmu matematická gramotnost. Ačkoli různí autoři definují tento pojem různě, podstata zůstává stále stejná.

Například Průcha (2009) uvádí, že původně se pod pojmem gramotnost rozumělo osvojení elementárních komunikačních dovedností čtení a psaní, případně počítání. Kromě definování termínu prostřednictvím činností byly k objasnění gramotnosti, resp. negramotnosti (analfabetismu, *illiteracy*), využívány charakteristiky osob, které disponují nebo nedisponují příslušnými duševními dovednostmi. Tato vymezení však již nejsou zcela výstižná pro všechny společensko-ekonomické podmínky.

¹ IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) je organizátorem většiny mezinárodních srovnávacích výzkumů v oblasti vzdělávání ve druhé polovině 20. století.

Definuje tedy gramotnost jako o schopnost ovládat různé druhy komunikace a početních úkonů za účelem využívání textových informací v rozmanitých životních situacích. Gramotnost je komplikovaným, komplexním a zároveň proměnlivým jevem. Jeho obsah i způsob vymezování reaguje na konkrétní sociální kontext, odráží vývoj podmínek a mění se potřeby společnosti, její kulturu, jazyk a normy.

Definice gramotnosti formulované v poslední době pro potřeby vzdělávání a metodologii výzkumu jsou většinou orientovány na zpracování informací a jejich použití v běžném životě pro efektivní začlenění člověka do společnosti, pro zvládnutí každodenních činností a situací, kdy jedinec transformuje informace pro vlastní účely a cíle (Průcha, 2008).

Jiná definice podle OECD (2003) uvádí, že matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana.

Úroveň matematické gramotnosti se projeví, když jsou matematické znalosti a dovednosti používány k vymezení, formulování a řešení problémů různých oblastí a kontextů a k interpretaci jejich řešení s využitím matematiky. Tyto kontexty sahají od čistě matematických až k takovým, ve kterých není matematický obsah zpočátku zřejmý a je na řešiteli, aby ho v nich rozpoznal (Kuřina, 2001).

Clark (2012) popisuje matematickou gramotnost jako schopnost používat matematické koncepty a aplikovat je v každodenních situacích. Podle něj je matematická gramotnost zcela nový, na standardní matematice nezávislý předmět. Matematicky gramotný člověk umí odhadovat, interpretovat data, řešit každodenní problémy, zdůvodňovat číselně, graficky i geometricky, komunikovat prostřednictvím matematiky (Gouthro, 2004).

Výzkum PISA chápe matematickou gramotnost jako způsobilost rozpoznat a pochopit matematiku, zabývat se jí a dělat dobře podložené soudy o úloze matematiky v soukromém životě jednotlivce, v zaměstnání, ve společnosti přátel a příbuzných a v životě konstruktivního, zainteresovaného a přemýšlivého občana, a to jak v přítomnosti, tak v budoucnosti (Straková, 2007).

Fuchs (2011) poukazuje na tři složky matematické gramotnosti:

1) **situace a kontexty**, do nichž jsou zasazeny problémy, které mají žáci řešit a aplikovat tak získané vědomosti a dovednosti

2) **kompetence**, které se uplatňují při řešení problémů:

- *matematické uvažování* – zahrnuje schopnosti klást otázky charakteristické pro matematiku, znát možné odpovědi, které matematika na tyto otázky nabízí, rozlišovat příčinu a důsledek, chápat rozsah a omezení daných matematických pojmů a zacházet s nimi,
- *matematická argumentace* – zahrnuje schopnost rozlišovat předpoklady a závěry, sledovat a hodnotit řetězce matematických argumentů různého typu, rozvíjet cit pro heuristiku, schopnost vytvářet a posuzovat matematické argumenty,
- *matematická komunikace* - schopnost rozumět písemným i ústním matematickým sdělením a vyjadřovat se jednoznačně a srozumitelně k matematickým otázkám a problémům, a to ústně i písemně,
- *modelování* – schopnost rozumět matematickým modelům reálných situací, používat, vytvářet a kriticky je hodnotit,
- *vymezování problémů a jejich řešení* – schopnost rozlišovat různé formy reprezentace matematických objektů a situací, volit formy reprezentace vhodné pro danou situaci a účel, dekódovat a interpretovat symbolický a formální jazyk, používat proměnné a provádět výpočty,
- *užívání pomůcek a nástrojů* – znalost různých pomůcek a nástrojů, které mohou pomoci při matematické činnosti.

3) **matematický obsah**, tvořený strukturami a pojmy nutnými k formulaci matematické podstaty problémů:

- *Kvantita* – význam čísel, různé reprezentace čísel, operace s čísly, představa velikosti čísel, počítání z paměti, odhady, míra
- *Prostor a tvar* – orientace v prostoru, rovinné a prostorové útvary, jejich metrické a polohové vlastnosti, konstrukce a zobrazování útvarů, geometrická zobrazení
- *Změna a vztahy* – závislost, proměnná, základní typy funkcí, rovnice a nerovnice, ekvivalence, dělitelnost, inkluze, vyjádření vztahů symboly, grafy, tabulkou

- *Neurčitost* – sběr dat, prezentace a znázorňování, pravděpodobnost a kombinatorika, vyvozování závěrů (Fuchs, 2011)

PISA zároveň poukazuje na tři základní aspekty gramotnosti, kterými jsou:

Postupy – tento aspekt je v oblasti matematické gramotnosti reprezentován typem myšlenkových dovedností používaných při řešení úloh. Tyto dovednosti jsou členěny do tří tříd:

- dovednosti provádět jednoduché výpočty a aplikovat jednoduché vzorce a definice,
- žáci/studenti musí při řešení úloh propojovat a integrovat různé matematické prvky,
- rozpoznání matematických prvků v situacích, kde nejsou na první pohled zřejmé.

Obsah – náhodnost, změna a růst, prostor a tvar, zdůvodňování, neurčitost, závislost a vzájemné vztahy.

Situace – reprezentována různými životními situacemi, ve kterých můžeme matematiku využít - osobní život, pracovní prostředí a sportovní prostředí, širší společenské prostředí, vědecké prostředí (Straková, 2000).

Aby si však své vědomosti a dovednosti mohl žák/student rozšiřovat, musí rozumět základním principům a procesům a musí je umět aplikovat na konkrétní situace.

Z toho vycházejí i úlohy, se kterými se v projektu PISA setkáváme, neboť kladou důraz především na zvládnutí určitých situací a na aplikaci vědomostí a dovedností spíše než na vědomosti samotné (ÚIV, 2010).

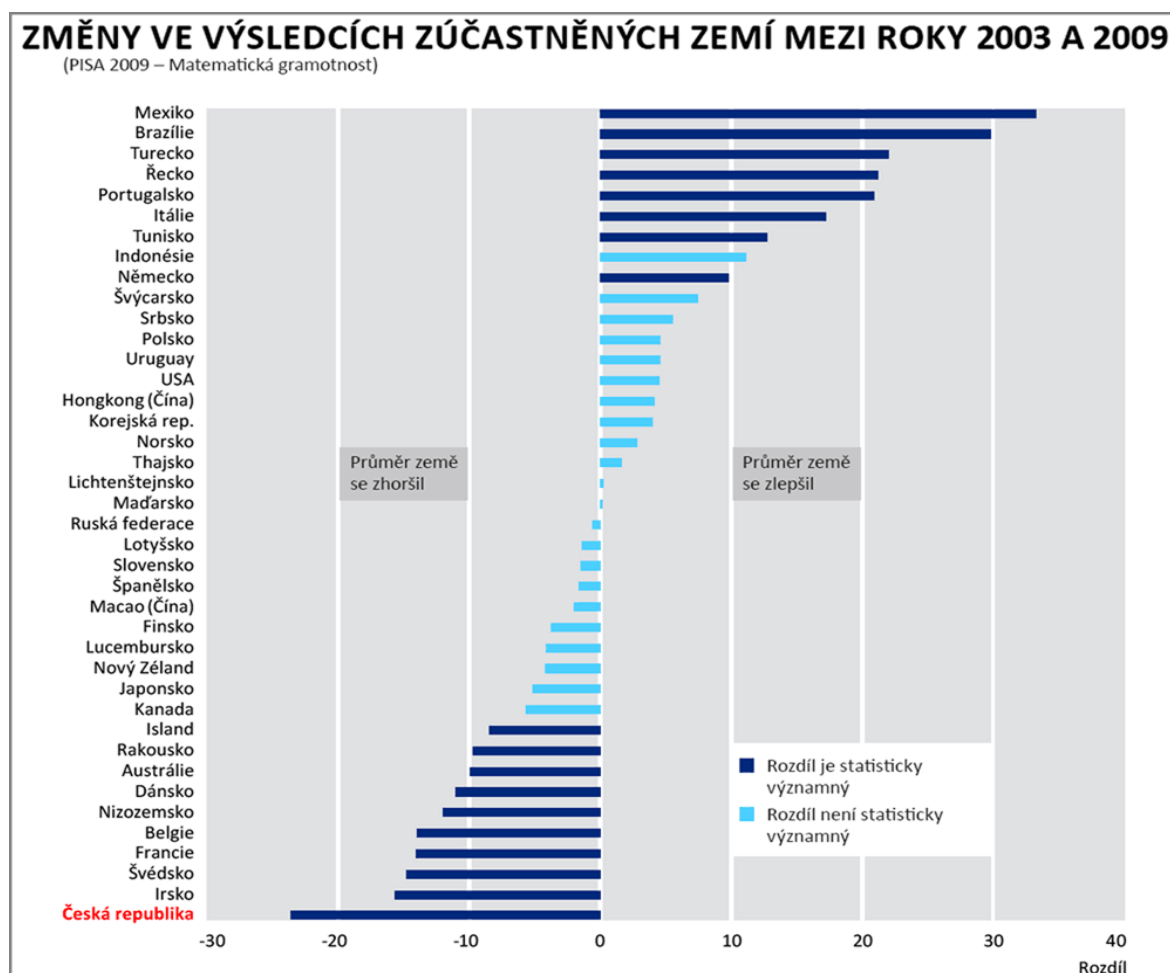
3.3 Čeští žáci ve výzkumu PISA

První fáze výzkumu PISA proběhla v ČR v roce 2000. Čeští žáci ve věku povinné školní docházky opakovaně dosahovali výborných výsledků v přírodovědných předmětech, nadprůměrných v matematice a průměrných v testech zjišťující úroveň čtenářské gramotnosti.

V dalším kole testování, tedy v roce 2006 žáci opět dosáhli nadprůměrných výsledků v matematice, zároveň však výzkum ukázal, že mají osvojeno velké množství

přírodovědných matematických poznatků a teorií, problémy jim ale dělá o přírodovědných problémech samostatně uvažovat a nalézat nová řešení (MŠMT, 2007).

V roce 2009 byly matematická a přírodovědná gramotnost vedlejšími testovanými oblastmi výzkumu PISA. Znamená to, že byly zastoupeny menším množstvím testových úloh než čtenářská gramotnost. Tyto testové úlohy byly použity v předchozích cyklech výzkumu a díky metodologii PISA je proto možné sledovat vývoj výsledků žáků v čase. Čeští žáci se umístili pod průměrem zemí OECD s tím, že rozdíl není statisticky významný a výsledek lze považovat za průměrný. Nejlépe si vedli korejští a finští žáci, čeští žáci měli srovnatelné výsledky s žáky Slovenska, Rakouska, Polska, Maďarska a dalších zemí OECD. Důležitým zjištěním výzkumu PISA je, že se výsledky českých žáků v období mezi roky 2000 a 2009 výrazně zhoršily. K významnému zhoršení výsledků došlo také v dalších evropských zemích (mezi něž patří také Rakousko), a v Austrálii. Pokles výsledků v ČR je však největší ze všech 40 zemí, které se obou cyklů výzkumu zúčastnily (ÚIV, 2010).



Obr. č. 1: Změny ve výsledcích PISA 2003 – 2009 (matematická gramotnost)

3.4 Výsledky PISA z pohledu OECD

Výsledky mezinárodně srovnávacích výzkumů vzdělávání v zemích OECD mimořádnou pozornost jak veřejnosti, tak expertů také v oblasti oborových didaktik. Rozsáhlá komparativní studie stavu přírodovědného a matematického vzdělávání v zemích EU (Zpráva pro Nuffieldovu nadaci: Osbourne a Dillon Science Education in Europe: Critical reflections, 2008 – in Janík a Stuchlíková, 2010) se pokoušela odpovědět na otázku, jaké jsou hlavní problémy přírodovědného a matematického vzdělávání. Konstatuje, že situace je napříč Evropou obdobná a největšími problémy jsou tyto:

- *závažnost vzdělávání je podceňována, chybí pochopení významu učiva pro každodenní život,*
- *stávající přístupy k výuce žáky a studenty neoslovují, je nutné je změnit,*
- *dívky mají o přírodovědné obory menší zájem a méně si volí profesní kariéru v těchto oblastech,*
- *je třeba proměnit kurikulum tak, aby bylo více spojeno s problémy, které lidstvo v současnosti opravdu tíží.*

Následovala zpráva EU o změnách potřebných k žádoucí proměně přírodovědného a matematického vzdělávání, která formulovala tato doporučení:

- *odborníci v decizní² sféře musí požadovat patřičné kroky k realizaci změn v přírodovědném a matematickém vzdělávání,*
- *je třeba inovovat pedagogické metody- je potřeba zavést badatelsky orientované způsoby práce se žáky ve výuce a učitele tak, aby dokázali tyto metody práce s žáky ve výuce efektivně používat,*
- *je nutné věnovat pozornost zvyšování zájmu dívek o přírodovědné a matematické vzdělávání,*
- *je nezbytné zajistit participaci měst a komunit na inovaci přírodovědného a matematického vzdělávání,*
- *je třeba dbát o návaznost mezi aktivitami na regionální úrovni a aktivitami na úrovni Evropské unie,*
- *měla by být ustavena European Science Education Advisory Board zahrnující zástupce všech zainteresovaných stran.*

²Decizní sféra = rozhodující, řídící sféra (Encyklopedický dům, 2006)

Druhé doporučení odkazuje na oblast, již je v didaktice přírodovědného a matematického vzdělávání věnována mimořádná pozornost, a to je badatelsky orientovaná výuka (*Inquiry Based Education* – dále jen IBSE).

Hlavním cílem IBSE má být rozvoj kritického myšlení, které umožňuje dobré usuzování, protože se opírá o logická kritéria. Přínosy a omezení popsala řada autorů, podrobně ji rozebírají Edelson, Gordin a Pea (in Janík a Stuchlíková, 2010). Jejich komentář lze stručně shrnout takto:

Přínosy IBSE:

- vytváření obecné schopnosti hledat a objevovat,
- vytváření speciální schopnosti a dovednosti potřebné pro zkoumání,
- zlepšené porozumění vědeckým pojmům,
- objevování vědeckých principů,
- zvýšení citlivosti na nedostatky ve vlastních znalostech a jejich doplňování cestou systematického zkoumání, upřesňování a využívání dosavadních znalostí.

Obtíže IBSE:

- motivace studentů,
- dovednosti studentů potřebné ke zkoumání,
- zázemí studentských dosavadních znalostí,
- omezení možné realizace – čas, zdroje, učební plány apod.

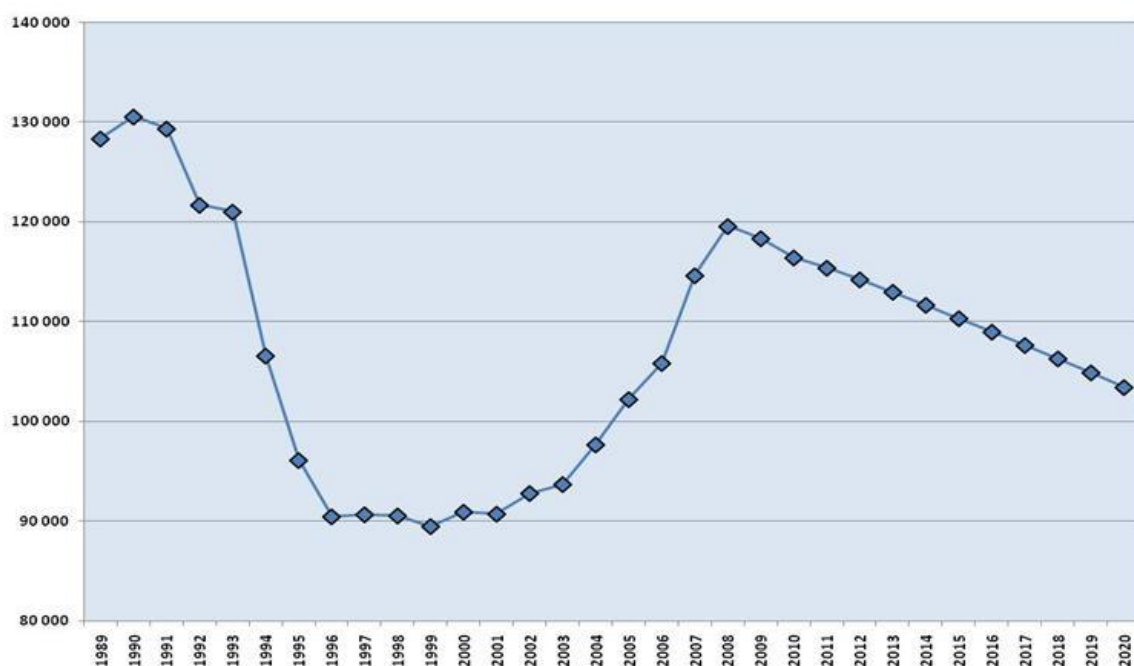
3.5 Možné faktory ovlivňující úroveň matematické gramotnosti žáků v ČR

Ačkoli v roce 2009 (prozatím poslední kolo výzkumu PISA) dosáhli žáci v matematice průměrných výsledků, alarmující nejsou absolutní výsledky, ale především tempo poklesu a skutečnost, že k poklesům dochází ve všech oblastech gramotnosti, které PISA sleduje. Diagnostikovat hlavní příčinu je však velmi obtížné, ne-li nemožné, proto faktory popsané v této kapitole jsou pouze pravděpodobné, nikoli však nelze prokázat jejich skutečný vliv na stav dané situace.

K deskripci prvního důležitého faktoru je potřeba se podívat do minulosti, konkrétně k patnáctiletým žákům testovaným v letech 2000 a 2003. Ti se narodili v letech

1984 a 1987, tedy ještě před sametovou revolucí. Většina žen se v socialistickém Československu vdávala a měla děti krátce po dosažení dospělosti a dvě děti byl standard. Poměrně vyspělá ekonomika tehdejšího státu umožnila zvyšování výdajů na školství, což umožnilo stavět nové školní budovy, zřizovat základní umělecké školy, financovat zdravotní péči o mládež v době školní docházky, poskytovat výdaje na zvyšující se počty učitelů atd. Rostoucím počtem učitelů se snižoval průměrný počet žáků připadajících na jednoho učitele na 20,5 (ve školním roce 1988/1989), což se považuje za faktor podporující zvýšení kvality školního vzdělávání. V tomto parametru se předlistopadové školství v Československu dostalo na úroveň stejnou nebo vyšší, než měly v devadesátých letech některé z vyspělých zemí OECD. Postupně se prosazovala diferenciací vzdělávání, a to v podobě ZŠ s rozšířeným vyučováním. Od šedesátých let byly ve většině měst otevírány třídy pro talentované žáky, které se zaměřovaly na matematiku, cizí jazyk a sport. Ve školním roce 1988/1989 se vzdělávalo ve třídách s rozšířeným vyučováním cizích jazyků 17 387 žáků a ve třídách s matematickým zaměřením 15 033 žáků (Průcha, 2009).

Revoluce však přinesla velké a rychlé společenské změny. Během několika málo let klesly počty narozených dětí o více než třetinu (viz obr. č. 2).



Obr. č. 2: Počty narozených dětí v ČR od roku 1989

Z hlediska demografického šlo o nevídaný pokles. Především vzdělanější ženy odložily mateřství do budoucna. Narostl proto podíl dětí rodičů s nižším vzděláním. Je logické se domnívat, že tato skutečnost se promítla do horších výsledků v testech PISA 2009, tedy dětí narozených v již nově vzniklé České republice v roce 1993. Je důležité si uvědomit, že děti se učí nejen ve škole, ale i mimo ni a tam už vzdělání rodičů hraje důležitou roli. Zároveň je nutné poznamenat, že standardem se stalo dítě jedináček, což znamená pro jeho vývoj intelektu významný rozdíl, než kdyby měl sourozence. Významný vliv na rozvoj gramotnosti měly tedy i bezprostředně působící faktory rodinného a školního prostředí, které uvádí tabulka č. 1.

Faktory vysoké úrovně gramotnosti	Faktory nízké úrovně gramotnosti
Rodina má vyšší sociální a ekonomický status. Rodiče získali kvalitnější vzdělání vyššího stupně. Mají zaměstnání, v němž využívají psanou kulturu (gramotnost).	Rodina má nižší sociální a ekonomický status. Rodiče získali jen nižší vzdělání nebo nedokončili školní docházku. Mají zaměstnání, v němž nevyužívají psanou kulturu (gramotnosti), příp. jsou nezaměstnaní.
Rodina patří etnicky do většinové společnosti, její členové ovládají výukový jazyk.	Rodina patří do etnické minority, jejíž členové neovládají výukový jazyk, nebo jde o marginální rodinu (kromě jiného s nízkou jazykovou úrovní).
Kulturní zájmy, potřeby a tradice rodiny se týkají literatury a vzdělávání, rodiče disponují vysokou jazykovou kulturou.	Rodina nemá výrazné kulturní potřeby, je bez kulturních zájmů. Rodiče disponují nízkou úrovní jazykové kultury.
Hodnotová a zájmová orientace rodiny je zaměřena na vzdělávání. Jednou z priorit rodiny je umožnit dětem co nejlepší vzdělání (proto dbají na kvalitní školní docházku v „dobré“ škole).	V hodnotové a zájmové orientaci rodiny chybí využívání psané kultury. Rodiče nedoceňují vzdělání, mnohdy si neuvědomují vlastní nedostatky v gramotnosti.
Rodiče umí poradit dětem s přípravou do školy.	Rodiče neumí poradit se školním vzděláváním, s přípravou do školy.

Tabulka č. 1: Vliv rodinných faktorů na úroveň gramotnosti

Příslušníci sociálně slabých vrstev vykazují většinou nízkou úroveň gramotnosti, což se projevuje jejich nízkou uplatitelností na trhu práce a profesní a sociální mobilitou.

Popisovaná fakta jsou projevem mezigeneračního přenosu a kumulace různých znevýhodnění (Průcha, 2008).

Dalším fenoménem je masové rozšíření počítačů, internetu a mobilních telefonů do praktického života v poslední dekádě. Přináší to nejen zcela nové formy zábavy, historické usnadnění přístupu k informacím a kontaktům, ale i nové závislosti a atraktivní alternativy ve škole, domácímu učení a čtení knih. Dnešní děti tedy určitě umí řadu jiných věcí než v minulosti a zřejmě i to je na úkor toho, co testuje PISA. Děti dnes sice mají problém chápat větší složitější celky, ale mnoho z nich naopak má díky počítačovým hrám lepší strategické uvažování.

Za další důležité faktory musíme považovat častější odklady nástupu dětí do školy a velký podíl na zhoršení výsledků nejspíše má i kurikulární reforma, tedy zásadní změna obsahu a způsobu výuky na základních školách. Reforma byla sice odstartována již v roce 2005, ale nabíhala postupně od prvních ročníků prvního a druhého stupně základních škol. Takže se žáků testovaných v letech 2006 a 2009 ještě přímo nedotkla (Münich, 2011).

Reforma zásadním způsobem změnila i chod školství. Byly zrušeny okresní školské úřady i koordinátor, zdroj pedagogického poradenství a dalšího dohledu nad školami a jejich vedením. Ředitelé školy přestali být zaměstnanci školských úřadů a stali se zaměstnanci vlastních škol, které dostaly právní subjektivitu. Hlavním partnerem vedení základních škol se staly obecní úřady velkých i malých měst a politická reprezentace obcí. Z agendy řízení, koordinace a poradenství školám se začala vytrácet agenda pedagogická a zůstala jen agenda finanční a personálního obsazení.

Dalším možným faktorem, který je potřeba zmínit, jsou rodiče, učitelé a ředitelé škol. Zájem rodičů o jeho prospěch významně klesl, napomáhá tomu i fakt, že žáci již nemají problém se dostat na střední školu, na kterou chtějí, tím pádem jediným cílem učení může často být jen potřeba dokončit základní školu, nezáleží s jakým prospěchem. Mluvíme-li o učitelích, kvalita učitele, byť je poměrně těžké popsat, co to vlastně znamená, je významným faktorem kvalitní výuky. Klíčovým předpokladem úspěchu je umění žáky pro učení nadchnout, umět jim věci vysvětlit v souvislostech, a navíc přitom zvládat jejich rostoucí temperament. V tomto ohledu je nutno nepřehlédnout další zjištění PISA, že příliš českých žáků se ve škole nudí, nemá školu rádo a učení je abnormálně neteší (Münich, 2011).

Také Straková (2010) poukazuje na velký vliv rodinného zázemí na úroveň vzdělání žáka/studenta jeho. Konkrétně zohledňuje tyto proměnné:

- sociálně ekonomický status,
- majetkové zázemí rodiny,
- kulturní úroveň rodiny,
- vzdělání matky.

Mezi dalšími také uvádí klima školy, podmínky výuky, náročnost učitele, materiální a personální vybavení školy, studium mimo školní výuku, chování a pracovní morálka pedagogického sboru a další.

V předkládané práci jsme se zaměřili na ty faktory, které jsou měřitelné nominálními daty a vztahují se k osobnosti žáka/studenta a jeho předchozímu studiu na střední škole. Považujeme tyto proměnné jako důležité při stanovování profilu studenta při jeho nástupu ke studiu. Jelikož stěžejní technikou výzkumu byl nestandardizovaný didaktický test, jiným druhům testů se v předkládané práci nevěnuje pozornost.

4 Teorie didaktického testu jako techniky výzkumu

4.1 Pojem didaktický test

Na většině stupňů školství je testování „papír-tužka“ nejběžnějším způsobem, který učitelé využívají ke shromáždění informací o tom, jakých znalostí studenti dosahují. Testy, které učitelé používají, mohou vytvořit sami nebo je mohou kopírovat z pracovních sešitů či učebnic. Ať již učitelé využívají jednoho či druhého, je potřeba, aby sami rozhodli o tom, které úlohy jsou pro dané testování vhodné a které nikoli (Airasian, 1991).

Pojem test lze definovat jako zkoušku, úkol identický pro všechny zkoumané osoby s přesně vymezenými způsoby hodnocení výsledků a jejich číselného vyjadřování (Michalička, 1969). Jiná definice popisuje testy jako soustavu úkolů, které jsou shodné pro určité skupiny žáků, úkoly jsou vybírány, uspořádány, zadávány a vyhodnoceny tak, aby se rozpoznalo, jaké výsledky má školní učení (Hniličková, 1971). Test tedy není jakákoli zkouška, ale zkouška, na kterou jsou kladeny určité nároky.

Ačkoli se definice pojmu didaktický test v jednotlivých zdrojích různí, jeho vymezení se shodují v tom, že se jedná o zkoušku, která se orientuje na objektivní zjišťování úrovně zvládnutí učiva u určité skupiny osob. Od běžné zkoušky se liší tím, že je navrhován, ověřován, hodnocen a interpretován podle určitých, předem stanovených pravidel. Stručnou definici uvádí Byčkovský (1982): didaktický test je nástroj systematického zjišťování výsledků výuky.

4.2 Druhy didaktických testů

V pedagogické praxi se můžeme setkat s didaktickými testy různé kvality a různého druhu. Jednotlivé druhy didaktických testů mají své specifické vlastnosti a liší se tím, jaké informace pomocí nich získáváme (Chráška, 1999).

Byčkovský (1982) uvádí třídění podle osmi následujících hledisek:

1) Měřená charakteristika výkonu

Jestliže didaktickým testem měříme rychlost, kterou je žák schopen provést určitý výkon, hovoříme o **testech rychlosti**, pokud testem zjišťujeme především kvalitu (úroveň)

výkonu, hovoříme o **testech úrovně**. Příkladem testu rychlosti by mohl být test rychlosti vypočítání zadané úlohy v matematice, aniž bychom přihlíželi ke zvolenému postupu řešení. Někdy i testy úrovně používají času jako vedlejšího kritéria pro hodnocení výkonu. Pokud testy úrovně používají časového limitu, pak je volen tak, aby znamenal přerušení práce jen pro ty nejpomalejší žáky. Výzkumy prokázaly, že tito nejpomalejší žáci nedosahují lepších výsledků. Úlohy jsou totiž v testu zpravidla řazeny se vzrůstající obtížností, takže velmi pomalý žák v okamžiku přerušení práce na testu řeší ty nejobtížnější úlohy, které by byl již sotva schopen vyřešit.

2) Stupeň dokonalosti přípravy testu a jeho příslušenství

Didaktické testy, které jsou připravovány důkladněji a které mají úplnější vybavení, se označují jako **testy standardizované**. Standardizovaný didaktický test je připravován profesionálně, je důkladně ověřen, takže jsou známy jeho základní vlastnosti. Tyto testy vydávají většinou specializované instituce. Součástí příslušenství standardizovaných testů je testová příručka (manuál), ze které se uživatel dozví o vlastnostech testu, o jeho správném použití atd. Většinou je k dispozici také standard (testová forma) pro hodnocení dosažených výkonů. Didaktické testy, u nichž byly důsledně realizovány všechny kroky obvyklé při přípravě a ověřování testů standardizovaných, označujeme jako **testy nestandardizované** (učitelské, neformální). Tyto testy si učitelé připravují sami pro svoji vlastní potřebu. Někdy používáme i termínu **kvazistandardizované testy**, kterými se rozumí testy připravované dokonaleji než testy učitelské, ale standardizace není provedena beze zbytku. Kvazistandardizovaným testem je např. didaktický test, zjišťující úroveň vědomostí žáků v daném předmětu na určité škole (několik paralelních tříd) nebo na několika školách.

3) Povaha činnosti testovaného

Toto dělení vychází z rozdělení učení do tří oblastí podle B. S. Blooma - učení kognitivní, afektivní a psychomotorické. Výsledky učení afektivního se didaktickými testy většinou nezjišťují (používají se např. dotazníky, různé škály apod.) Pokud didaktický test měří úroveň (kvalitu) poznání žáků, jedná se o **test kognitivní**, pokud testem zjišťujeme výsledky psychomotorického učení, jde o **test psychomotorický**. Příkladem kognitivních testů jsou např. testy, ve kterých má žák řešit úlohy z matematiky, příkladem testů psychomotorických je test psaní na stroji aj.

4) Míra specifčnosti učení zjišťovaného testem

Podle tohoto kritéria je možné didaktické testy rozdělit na **testy výsledků výuky** a **testy studijních předpokladů**. V běžné pedagogické praxi jsou častější testy výsledků výuky, které měří to, co se žáci v dané oblasti naučili. Testy studijních předpokladů měří úroveň obecnějších charakteristik jedince, které jsou potřebné k dalšímu studiu.

5) Interpretace výkonu testu

Podle toho, jakým způsobem interpretujeme výkon testovaného, můžeme rozlišit tzv. **testy rozlišující** (také testy relativního výkonu) a **testy ověřující** (také testy absolutního výkonu). Hlavní rozdíl mezi těmito dvěma druhy testů spočívá v tom, že u testů rozlišujících se výkon jedince určuje vzhledem k populaci testovaných, zatímco u testů ověřujících se výkon určuje vzhledem k populaci úloh, které určité učivo reprezentují. V naší pedagogické praxi jsou běžnější testy rozlišující, konstruované na základě psychometrických principů.

Testy rozlišující se také označují jako testy statistické – normativní anebo jako NR testy (*norm-referenced tests*). Výkon žáka v tomto testu se srovnává s výkony ostatních žáků, v případě standardizovaných rozlišujících testů s výkony celé žákovské populace. Rozlišující didaktické testy jsou konstruovány tak, že umožňují rozhodnout, jaký výkon v testu žák dosáhl vzhledem k celé populaci, k níž patří. Umožňují posoudit, zda určitý konkrétní žák je ve srovnání s ostatními žáky např. „velmi slabý“, „podprůměrný“, „průměrný“ atd.

Didaktické testy ověřující jsou často v literatuře označovány jako kritériální testy nebo CR testy (*criterion-referenced tests*). Úkolem ověřujících testů je prověřit úroveň vědomostí a dovedností žáka v přesně vymezené oblasti (části učiva). Výkon testovaného se přitom nesrovnává s výkonem jiných žáků (populace), nýbrž se vyjadřuje vůči všem úlohám, které reprezentují dané učivo. Kritériem úspěchu ověřujících testů je předem stanovený stupeň zvládnutí učiva. Ověřující testy neusilují o diferencované hodnocení žáků, ale cílem je v podstatě rozhodnout, zda žák zvládl učivo nebo nikoli (Chráška, 1999).

6) Časové zařazení do výuky

Podle tohoto kritéria lze didaktické testy rozdělit na testy vstupní, průběžné a výstupní.

Vstupní testy jsou zadávány na začátku výuky určitému celku látky a jejich cílem je postihnout úroveň vědomostí a dovedností, které jsou nezbytné pro úspěšné zvládnutí daného celku učiva.

Průběžné testy se zadávají v průběhu výuky a jejich posláním je poskytovat učiteli informace potřebné k optimálnímu řízení výuky.

Výstupní testy se zadávají buď na konci výukového období, nebo na konci určitého celku a většinou poskytují informace potřebné pro hodnocení.

7) Rozsah obsahového zaměření

Podle tohoto kritéria lze testy dělit na **monotematické** a **polytematické**. Zatímco test monotematický zkouší jediné téma učební látky, test polytematický zkouší učivo několika tematických celků. Testy polytematické jsou proto náročnější z hlediska přípravy a konstrukce.

8) Stupeň objektivity skórování

Z hlediska stupně objektivity skórování lze didaktické testy rozdělit na **testy objektivně skórovatelné** a **testy subjektivně skórovatelné**. Testy objektivně skórovatelné obsahují úlohy, u nichž lze objektivně rozhodnout, zda byly řešeny správně či nikoli. Výhodou těchto testů je, že skórování může provádět jakákoli osoba. U testů subjektivně skórovatelných není možno stanovit jednoznačně předpis pro skórování. Mezi subjektivně skórovatelné testové úlohy patří tzv. otevřené široké úlohy.

Většina testů používaných v současné době na našich školách jsou testy, které se svým charakterem blíží testům úrovně. Čisté testy úrovně nepoužívají žádné časové omezení a výkon v nich je dán pouze úrovní vědomostí nebo dovedností zkoušeného (Chrásková, 2007).

4.3 Vlastnosti didaktického testu

Má-li být didaktický test dobrým prostředníkem měření výsledků výuky, je třeba, aby vykazoval určité vlastnosti. Informace získané v testu mají být nejen vědecky správné a spolehlivé, ale také jednoduše vyhodnotitelné. Aby se tak stalo, musí především splňovat základní požadavky, jako jsou validita, reliabilita a praktičnost (Lindr, 2008).

4.3.1 Validita

Validita je základní a nejdůležitější vlastností didaktického testu. Validita neboli platnost je míra shody mezi výsledky testu a tím, co bylo zapotřebí testem zjistit. Test je dostatečně validní tehdy, pokud se jím zkouší skutečně to, co má být zkoušeno. Posouzení validity v sobě zahrnuje odbornou a věcnou správnost, kterou posuzují erudovaní lidé v příslušném oboru (Skalková, 2000).

Jako validní označíme test, který je exaktně uplatnitelný pro zjišťování jevů, které jsou jeho obsahem a pro které má být používán. Značí tak korelaci mezi jeho výsledky a hodnotami, které má zjišťovat. Podstata validity spočívá ve výběru takových prvků učiva a úloh, které ho budou reprezentovat. Kritériem pro reprezentativnost úloh zařazených do testu jsou úlohy cílově zaměřené na základní a vyšší úrovně učiva, tj. reprodukci, zapamatování, porozumění a použití vědomostí (Chráska, 1999). Prokáže se tím dosažení kognitivních, afektivních a psychomotorických cílů výuky v souladu taxonomií cílů vyučovacího procesu formulované např. psychologem B. S. Bloomem, B. Niemierkem aj.

4.3.2 Reliabilita

Pokud využíváme didaktický test jako nástroj testování a měření výsledků výuky, potom se od něho žádá určitá přesnost a spolehlivost. Potřebujeme mít jistotu, že získané výsledky spolehlivě odrážejí skutečné vědomosti žáků. Spolehlivost spočívá v tom, že za týchž podmínek poskytuje stejné nebo velmi podobné výsledky. Souhrnně lze přesnost a spolehlivost označit pojmem reliabilita (Chráska, 1999).

Kvalitně zpracovaný didaktický test je zdrojem velmi cenných zpětných informací o průběhu a výsledcích výuky. Míru reliability je možné zlepšit větším počtem zařazených

úloh do testu. Reliabilita je důležitým ukazatelem technické a pedagogické kvality testu. Čím nižší je reliabilita testu, tím skeptičtěji je nutno výsledky testování posuzovat. Aby byl test dostatečně validní, musí mít vysokou reliabilitu (Jedinák, 1992).

K exaktnímu posouzení reliability slouží koeficient reliability, který umožňuje posoudit, jak dalece jsou výsledky testování ovlivněny náhodou. Je třeba výpočtově spojit faktor počtu otázek v testu s uvažováním, do jaké míry se podařilo rozptýlit výsledky studentů tak, aby bylo možné jednoznačně odlišit správné a nesprávné výsledky. Koeficient reliability udává pomocí exaktních výpočtů stupeň dosažení přesnosti a spolehlivosti měření výsledků didaktickým testem složeným z obsahově homogenních úloh. Výpočet koeficientu reliability r_{kr} se provádí pomocí Kuderova-Richardsonova vzorce³

$$r_{kr} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k pq}{s^2} \right),$$

kde k je počet úloh v testu, p je podíl žáků ve vzorku, kteří řešili určitou úlohu v testu správně, $q = 1-p$ je podíl žáků ve vzorku, kteří řešili určitou úlohu nesprávně, s je směrodatná odchylka pro celkové výsledky žáků v testu. Sčítá se přes počet k úloh v testu. Optimálně by se měla hodnota koeficientu reliability didaktického testu pohybovat v rozmezí 0,8 – 1,0. Pokud vykazuje hodnoty příliš veliké, příp. příliš blízké 0, znamená to, že test je obsahově nevyvážen, obsahuje buďto příliš málo otázek nebo obsahuje takové otázky, které nepřinesly kýžené efekty rozlišení kvality znalosti žáků.

V předkládané práci byl užit výpočet pomocí Kuderova – Richardsonova vzorce.

4.3.3 Citlivost úloh

Citlivost úloh bývá často označována jako „rozlišovací hodnota“, „rozlišovací ostrost“ nebo jako „rozlišovací schopnost“ úloh (Chráška, 1999). Vysokou citlivost má taková úloha, kterou řeší s velkým úspěchem žáci, kteří mají celkově lepší vědomosti,

³ Pro výpočet koeficientu reliability je možné ještě užít metodu půlení intervalu, jehož výpočet takto vedený vyžaduje složitější dělení otázek na poloviční intervaly, statistické výpočty korelací výsledků skupin apod. Výpočet je však velmi zdlouhavý a vede ke kvalitativně srovnatelným výsledkům jako výpočet dle Kuderova-Richardsonova (Chráška, 1999).

zatímco žáci, kteří mají celkově horší vědomosti v této úloze, dosahují výsledků špatných. Citlivost úlohy tedy vyjadřuje, jak dalece daná úloha zvýhodňuje žáky mající lepší vědomosti před žáky mající vědomosti horší.

Nejjednodušším ukazatelem citlivosti testové úlohy je koeficient citlivosti ULI (*upper- lower- index*). Jeho výpočet napomáhá k prvotní orientaci, jak test splňuje požadavky rozlišení dobrých a „špatných“ studentů. Vychází z rozdílu mezi obtížností úlohy ve skupině lepších a ve skupině horších žáků. Koeficient citlivosti d lze vypočítat podle vzorce:

$$d = \frac{n_L - n_H}{0,5 N},$$

kde n_L je počet žáků z lepší skupiny, kteří danou úlohu zodpověděli správně, n_H je počet žáků z horší skupiny, kteří úlohu řešili správně a N je celkový počet žáků.

U koeficientu citlivosti ULI se požaduje, aby v případě úloh s hodnotami obtížnosti Q 30 – 70 bylo d alespoň 0,25 a u úloh s hodnotami obtížnosti Q 20 – 30 a 70 – 80 alespoň 0,15 (Chráška, 1999).

Poněkud pracnější, ale většinou spolehlivější metodou výpočtu koeficientu citlivosti je výpočet tzv. tetrachorického koeficientu citlivosti r_{tet} .

Pro výpočet je třeba sestavit tzv. čtyřpolní (tetrachorickou) tabulku, která uvádí počty žáků ze skupin L (lepších) a H (horších), kteří v dané jednotlivé úloze odpověděli správně (+) nebo nesprávně (-). Obvykle se volí za skupinu lepších L a volí 50 % nejlepších studentů, za skupinu horších H se volí 50 % nejhorších studentů. Vzniká tím čtyřpolní tabulka (viz tabulka č. 2):

	+	-
L	a	b
H	c	d

Tabulka č. 2: Schéma čtyřpolní tabulky

Z uvedeného schématu vyplývá, že a je počet žáků ze skupiny L , kteří odpověděli v úloze správně, b je počet žáků ze skupiny L , kteří odpověděli v úloze nesprávně, c je

počet žáků ze skupiny **H**, kteří odpověděli v úloze správně a **d** je počet žáků ze skupiny **H**, kteří odpověděli v úloze nesprávně.

Tetrachorický koeficient citlivosti r_{tet} úlohy se vypočítá dle vztahu:

$$r_{tet} = \cos \left(180 \frac{\sqrt{bc}}{\sqrt{bc} - \sqrt{ad}} \right).$$

Tetrachorický koeficient citlivosti r_{tet} by neměl být u vyhovujících úloh nižší než 0,15. Tato hodnota platí standardně pro tyto skupiny **L** a **H**, které byly vytvořeny ze všech 50 % všech testovaných žáků.

Hodnoty tetrachordického koeficientu citlivosti r_{tet} jsou jemnější než hodnoty koeficientu citlivosti ULI **d**, protože zahrnují nejen situace počtu úspěšně vyřešených úloh ze skupiny **L** a **H**, ale bere ohled i na počty špatně vyřešených úloh. Proto prakticky vychází tetrachordický koeficient citlivosti r_{tet} větší než koeficient citlivosti ULI **d** (Chráska, 2007).

V předkládané práci byl využit výpočet citlivosti koeficientem citlivosti ULI **d**.

4.3.4 Obtížnost úloh

Jak uvádí Chráska (2007), i když plánování a konstrukci didaktického testu věnujeme značnou pozornost, nemůžeme si být nikdy jisti tím, jaké vlastnosti bude nakonec test mít. Aby bylo možné se optimálnímu stavu úspěšně přibližovat, je zapotřebí stanovit vlastnosti jednotlivých úloh, přesněji zaměřit se na obtížnost jednotlivých úloh.

To, jak dalece je testová úloha pro žáky obtížná, je jednou z jejích základních charakteristik. Při analýze obtížnosti se vypočítává buď hodnota obtížnosti **Q** nebo index obtížnosti **P**.

Hodnota obtížnosti **Q** udává procento žáků ve vzorku, kteří danou úlohu zodpověděli nesprávně nebo ji vynechali. Hodnotu vypočítáme podle vzorce

$$Q = 100 \frac{n_n}{n},$$

kde n_n je počet žáků ve skupině, kteří odpověděli nesprávně nebo neodpověděli a n je celkový počet žáků ve vzorku.

Index obtížnosti P je procento žáků ve skupině, kteří danou úlohu zodpověděli správně. Hodnotu vypočítáme podle vzorce:

$$P = 100 \frac{n_s}{n},$$

kde n_s je počet žáků ve skupině, kteří odpověděli v dané úloze správně a n je celkový počet žáků ve skupině.

O vysoké obtížnosti testové úlohy vypovídají vysoké hodnoty Q a naopak nízké hodnoty indexu obtížnosti P . Za velmi obtížné lze pokládat testové úlohy, u nichž je hodnota obtížnosti Q vyšší než 80. Velmi snadné jsou pak ty úlohy, které vykazují hodnotu obtížnosti Q nižší než 20. Úlohy extrémně obtížné, u nichž se hodnota obtížnosti Q blíží 100, jsou nevyhovující (Chráška, 2007).

4.4 Tvorba didaktického testu

Chceme-li vytvořit didaktický test skutečně kvalitní, musíme věnovat dostatečnou pozornost také jeho plánování. Chráška (1999) uvádí tři základní etapy tvorby didaktického testu:

→ plánování testu

→ konstrukce testu

→ ověřování testu

4.4.1 Plánování didaktického testu

První otázkou, kterou by si měl autor testu položit, je: „K jakému účelu má didaktický test sloužit?“ Účelem testu může být např. zjištění výsledků výuky na konci tematického celku nebo na konci pololetí či roku, zjištění, jak žáci probírané učivo přijímají a chápou. Didaktický test může také sloužit ke kontrolním nebo inspekčním účelům, k výběru vhodných studentů na vyšší typ školy atd. (Byčkovský, 1982).

Autor dále uvádí, že po ujasnění účelu testování se zpravidla rámcově vymezuje obsah testu. Rámcově vymezený obsah testu je třeba upřesnit (specifikovat) tak, aby bylo zřejmé, jaký obsah mají jednotlivé úlohy zkoušet, na jakou úroveň osvojování vědomostí se přitom mají zaměřovat, kolik úloh je nutno navrhnout atd. Je známo několik technik, kterými se toto upřesnění může uskutečnit. V učitelské praxi přichází nejvíce v úvahu dvě z nich – **technika specifikační tabulky** a **technika seznamu výukových cílů**.

Technika specifikační tabulky

Specifikační tabulka upřesňuje, jaká úroveň osvojení znalostí má být jednotlivými úlohami testu zkoušena. Dobrý didaktický test by se neměl zaměřovat pouze na pamětní osvojování učiva, nýbrž by měl zkoušet i vyšší cílové kategorie, jako je porozumění poznatkům, aplikace poznatků, analýza a syntéza poznatku atd. U každé testové úlohy by se měl autor zamyslet nad tím, co vlastně úloha zkouší, a snažit se o to, aby úlohy postihovaly v míře co možná největší cílové kategorie osvojování (Chráska, 1999). V tomto směru jsou dobrou oporou pro autora testu různé taxonomie výukových cílů pro kognitivní oblast (Kalhous a Obst, 2009).

Taxonomie výukových cílů byla vytvořena jako pomůcka pro učitele, která jim má posloužit při stanovení výukového cíle, při přípravě učebních úloh orientovaných na výukový cíl. Na základě znalosti taxonomie učitel formuluje specifické vzdělávací cíle tak, aby každý žák předně věděl, co a jak se má učit (Horák, 1994).

Nejznámějšími taxonomie v kognitivní oblasti jsou spojeny se jmény B. S. Blooma a B. Niemierka (Kalhous a Obst, 2009).

Bloomova taxonomie kognitivních cílů

Americký pedagogický psycholog B. S. Bloom (1913) se proslavil v oboru pedagogiky především svou teorií *Mastery Learning*. Podle něj úspěch výuky spočívá v uvědomění si, že někteří žáci se učí pomaleji a jiní rychleji a je potřeba této skutečnosti vyučovací hodinu přizpůsobit. Jeho taxonomie je jednou z nejpoužívanějších a poprvé ji publikoval Bloom v roce 1956.

Toto uspořádání výukových cílů historicky sehrálo velmi důležitou roli a dodnes je cenným nástrojem pro práci učitele. Vychází z pedagogických a psychologických

požadavků na záměrně řízenou kognitivní činnost žáků ve výuce. Má přísně logickou strukturu, ale neklasifikuje učivo, nezabývá se jednotlivými fázemi vyučovacího procesu ani vyučovacími metodami, činností učitele apod. Je zaměřena na přímou kognitivní činnost žáků, strukturuje ji a vytváří z ní hierarchicky uspořádaný systém. Může sloužit jako nástroj nejen k logickému propojení učiva a činnosti žáků, ale také k zajištění dokonalejší zpětnovazební informace o tom, na jaké úrovni zvládl žák příslušný úkol. Je zaměřena čistě individualisticky a pouze k jedné složce osobnosti žáka. Skládá se ze šesti hierarchicky uspořádaných kategorií označených jako:

1. znalost (zapamatování),
2. porozumění,
3. aplikace,
4. analýza,
5. syntéza,
6. hodnotící posouzení.

Hierarchické uspořádání cílových kategorií vychází z hypotézy, že k dosažení vyšší cílové kategorie je nezbytné důkladné zvládnutí příslušného učiva na nižší úrovni osvojení, např. porozumění určitému učivu je nutno zapamatování, k aplikaci je nutno porozumění.

Na úrovni **znalosti (zapamatování)** se od žáka vyžaduje jen znovu poznání informace nebo znovuvybavení poznatků a jejich reprodukce, nikoli přímé užití. Žádoucí činnosti žáků vyjadřujeme slovesy (slovesnými vazbami) typu: *definuj, doplň, napiš, opakuj, pojmenuj, popiš, přiřad', seřad', reprodukuj, vyber, vysvětli, urči* apod.

U **porozumění** má žák prokázat pochopení a schopnost užití znalosti. Typická slovesa pro stanovení cílových činností žáka jsou: *dokaž, jinak formuluj, uveď příklad, interpretuj, objasni, odhadni, oprav, přelož, převeď, vyjádři jinak, vypočítej* apod.

Při **aplikaci** již dochází k transferu učení do situací pro jedince nových (problémových). Činnost žáka na úrovni aplikace typicky vyjadřují slovesa: *aplikuj, navrhní, použij, řeš, vyzkoušej, uspořádej, diskutuj* apod.

U **analýzy** jde o schopnost rozložit sdělení na prvky nebo části tak, aby byly objasněny jak vztahy prvků nebo částí, tak celkové uspořádání myšlenek obsažených ve sdělení. Žák má být schopen rozlišit fakta od hypotéz, zdůvodňující argumenty od závěru, významné údaje od méně významných či nevýznamných atd. Typická slovesa jsou: *analyzuj, najdi princip, proved' rozbor, rozhodni, specifikuj, rozliš* apod.

Syntéza znamená schopnost žáka skládat prvky a části v celek. Kombinací prvků a částí se vytváří struktura, jež předtím neexistovala. Při syntéze je také třeba umět hledat prvky z různých pramenů či odvětví a skládat je do nových útvarů. Typická slovesa jsou: *kategorizuj, syntetizuj, shrň, vyvod' obecný závěr, napiš sdělení, kombinuj, modifikuj* apod.

U kategorie **hodnotícího posouzení (hodnocení)** jde o žákovu schopnost i potřebu posouzení hodnoty myšlenek, dokumentů, výtvorů, metod, způsobů řešení apod. z hlediska nějakého účelu co do přesnosti, přiléhavosti, adekvátnosti, efektivnosti, hospodárnosti. Novým prvkem je zde použití kritérií, mezi nimiž důležitou roli hrají hodnoty. Tím se kategorie kognitivních cílů stává spojovacím článkem s oblastí cílů afektivních, v nichž je internalizace hodnot základním hlediskem pro rozlišení axonometrických úrovní, ale už s důrazem na emotivní stránku se zřetelem k prožitkům. Typická slovesa jsou: *argumentuj, obhaj, srovnej s normou, vyber, vyvrát', zdůvodni, zhodnot', prověř, posud'* apod.

V 90. letech 20. století došlo k revizi původní taxonomie, kterou Bloomova taxonomie získala dvojdimenzionální charakter:

- 1) dimenze poznatků: A-faktické, B- konceptuální, C-procedurální, D-metakognitivní
- 2) dimenze kognitivních procesů: 1. Zapamatovat si, 2. Porozumět, 3. Aplikovat, 4. Analyzovat, 5. Hodnotit, 6. Tvořit

Bloomova taxonomie nás vede k přemýšlení o tom, co to vlastně znamená, že žák/student má „umět“. Požadovaná úroveň by měla být zcela uvědoměle stanovena (Kalhous a Obst, 2009).

Chráška (1999) považuje za velmi srozumitelnou a jednoduchou taxonomii výukových cílů taxonomii polského autora B. Niemierka. Podle něj je právě tato taxonomie pro plánování didaktických testů zvlášť výhodná.

Taxonomie kognitivních cílů podle B. Niemierka

Tato taxonomie obsahuje celkem čtyři hierarchicky uspořádané kategorie výukových cílů. Kategorie jsou uspořádány tak, že k dosažení určitého cíle je nezbytné dosažení všech předchozích nižších kategorií cílů (Chráška, 1999). Každou z těchto kategorií člení do podskupin:

I. úroveň – Vědomosti

zapamatování poznatků – žák si dokáže vybavit termíny, fakta, zákony, teorie nebo zásady činnosti

porozumění poznatkům – žák dokáže zapamatované vědomosti předložit v jiné formě než v té, ve které si je zapamatoval, uspořádat je, zestručnit

Mezi oběma podskupinami existuje úzká vzájemná vazba. Když porozumí, bude si pamatovat, znovu si vyvodí.

II. úroveň – Dovednosti

Používání vědomostí v typových situacích (specifický transfer) – žák ovládl dovednost používat vědomosti podle dříve předložených vzorů. Tyto vzory by se neměly lišit od skutečných situací řešených v praxi.

Používání vědomostí v problémových situacích (nespecifický transfer) – žák ovládl dovednost formulovat problémy, provádět analýzu a syntézu nových jevů, formulovat plán činnosti apod.

Při práci s těmito taxonomiemi je učitel nucen analyzovat učivo daného tématu z pozice jednotlivých kategorií (u Bloomovy taxonomie), nebo z pozice první a druhé úrovně (u Niemierkovy taxonomie) (Kalhous a Obst, 2009).

Dalším krokem při sestavování **specifikační tabulky** je rozhodnutí, kolik úloh celkem má test obsahovat. O počtu úloh v testu rozhoduje řada okolností. Na prvním místě je to požadavek dostatečně vysoké spolehlivosti a přesnosti, tj. reliability testu. Vzhledem k tomu, že reliability testu vzrůstá s rostoucím počtem úloh, je třeba, aby didaktický test obsahoval co největší počet úloh. Za dolní použitelnou hranici lze považovat zhruba 10 úloh. Didaktické testy kratší nemohou nikdy dosáhnout uspokojivé výše reliability.

Počet úloh testu také závisí na druhu používaných testových úloh a na jejich složitosti. U jednodušších otevřených úzkých úloh a u jednodušších úloh s výběrem možností lze orientačně počítat s časem 0,5 minuty do 1,5 minuty na jednu úlohu. U každé části učiva je také třeba uvážit, jakou úroveň poznatků mají úlohy zkoušet. Z hlediska rozvíjení myšlení žáků a z hlediska kvality osvojovaných vědomostí je pochopitelně žádoucí preferovat vyšší úroveň osvojení. Není však nijak normativně stanoveno, kolik úloh musí určitou úroveň osvojení zkoušet.

Technika seznamu výukových cílů

Pracnější, zato však přesnější technikou upřesňování obsahu testu je technika seznamu výukových cílů. U této techniky se učební látka, která má být testována, převádí na seznam výukových cílů, kterých chceme ve výuce dosáhnout. Pro dané učivo formulujeme co možná největší počet výukových cílů. Na druhé straně dbáme na to, aby v seznamu byly jen takové cíle, na něž byla výuka skutečně zaměřena. Výukové cíle formulujeme tak, aby byly zcela konkrétní, vyjadřovaly určitý výkon žáka a byly jednoznačně kontrolovatelné. Každý výukový cíl musí být v testu zkoušen tolika úlohami, kolik odpovídá jeho výukovému významu (Chráska, 1999).

4.4.2 Konstrukce didaktického testu

Podle Chrásky (1999) se ve fázi konstrukce didaktického testu jedná především o vytvoření prvního návrhu (prototypu) didaktického testu. Důležité je rozhodnout se, který typ úloh v didaktickém testu použít. Každý druh testových úloh má určité vlastnosti, výhody i nevýhody. O tom, který druh testových úloh použijeme, rozhoduje mnoho faktorů – cíl, který má testování splnit, obsah učiva, který má být předmětem testování, materiální a technické pomůcky, obliba určitého druhu testových úloh apod. Důležité je si také uvědomit, co vlastně lze považovat za testovou úlohu.

4.4.3 Ověřování didaktického testu

Relativně definitivní představu o vlastnostech testu můžeme získat až po důkladném vyzkoušení (ověření) testu na vzorku žáků/studentů. Toto ověřování se ovšem

neprovádí pouze za účelem získání informací o kvalitě vytvořeného testu, nýbrž zejména proto, abychom mohli případné nevhodné vlastnosti testu odstranit, zmírnit nebo korigovat. Důkladnost ověřování testu závisí zejména na počtu žáků, kteří se ověřování účastní. U standardizovaných didaktických testů se při ověřování většinou pracuje se vzorky 300 – 500 žáků.

V případě, že ověřováním jednotlivých vlastností didaktického testu zjistíme, že některé úlohy v testu jsou nevhodné, je třeba tyto z testu lépe vyřadit a nahradit je úlohami vhodnějšími. Nevhodná testová úloha se vyznačuje následujícími vlastnostmi:

- úloha je příliš obtížná anebo příliš snadná,
- úloha málo rozlišuje mezi žáky s dobrými a špatnými vědomostmi,
- v testové úloze je příliš mnoho vynechaných odpovědí (u otevřených úloh více než 30 – 40 %, u uzavřených více než 20 %),
- počet vedlejších chyb v úloze převažuje nad počtem hlavních chyb,
- žáci nevybírají ze všech nabídnutých distraktorů⁴ v úloze (u úloh s výběrem odpovědí) (Chrásky, 1999).

⁴ Distraktor je alternativa odpovědi v položkách s volbou (Encyklopedický dům, 2006).

5 Učební úlohy v didaktickém testu

5.1 Pojem učební úloha

Učební úlohy bývají v povědomí žáků základních i středních škol často vnímány negativně. Zadáním úkolu je žák postaven do situace, kdy musí logicky uvažovat, vybírat správné postupy, které by mohly vést k vyřešení zadaného problému a vyhodnocovat všechny možnosti, které jsou jeho řešením. Musí tedy využít složitějších myšlenkových operací a nesprávné řešení zadaného úkolu vede často k demotivaci jeho řešitele.

Právě pro tyto a další vlastnosti je učební úloha důležitou kategorií pedagogiky a je častým objektem teoretických, experimentálních i empirických studií (Kubátová, 2006).

Různé zdroje uvádí různé definice učební úlohy. Jednu z možných definic nabízí Pedagogický slovník, který říká, že učební úloha je každá pedagogická situace, která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle (Průcha, 2001).

Další definice, která bere v úvahu pedagogickou a psychologickou dimenzi pojmu, je uvedena v práci Heluse (1979), který považuje za učební úlohu každou pedagogickou situaci, která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle a je zaměřena na všechny tři aspekty učení – obsahový, operační a motivační.

Zelina (1990) charakterizuje učební úlohy jako všechny situace, které subjekt stimuluje k činnosti, jež vede k řešení situace.

Skalková (1978) upozorňuje, že problémový charakter učební úlohy nelze brát absolutně. Zda určitou úlohu žáci vnímají jako problémovou nebo ne, závisí na konkrétních podmínkách: ve které fázi vyučovacího procesu byla úloha zařazena, jakými předcházejícími znalostmi žáci disponují. Přitom jsou samozřejmě rozdíly i mezi jednotlivými žáky.

Nikl (1998) zdůrazňuje, že prostřednictvím učebních úloh dochází k aktivizaci žáků. Poznávací aktivitu pokládá za základ pro učební činnosti žáků a učební úlohy považuje za podněty pro tyto aktivity.

Kalhous a Obst (2009) uvádí, že zadávání určitých úloh je nezbytné pro to, aby se žák učil efektivně, byl aktivní a ověřoval si tak plnění stanovených výukových cílů. V praxi se tedy nejedná jen o izolované úkoly za účelem aplikování právě naučeného algoritmu, ale jsou to v podstatě všechna učební zadání, která následně vedou ke

zdokonalování a zkvalitňování výuky, k rozvoji schopnosti analyzovat, vytvářet a používat výukové cíle a učební úlohy na takové úrovni, aby současně s kognitivní složkou osobnosti žáka rozvíjely i složku afektivní a psychomotorickou. Učební úlohy by dále měly u žáků rozvíjet schopnost týmové spolupráce, dovednost pracovat s literaturou, volit vhodné metody práce, osvojovat si myšlenkové operace potřebné k řešení problémů a získávat osobní vlastnosti, zvláště cílevědomost, svědomitost, pomoc jednoho druhému atd.

Holoušová (in Kahlous a Obst, 2009) definuje učební úlohy jako širokou škálu všech učebních zadání, a to od nejjednoduššího úkolu, vyžadujících pouhou reprodukci poznatků, až po složité úkoly, vyžadující tvořivé myšlení. Ve vyučovacím procesu má jít o vytváření souborů úloh, které by měly být uspořádány od jednoduchých ke složitým, od algoritmických k tvořivým. Měly by být podřízeny výukovému cíli, vycházet z něho a v závěru vyučovací jednotky by měly být jedním z hlavních zpětnovazebních prostředků, jejichž pomocí si učitel, ale i žáci ověřují splnění příslušného výukového cíle.

Ve vyučovacím procesu mají učební úlohy velký význam a pro pochopení probírané látky hrají nezastupitelnou roli. Holoušová (1983) upozorňuje na tyto role ve výuce:

- 1) Učební úlohy by měly pronikat celým vyučovacím procesem. Neměly by být situovány jen na začátek a konec vyučovací hodiny (popř. tematického celku), ale ve vhodné formě by měly být použity i ve výkladové části vyučování. Mají nejen funkci vzdělávací, ale i formativní.
- 2) Učební úlohy ve vyučovacím procesu nemohou hrát autonomní roli. Jsou jen jednou z jeho složek a mají instrumentální charakter.
- 3) Učební úlohy by neměly být podávány izolovaně, ale v celých systémech, vždy se vzrůstající náročností. Neměly by být monotónní, měly by vyvolávat celou škálu různých poznávacích aktivit, měly by být zadávány tak, aby vzbuzovaly dojem, že logicky vyplynuly z okamžité situace vyučování.
- 4) Při tvorbě učebních úloh může učitel improvizovat.
- 5) Základní podmínkou pro tvorbu učebních úloh je správné a konkrétní stanovení výukových cílů.

6) Tvorba úloh je projevem profesionálního mistrovství učitele, ten by se měl v těchto dovednostech neustále záměrně zdokonalovat.

Teorii učebních úloh je věnována také přehledová studie (Fridman, 1977). Při vymezení pojmu úloha vychází Fridman z problémové situace. Problémová situace vzniká, když se subjekt ve své činnosti (zaměřené na určitý objekt) setkává s určitou obtíží, překážkou. Tuto obtíž si uvědomí a hledá způsob, jak ji odstranit. Jakmile situaci navodíme záměrně „uměle“, rodí se úloha. Úloha je tedy jakýmsi modelem problémové situace fixovaným v jistém jazyce. Podle Fridmana každá úloha obsahuje čtyři základní složky:

- předmětnou část – tedy objekty, o nichž se v úloze mluví,
- vztahy – tedy ty vztahy, které objekty navzájem spojují,
- požadavek – tedy instrukci o cíli, kterého je třeba dosáhnout,
- operátor – tedy soubor operací, jež mají vykonat s podmínkami úlohy, aby byl splněn její požadavek.

Podmínky úlohy jsou tvořeny předmětnou oblastí a vztahy. Na základě uvedených složek pak Fridman vymezuje úlohu jako požadavek na provedení určitého explicitně či implicitně uvedeného operátoru (tj. posloupnost operací) vzhledem k zadané podmínce. Východiskem Fridmanovy teorie je logicko-kybernetické pojetí úlohy jako reálného objektu závislého na činném objektu. Na tomto základě pak autor vyčleňuje tyto parametry úlohy:

- struktura úlohy,
- logická správnost úlohy,
- stupeň určenosti úlohy,
- míra zobecnění úlohy,
- míra úplnosti zadání,
- způsob jazykového vyjádření úlohy.

5.2 Typy učebních úloh v didaktických testech

Závažným rozhodnutím, před kterým autor testu ve fázi tvorby testu stojí, je, jaký typ úloh v didaktickém testu použít. Nejdůležitější typy testových úloh člení Byčkovský (1982) následovně:

1) Otevřené široké úlohy

V otevřených úlohách lze považovat od žáka rozsáhlejší odpověď. Požadovaný rozsah odpovědi se žákovi naznačuje velikostí vynechaného místa v testovém zadání. Tento typ úloh lze doporučit zejména při zkoušení komplexních vědomostí nebo dovedností, osvojovaných v delším časovém období. Široké testové úlohy se poměrně snadno navrhnou, ale jejich hlavní nevýhodou je nemožnost objektivního skórování. Testy vytvořené z otevřených širokých úloh se často označují jako esej testy.

2) Úlohy se stručnou odpovědí

Úlohy se stručnou odpovědí požadují od žáka vytvoření a uvedení vlastní krátké odpovědi. Může se požadovat např. uvedení čísla, značky, symbolu, vzorce, grafu, slova apod. Mezi výhody úloh se stručnou odpovědí lze počítat zejména to, že se snadno navrhnou, neumožňují žákům snadno uhodnout správnou odpověď. Naopak nevýhodou může být to, že žák mnohdy odpovídá správně, ale jinak, než si představoval autor testu. Opravování takových testů pak musí provádět odborník, který zkoušenému učivu dokonale rozumí.

3) Úlohy dichotomické

U dichotomických úloh jsou žákovi překládány dvě alternativy odpovědi s tím, že jedna je správná a tu má označit. Tyto testy se velmi rychle a snadno navrhnou, nedostatkem je velká pravděpodobnost uhodnutí správné odpovědi i bez příslušných vědomostí.

4) Úlohy s výběrem odpovědí

Úlohy s výběrem odpovědí vděčí za svou teoretickou rozpracovanost především rozvoji programovaného učení. Úloha s výběrem odpovědí se skládá ze dvou částí: problému nebo otázky a nabídnutých odpovědí. Tyto úlohy se v testech vyskytují v několika formách:

- úlohy typu „jedna správná odpověď“,
- úlohy typu „jedna nepřesnější odpověď“,
- úlohy typu „jedna nesprávná odpověď“,
- úlohy s vícenásobnou odpovědí,
- situační úlohy – žák vybírá z velkého počtu nabídek, který není přímo dán, ale vyplývá přímo z dané situace.

5) Přiřazovací úlohy

Přiřazovací úlohy obsahují instrukci a dvě množiny pojmů. Úkolem žáka je správně přiřadit pojmy jedné množiny k pojmům množiny druhé.

6) Uspořádací úlohy

V uspořádacích testových úlohách se od žáka požaduje, aby uspořádal prvky dané množiny pojmů jedné třídy do řady (Byčkovský, 1982).

Jinou klasifikaci učebních úloh uvádí Tollingerová (in Kalhous a Obst, 2009), která navázala na Bloomovu taxonomii kognitivních cílů:

1. Úlohy vyžadující pamětní reprodukci poznatků

- 1.1. na znovupoznání,
- 1.2. na reprodukci jednotlivých čísel, faktů, pojmů,
- 1.3. na reprodukci definic, norem, pravidel,
- 1.4. na reprodukci velkých celků, básní, textů.

(př. aktivních sloves: *Definuji.., Uved' charakteristiku..., Přednes báseň..., Jaký je vzorec pro...aj.*)

2. Úlohy vyžadující jednoduché myšlenkové operace s poznatků

- 2.1. na zjištění faktů (měření, vážení, jednoduché výpočty),
- 2.2. na vyjmenování a popis faktů (výčet, soupis atd.),
- 2.3. na vyjmenování a popis procesů a způsobů činností,
- 2.4. na rozbor a skladbu (analýzu a syntézu),
- 2.5. na porovnávání a rozlišování (komparaci a diskriminaci),

- 2.6. na třídění (kategorizaci a klasifikaci),
- 2.7. na zjišťování vztahů mezi fakty (příčina- následek, cíl- prostředek, vliv, funkce, užitek, nástroj, způsob),
- 2.8. na abstrakci, konkretizaci, zobecňování,
- 2.9. na řešení jednoduchých příkladů (s neznámými veličinami).

(př. aktivních sloves: *Zjisti..., Vyhledej..., Vyjmenuj..., Z čeho se skládá..., Porovnej..., Který z objektů..., Uveď příklad..., Rozděl do skupin..., Co je příčinou..., Co se stane, když..., Proč..., Popiš fáze...aj.)*

3. Úlohy vyžadující složité myšlenkové operace s poznatky

- 3.1. na překlad (translaci, transformaci),
- 3.2. na výklad (interpretaci), vysvětlení smyslu, významu, zdůvodnění apod.,
- 3.3. na vyvozování (indukci),
- 3.4. na odvozování (dedukci),
- 3.5. na dokazování a ověřování (verifikaci),
- 3.6. na hodnocení.

(příklad aktivních sloves: *Vyjádři graficky..., Podle schématu řekni, jak..., Zdůvodni..., Vysvětli..., Odvod' postup..., Ověř správnost..., Posud'..., V čem jsou klady..., Udělej závěr...aj.)*

4. Úlohy vyžadující sdělení poznatků

- 4.1. na vypracování přehledu, výtahu, obsahu apod.,
- 4.2. na vypracování zprávy, pojednání, referátu apod.,
- 4.3. samostatné písemné práce, výkresy, projekty atd.,

(příklad aktivních sloves: *Zpracuj přehled..., Udělej stručný výtah..., Napiš referát..., Narýsuj..., Napiš výpověď o své činnosti..., Vypracuj zprávu...aj.)*

5. Úlohy vyžadující tvořivé myšlení

- 5.1. úlohy na praktickou aplikaci,
- 5.2. řešení problémových situací,
- 5.3. kladení otázek a formulace úloh,

5.4. na objevování na základě vlastního pozorování,

5.5. na objevování na základě vlastních úvah.

(příklad aktivních sloves: *Vymysli praktický příklad..., Zjisti, jak se v praxi uplatňuje..., Dobře si prohlédni a potom řekni..., Na základě vlastního pozorování..., Promysli..., Navrhni...aj.*) (Kalhous a Obst, 2009).

Polya (1962) uvádí, že řešení úloh je činnost charakteristická pro člověka. Rozlišuje dva základní typy úloh:

- určovací úloha (*problem to find*), jejímž cílem je nalézt (zkonstruovat, vytvořit, získat, rozpoznat apod.) určitý objekt - neznámou problému,
- důkazová úloha (*problem to prove*), jejímž cílem je rozhodnout, zda je určité tvrzení pravdivé nebo nepravdivé, a dokázat nebo vyvrátit ho.

Studium teoretických podkladů o učebních úlohách a konstrukci didaktické testu bylo důležitým podkladem pro realizaci výzkumného šetření. Více o didaktickém testu v empirické části práce.

5.3 Pojetí učebních úloh ve výuce matematiky

Cihlár (2007) uvádí, že pohled oborových didaktik umožňuje uplatnit další hlediska zkoumání učebních úloh a jejich řešení, reflektující specifika příslušné vědní disciplíny. Hodnotíme-li míru osvojení znalostí a dovedností žáka v matematice, zpravidla volíme mezi dvěma základními typy úloh – úlohy otevřené a úlohy uzavřené. Výhodou uzavřených úloh je opravování, avšak otevřené úlohy mají výrazně vyšší vypovídací hodnotu, a proto se používají v mnoha mezinárodních výzkumech. Otevřené úlohy hrají významnou roli také v procesu učení v hodinách matematiky.

Zdánlivě moderní orientace na užití výhradně uzavřených úloh v testování by mohla vést některé žáky spíše k hledání strategií, nebo dokonce k bezduché kalkulaci s nabídkou odpovědí.

Pro učitele matematiky by měly otevřené úlohy být nástrojem k zjištění, jak žáci uvažují, jaké volí algoritmy, jaké postupy upřednostňují při řešení úloh a zda uvažují při výpočtu logicky nebo spíše jen mechanicky dosazují čísla do předem naučených vzorců a algoritmů. Při zadávání úloh v hodinách matematiky mají učitelé nelehký úkol. Aby byl splněn stanovený cíl, kterým by v případě matematiky mělo být logické pochopení učební látky, musí učitel vybírat ty úlohy, které jsou nejen procvičením látky současné, ale zároveň vyžadují předchozí znalosti, které by měly napomáhat při řešení stále složitějších úloh (ÚIV, 2007).

5.4 Učební úlohy ve světle evaluačních standardů

Stanovením koncepce standardů z matematiky pro všechny typy škol, sestavením jednotlivých autorských kolektivů a koordinací jejich činnosti byl pověřen doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc. Hlavní myšlenkou a smyslem připravovaných standardů byla koordinace míry obsahu a úrovně výuky daného předmětu na daném typu škol. Odtud vyplynulo, že navržené standardy jsou tzv. výstupní, tedy budou postihovat požadovanou úroveň a rozsah znalostí žáků při ukončení daného typu škol. Standardy tedy nezasahují do metodiky výuky, nepředepisují časový harmonogram ani dotaci jednotlivých partií, všechny tyto faktory jsou zcela v kompetenci učitele (Fuchs, 1994).

Jelikož je cílový standard chápán jako soubor společensky žádoucích vzdělávacích cílů přiměřených věkovému stupni, typu školy a absolventa a je jakýmsi vyústěním kmenového učiva, jakožto závazné součásti vzdělávacích programů škol od roku 2004, nabízí se sbírka evaluačních standardů jako další možný zdroj, ze kterého může učitel čerpat učební úlohy při tvorbě didaktických testů. Pro předkládanou dizertační práci byly evaluační standardy Fuchse klíčovým dokumentem.

6 Psychologické aspekty testování

6.1 Obecná pravidla zadávání testů

K zajištění co možná nejvyšší objektivity a stejných vnějších podmínek pro všechny žáky/studenty je nutné, aby pro každé testování byly předem zpracovány jasné a přesné pokyny, které budou examinátoři důsledně dodržovat. Po příchodu do učebny (místnosti, kde je testování realizováno) je dobré navodit vhodnou atmosféru, objasnit žákům/studentům, co budou dělat. Examinátor by neměl vystupovat příliš stroze, aby nevyvolal nezdravé ovzduší zkoušky, měl by mluvit hlasitě, jasně, zřetelně. Tento přístup by neměl v žácích/studentech vzbudit strach, pramenící z neobvyklosti situace, se kterým se u některých setkáváme zpravidla tehdy, jestliže jsou podrobováni testování poprvé, nebo z přílišného zdůrazňování významu zkoušky (Hališka, 1999).

Pro zadávání testu je také vhodné zvolit místo, na které jsou studenti zvyklí. Kohoutek (1996) uvádí, že čím větší je shoda mezi prostředím, v němž probíhalo učení, a mezi tím, v němž probíhá jeho reprodukce, tím lepší jsou výsledky.

I když můžeme spoustu věcí, týkajících se zkoušení žáků/studentů my sami ovlivnit naší osobností, léty praxe, zkušenostmi a domníváme se, že je máme pevně ve svých rukou, je potřeba si uvědomit, že existuje další množství faktorů, které ani jako zkušený pedagog (examinátor) ovlivnit nemůžeme.

6.2 Faktory ovlivňující výsledek zkoušky

Už od chvíle, kdy je dítě předškolního věku zkoumáno, zda je zralé pro školní docházku, se ocitá v zátěžových situacích: musí řešit různorodé úkoly a na kvalitě jejich řešení do jisté míry závisí jeho další životní dráha. Závažnost těchto situací se nemusí zpočátku uvědomovat, nebo si ji připouštět, ale vycítí ji z přímých či dodatečných reakcí svých rodičů, učitelů, psychologů, lékařů. S nástupem do školy se spektrum zátěžových situací rozšiřuje, přibývá i jejich zdrojů: učitelé, spolužáci, rodiče, požadované tempo, požadované činnosti, kvalita činnosti apod. Ne vždy je dítě v roli žáka schopno dostát školním požadavkům. Pravděpodobnost komplikací vzrůstá, pokud dítě pochází z méně podnětného rodinného prostředí, z etnika odlišujícího se od majority, pokud je zdravotně či mentálně znevýhodněné. Všechna tato znevýhodnění mohou vyústit v poruchy učení a chování. Jako zátěž vystupují i další školní situace. Ne vždy žák rozumí probíranému

učivu, neboť se v něm střetávají dětské naivní teorie, prekoncepce pojmů se školním výkladem učiva. Žák mívá problémy se zvládnutím oficiálního, ale i skrytého kurikula, jak obstát ve třídě mezi spolužáky, jak uspět ve styku se žáky staršími a silnějšími, jak vyjít s různorodými učitelskými osobnostmi, jejich rozdílnými požadavky i svéráznými způsoby motivování a hodnocení žáků (Čáp, 2007). Tyto pocity beznaděje ve stresových situacích často přerůstají až do dospělosti. Nečekaná traumata, každodenní starosti, makrosystémové stresory, chronické stresory, strach z neúspěchu, momentální špatný fyzický stav a mnohé další jsou důležitými faktory, které mají vliv na výsledek žáka/studenta u zkoušky.

Před každou zkouškou se u žáků/studentů vždy objeví určité psychonervové napětí. Jeho intenzita bývá různá. Toto napětí je při zkoušce provázeno různými příznaky. Jemně diferencujícími přístroji byly např. zaznamenány změny elektrického odporu kožního, změny v rytmu dýchání, srdeční činnosti, chvění prstů apod. Tyto projevy jsou vyvolány napětím před zkouškou nebo při zkoušce. Při větším napětí je možno někdy pozorovat zčervenání obličeje nebo naopak zblednutí, motorický neklid, třes. U žáků/studentů, kteří podleli při testu nepřirozeně silnému vzrušení a napětí, pozorujeme, že se začínají spoléhat převážně na mechanickou paměť, zatímco logická paměť je u nich utlumená stejně jako logické myšlení (Kohoutek, 1996).

Z hlediska psychologického lze mluvit o nesčetném množství faktorů, které mají velký vliv na výsledek testu žáka/studenta. V předkládané dizertační práci tyto faktory uvádím jako další možné, kterými se ovšem ve svém výzkumu nezabývám, proto se o nich více v práci nezmiňuji.

7 Problematika přijímacího řízení

7.1 Přijímací zkouška z matematiky

Jak uvádí Novák (1989), přijímací zkouška na vysokou školu je průsečíkem dvou pedagogických momentů: posouzení výkonu absolventa střední školy, v němž se projevuje komplex jeho vědomostí, dovedností a vlastností osobnosti (v tomto smyslu je závěrem, vyústěním jeho předchozího vývoje) a posouzení úrovně předpokladů uchazeče ke studiu zvoleného oboru a na to navazující uplatnění v praxi. Přijímací zkouška má tedy diagnostickou a prognostickou stránku.

Obě roviny přijímací zkoušky je možno efektivně sledovat také na přijímací zkoušce z matematiky. Jednotliví autoři volí ke zkoumání otázek, souvisejících s přijímací zkouškou z matematiky, různé přístupy.

- Pedagogicko-psychologický přístup je charakterizován vyšší mírou obecnosti a komplexnosti a zdůrazněním subjektivních momentů přechodu ze střední na vysokou školu.
- Obsahově předmětový, oborový přístup – úspěšnost řešení jednotlivých úloh v písemné části přijímací zkoušky je konfrontována s požadavky na kvalitu vědomostí a dovedností absolventa střední školy.

Celkově se pak ve všech testech promítá komplex odborně matematických, pedagogických, psychologických, organizačních a jiných problémů, které můžeme rozdělit do několika oblastí.

1. Největší pozornost je věnována posouzení kvality matematických vědomostí a dovedností a stanovení typických nedostatků. V písemné části přijímací zkoušky z matematiky je uchazečům zadán soubor matematických úloh ze středoškolského učiva matematiky. Úlohy jsou vybírány tak, aby bylo pokryto základní učivo gymnázia, aby se odlišovaly svou náročností, aby byly řešitelné průměrným absolventem střední školy s dostatečnou časovou rezervou při zachování nejvyšší možné míry objektivity a samostatnosti řešení.
2. Dalším problémovým okruhem je komplex faktorů, ovlivňujících úspěšnost uchazečů u přijímací zkoušky. Můžou jimi být osobnostní a demografické faktory, předcházející studium a jeho výsledky (obvykle vyjádřené známkou nebo

průměrem u maturity či v jednotlivých ročnících střední školy), zájem a motivace pro zvolený obor a další.

3. Velmi závažnou problematikou, související s přijímací zkouškou, je studijní úbytek, odchod studentů ze studia zejména v průběhu prvního ročníku. Přijímací zkouška z matematiky je považována za jeden z možných prediktorů úspěšnosti vysokoškolského studia.

Anaňjev (in Novák, 1989) uvádí, že přijímací zkouška tedy není jen zdrojem informací o aktuálním, momentálním stavu a výkonu uchazeče. Lze ji chápat jak průsečík individuální minulosti subjektu a perspektivy jeho budoucího vývoje, jako projev pro člověka typické „synchronizace minulého, přítomného a budoucího“.

Přijímací zkouška je pro univerzitu velmi důležitým zdrojem informací o studentech, kteří jsou přijati ke studiu. Skutečnost, že ani Katedra matematiky na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci nevyhlašuje přijímací zkoušku, byla dalším důvodem pro realizaci výzkumného šetření.

8 Role matematiky v rozvoji myšlení

Představa mnohých o matematice jako vědě pouze o číslech je zcela mylná. Je potřeba si uvědomit její hlubší význam a dopad jejího poznávání na rozvoj lidského myšlení. Všichni jsme součástí nějaké společnosti, která nás nějakým způsobem ovlivňuje, a my jsme denně stavěni do situací, které musíme vyhodnocovat, analyzovat, rozhodovat se. Problémy každodenního života jsou prakticky neohraničené: plánujeme návštěvu divadelního představení, snažíme se o diagnostiku nemoci, vítězíme v šachové partii, vyřizujeme výhodný pobyt v zahraničí.

Nabízí se otázka, zda je možné, aby nám matematika mohla pomoci při rozvoji každodenního myšlení, zdokonalování našich analytických schopností.

8.1 Řešení problémů v procesu myšlení

Učení chápeme podle Mareše (1998) jako proces konstruování poznatkových struktur. Takovýto přístup velmi dobře koresponduje s pohledem na matematiku jako na strukturu popsanou systémem axiomů, definic a vět provázaných důkazy. Právě tak jako je věda v procesu svého vzniku spjata s duševními výkony svých tvůrců, měla by být spjata školní matematika s duševními výkony žáka. Měla by se rodit při řešení problémů pěstováním dovedností, které jsou pro ni charakteristické. Součástí tohoto postupu je **abstrakce**. Abstrakce je přítomna v každé intelektuální činnosti člověka, ale matematika je zvláště vhodná na kultivaci této důležité mentální funkce. Důvodem je skutečnost, že v matematice již pomocí malého počtu pojmů lze nabídnout dětem přiměřené podněty (úlohy, hádanky, problémy, hry, rozhovory), které pomáhají probouzet a rozvíjet schopnost abstrakce (Mareš, 1998).

Jádrem poznávacího procesu jsou dva tzv. **mentální zdvihy**. První vede od separovaných modelů k univerzálním a druhý od univerzálních k abstraktní znalosti. Začátkem poznávacího procesu je ovšem motivace. Žák, který se nebude chtít učit, který nebude mít o učení zájem, který nebude k učení motivován, si žádnou poznatkovou strukturu nevybuduje (Kuřina, 2001).

Phillip a Griffith (2000) zdůrazňují, že matematiku můžeme popsat jako pátrání po strukturách a pravidelnostech, které uspořádávají a zjednodušují svět. Cesta k matematice je cestou postupného konstruování matematického světa.

Ačkoli chápeme, co vyjadřuje pojem myšlení v běžné řeči, lze říci, že definice pojmu myšlení je velmi obtížná. Řada autorů se o to pokusila, ale vycházela přitom z různých aspektů, např. z teorie informací v psychologii apod. Jedna z definic vysvětluje, že myšlení je internacionalizovaná činnost vytváření a výběru informace (obsahu), vystupující zásadně v problémových situacích. Činnost je zde chápána jako zacílená aktivita a myšlení jako vnitřní činnost, probíhající v mysli člověka, kterou není možno bezprostředně pozorovat. O tom, jak tato vnitřní činnost probíhá, se usuzuje z jejich výsledků, tj. způsobů řešení a vyřešení problémů. Myšlení je zde tedy chápáno jako činnost vztažná k řešení problémů. S myšlením je spojen problém, tj. situace, v níž je dán cíl a hledají se cesty k jeho dosažení (Nakonečný, 1998).

Problém vymezujeme jako situaci, ve které jedinec reaguje v souladu se svými interními nebo externími požadavky (Ruisel, 1999).

Americký psycholog J. Dewey již v roce 1910 vymezil základní fáze řešení problémů. S jeho sdělením se v různých verzích setkáváme dodnes. Jednotlivé fáze tvoří:

- všeobecná orientace,
- definice problémů,
- generování alternativ,
- rozhodování,
- hodnocení.

Podle A. Newella a H. A. Simona (1972) probíhá řešení problému v těchto fázích:

- **orientačně-analytická fáze** - touto fází začíná identifikace problému, kdy si řešitel uvědomuje, že určitá situace je problémem. Tato fáze klade velké požadavky na inteligenci. Vzápětí po odhalení problému řešitel analyzuje jeho strukturu. Jednou z nejdůležitějších operací je analýza cíle. Pokud nebudeme znát cíl, žádný problém nevyřešíme. Pro řešitele je také žádoucí oddělit důležité údaje od méně významných. *Pozn.* V matematice tedy žák/student musí ze zadání rozhodnout, co má být řešením, resp. co má vlastně počítat, řešit.

- **strategicko-operační fáze** – aby řešitel dosáhl vytyčeného cíle, použije již známé poznatky o heuristikách, operacích a pojmech uložené v dlouhodobé paměti. Aktualizuje ta heuristická pravidla, která pokládá za nejdůležitější. Myšlení člověka je tedy možné pokládat jednoznačně za heuristickou činnost. *Pozn.* V matematice jde o využití známých postupů, matematických operací k účelem dosažení výsledku.
- **synteticko-ověřovací fáze** – řešitel vyhodnocuje alternativy podle dostupných informací. Výsledkem této fáze je jejich přijetí nebo odmítnutí. Při tomto procesu se uplatňuje analytické nebo kritické myšlení (Ruisel, 2000). *Pozn.* V matematice jde o diskusi nad řešením, týkající se např. počtu možných řešení apod.

Kognitivní psychologové rozdělují problémy podle toho, zda se k jejich řešení dá dojít přímou cestou či nikoli. Problémy, které se řeší poměrně jasným způsobem, jsou označovány jako dobře strukturované. Problémy, které jasná řešení nemají, jsou špatně strukturované. Jedním z nástrojů řešení problémů je právě postup, který převede všechny problémy na ty dobře strukturované, myšlenkově a postupově dobře uchopitelné. Vytvoří se tak algoritmy, které se mohou použít opakovaně, dokud není dosažen cíl (Hunt in Atkinson, 2003).

Matematika ve svých postupech rozvíjí vedle jisté myšlenkové kreativity zejména algoritmičké postupy a tyto operace a procesy myšlení (Nakonečný, 1998). Jedná se např. o:

- **komparaci** - porovnávání, odhalení vztahů totožnosti, izomorfie, podobnosti, odlišnosti apod. ,
- **analýzu** – pomocí myšlení uskutečněný rozklad předmětu nebo jevu na jeho jednotlivé části s popisem vztahů k analyzovanému celku,
- **syntézu** – zobecňování, usuzování z vlastnosti jednotlivce na vlastnosti celku společných pro celou třídu jevů,
- **dedukci** – usuzování z vlastností nebo zákonitostí platících pro celou třídu nebo skupinu jevů směrem k jednotlivcům,

- **abstrakci** – koncentrace myšlení na zachycení podstatných znaků a současné odhlédnutí od znaků nepodstatných,
- **konkretizaci** – snaha postihnout konkrétní, názorně vnímatelné znaky jednotlivostí,
- **generalizaci** – operace, při nichž se utvářejí myšlenky nebo hodnocení aplikovatelná na celou třídu jevů,
- **specifikaci** – operace, při nichž se utvářejí myšlenky nebo hodnocení odlišné od všech příbuzných jevů či skupin jevů.

Z hlediska procesů myšlení rozvíjí matematika zejména tyto oblasti, kategorie a myšlenkové postupy (Nakonečný, 1998):

- *klasifikaci, kategorizaci* – jako proces třídění jevů a událostí dle určitého principu,
- *symbolizaci* – převod zkušeností do symbolů zastupujících skutečnost na základě tradice a dohody (slova, čísla, gesta aj.),
- *deskripce* (popis) – systematické shromažďování a formulování charakteristických a významných údajů o pozorovaných jevech,
- *definování pojmů a konstruktů* – proces přiřazování pojmů ke všem dosavadně známým pojmům (zahrnuje procesy charakteristiky informací, vysvětlování, popisu, operační definice aj.),
- *transkódování* – převod dopředu daných jednotek do nového systému, např. převod slovního vyjádření čísla na číslici, kombinace číslic apod.,
- *modelování* – napodobování skutečnosti, náhrada systému jiným systémem,
- *poznávání* – přijímání, zpracování, uchování a odevzdání informace uvnitř lidského organismu, při kterém se uplatňuje i porozumění, formulace problému, dekodování, myšlení, učení aj.,
- *řešení problému* – proces správného sledu postupů, který vede ke správnému cíli,
- *tvorivé myšlení* – proces tvorby originálních, nových děl, které pozitivním myšlením přesahují rámec běžného rozumového chápání ústícího do neobvyklých myšlenek. Zahrnuje přípravné stádium, inkubaci, iluminaci a verifikaci.

Funkcí myšlení je řešení problémů, ať už praktických nebo teoretických, tedy hledání cest či prostředků k dosažení cíle.

8.2 Reálný svět ve slovních úlohách

Řešení slovních úloh je ve vyučování matematice žáky často vnímáno jako velmi obtížné. V rozvoji matematického myšlení však mají slovní úlohy a jejich řešení významnou roli hlavně proto, že většina životních situací je popsána slovy a řešení úloh je jednou z mála oblastí ve školské matematice, která vyžaduje matematizaci situací zadaných slovně a zpětnou transformaci získaného matematického řešení kontextu úlohy (Kubínová, Novotná, 1998).

Učební úloha byla definována v kapitole č. 5. Pojem slovní úloha definoval Odvárko (1995) jako takovou úlohu, v jejímž zadání se vyskytují pouze objekty, jevy a situace z nejrůznějších mimomatematických oblastí. Kuřina (1989) charakterizuje slovní úlohu jako úlohu, kde je obvykle popsána určitá reálná situace a úkolem řešitele je určit odpovědi na položené otázky.

Podíváme-li se zpět na vývoj lidské společnosti a zaměříme se na historii matematiky, zjistíme záhy, že matematické úlohy měly už ve starověku často podobu slovních úloh (Konforovič, 1989). Matematické úlohy vznikaly z nutnosti řešit problémy reálného života, bylo třeba např. odvádět výpočty stavebních prací, vybírat daně, rozdělovat majetek, směňovat a rozdělovat výrobky, vyměřovat pole atd.

Všeobecně, jak učiteli, tak i veřejností, je přijímán fakt, že řešení slovních úloh v matematice je pro žáky obtížné. Často už samotná skutečnost, že žák má řešit slovní úlohu, je základní příčinou jeho neúspěchu při řešení (Novotná, 2000). Kuřina (1994) uvádí, že matematika poskytuje žákům vyjadřovací prostředky k popisu kvantitativních stránek světa, jak ho poznávají v běžném životě i v ostatních předmětech, pomáhá jim v orientaci v prostoru, v němž žijí. Poskytuje jim i metody řešení úloh. Z jistého hlediska je matematika řešením úloh. Jsou-li to úlohy z nematematického světa, je přitom významné učit žáky modelovat příslušné jevy matematickými prostředky (např. rovnicemi, grafy, vzorci, funkcemi, schématy apod.) a pomocí nich odpovídající úlohy řešit. Vlastní matematická část celkového řešení úlohy je nezávislá na původním obsahu. Těžištěm této fáze řešení je použití formálních matematických postupů. Neodmyslitelnou složkou celkového řešení je proto posouzení adekvátnosti, smysluplnosti či přijatelnosti matematického řešení z hlediska původního zadání, z hlediska skutečného obsahu (Kuřina, 1994).

Častým předmětem diskuzí je „reálnost“ situace, kterou slovní úloha popisuje, ve vztahu k úkolům a situacím, se kterými se můžeme v běžném životě setkat. Toom (1999) rozlišuje dva důvody zařazení slovních úloh do vyučování matematice – slovní úlohy jako **aplikace** a slovní úlohy jako **mentální manipulace**. V prvním případě jsou využívány některé situace, které se mohou vyskytnout v běžném životě (např. v obchodě). Tyto úlohy, nazývané také jako *real-world problems* (úlohy z reálného života) mají výraznou motivační cenu. V případě mentálních manipulací řešitel pracuje s fiktivními situacemi, které se v běžném životě nevyskytují (*non-real-world problems*). V tomto případě je motivující zajímavá matematická struktura, ne souvislost s běžným životem. Obvykle jsou slovní úlohy řešené v matematice směsí obou úloh.

Protože hlavním cílem vzdělávání je lepší příprava pro život, měly by být do vyučování zařazovány úlohy co nejpodobnější těm, které lidé řeší v běžném životě. Navíc žáky/studenty obvykle nezajímá nic, co se k běžnému životu nevztahuje.

Pojem úloha používá také G. Polya (1962). Podle něj řešit úlohu znamená hledat vědomě nějaký vhodný způsob, abychom obdrželi jasně koncipovaný cíl, který však nemusí být dosažitelný okamžitě. Vychází z toho, že chování člověka při řešení problémů má heuristický charakter. Uvádí a z hlediska potřeb vyučování matematice rozebírá čtyři fáze heuristických procesů při řešení úlohy (Novotná, 2000):

- porozumění dané úloze, pochopení problému
- sestavení plánu řešení – nalezení cesty od daného k neznámému
- realizace nalezeného plánu
- ověření a kritické posouzení řešení.

Shrnutí

V takto vymezeném pojetí představuje matematické myšlení nejen schopnost reproduktivního myšlení, ale též myšlení produktivní, případně až objevitelské ve formě kreativního myšlení a chápání, včetně aplikace subjektivních obsahů lidské osobnosti, lidské mysli (inteligence, intelektu, učení, hodnot, norem, výchovy i vzdělání) při řešení konkrétních úloh (Lindr, 2008). Z tohoto pohledu může být matematika výrazným pomocníkem, který precizuje postupy vedoucí ke stanoveným cílům.

9 Cesta k efektivnímu vyučování

Výzkum dizertační práce jsme zaměřili na možné faktory měřitelné nominálními daty, které podle nás mohou ovlivňovat výkon žáka/studenta. Každá životní situace je ovlivněna mnoha dalšími faktory, které náš výzkum nepostihuje. Je však důležité je zmínit alespoň v teoretické rovině. Zamysleli jsme se nad tím, které faktory ovlivňují vyučovací proces, a nastiňujeme možnosti změn koncepce vyučování nejen matematice.

9.1 Role učitele ve výuce

Podle Hejného (2007) se výzkum v didaktice matematiky v současnosti ubírá třemi směry. První je orientován na učivo, učebnice, úlohy a pomůcky, druhý na žáka, třetí na **učitele**. V posledních letech je do popředí zájmu didaktiky matematiky dostal učitel a jeho možnosti ovlivňování.

Schröder (in Grecmanová, 1991) představuje učitele jako pomocníka přírodě, společenského činitele, konstruktéra chování, reprezentanta skutečného lidství, osobnost. Učitel plánuje, organizuje výuku, vede žáky k osvojování poznatků ve formě vědomostí, řídí proces utváření dovedností, rozvíjí jejich schopnosti, potřeby, zájmy, plní výchovné úkoly. Učitel působí i jako vzor dospělého člověka – především svými postoji, vyspělostí, mravními zásadami atd. (Grecmanová, 2008).

Z pohledu činnosti učitele při výuce matematiky uvádí Stehlíková (2007) sedm principů, které vycházejí ze zkušeností s analýzami vyučovacích hodin matematiky získaných v experimentálním vyučování výběrového předmětu z oblasti didaktiky matematiky určeného pro studenty učitelství matematiky:

- Učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání.
- Učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy, problémy).
- Učitel podporuje žakovu aktivní činnost.
- Učitel rozvíjí u žáků schopnost samostatného a kritického myšlení.
- Učitel nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žakova chápání matematiky a impulz pro další práci.

- Učitel iniciuje a moderuje dialog se žáky a mezi žáky o matematické podstatě problémů (tzv. produktivní diskuse, v níž žáci využívají matematických znalostí a matematického uvažování) (David and Lopes in Hošpesová, Stehlíková, 2007).
- Učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění.

Podle Broommeho (1992) profesní znalosti učitele zahrnují „teoretické elementy a sestávají také z empirických pravidel a praktických zkušeností, vědomě naučených faktů, teorií i pravidel stejně jako ze zkušeností a postojů učitele.

Aby se vytvořilo prostředí, v němž se z žáků bude stávat soudržné učící se společenství, kde se jedinci vzájemně podporují, je třeba, aby učitelé projevovali osobnostní vlastnosti, které z nich dělají účinné vzory a činitele socializace. Patří k nim veselá nálada, přátelskost, emoční zralost, opravdovost, pečující postoj k žákům jako lidským bytostem i jako učícím se a poznávajícím objektům. Učitel dává najevo zájem a kladný citový vztah k žákům, je pozorný k jejich potřebám a emocím a vede je k tomu, aby projevovali tytéž vlastnosti při jednání mezi sebou (Brophy, 1998).

9.2 Kultura vyučování matematice

S pojmem učitel je také často spojován fenomén **kultury vyučování matematice**. Jde o pojem, který pomáhá popsat, pochopit a zkoumat procesy související s vyučováním a učením se matematice. Podle Hofstede (1994) (in Hošpesová, Stehlíková, 2007) kultura zahrnuje veškeré naučené chování a myšlení, které odlišuje členy jedné skupiny od lidí jiné skupiny. Kultura vyučování je dynamický fenomén, který se stále mění jako subsystém celkového společenského systému. Jako každá společenská změna je i změna kultury vyučování výslednicí dvou protichůdných tendencí. První přichází do školského systému zvenčí a žádá jeho přizpůsobení novým požadavkům společnosti. Druhé je školskému systému vlastní a žádá spíše reprodukci existujícího. Jestliže obecné vymezení kultury vyučování matematice zúžíme na oblast vyučování matematice v naší současné základní a střední škole, najdeme několik jevů, které tvoří hlavní ohniska tohoto komplexního termínu. Je to souhrn zvyků, principů, pravidel, norem a dovedností vztahujících se:

- k cílům a metodám vyučování (včetně motivace hodnocení a klimatu třídy),
- k chápání matematiky jako oblasti lidského vědění i jako výukové oblasti,
- k interakcím učitel-žák, učitel-třída, učitel-vedení školy, učitel-kolegové, učitel-rodice, žák-žák, žák-třída.

Za podstatný faktor, který ovlivňuje kulturu vyučování matematice, považuje Hošpesová (2007) učitelovy profesní kompetence. Hledáme-li odpověď na otázku, co by měli učitelé ovládat a znát, kdo je učitel-profesionál, obvykle narazíme na strukturovaný výčet kompetencí nutných pro vykonávání učitelské profese.

Švec (2005) uvádí následující klíčové profesní kompetence učitele:

- kompetence oborově předmětová,
- kompetence psychodidaktická,
- kompetence obecně didaktická,
- kompetence diagnostická a intervenční,
- kompetence psychosociální a komunikativní,
- kompetence manažerská a normativní,
- kompetence profesně a osobnostně kultivující.

9.3 Zásady efektivního vyučování

Brophy (1998) uvádí zásady, které spočívají na několika málo základních předpokladech o optimalizaci kurikula a vyučování:

Za prvé, školní kurikulum v sobě zahrnuje různé typy učení, jež vyžadují odlišné typy vyučování, a proto žádná jediná metoda vyučování nemůže být metodou, již by měla být za všech okolností dáována přednost. Optimální program se bude vyznačovat kombinací různých vyučovacích metod a učebních činností.

Za druhé, pro každý školní předmět nebo oblast učení platí, že s tím, jak se rozvíjí odbornost žáků, se mění i to, jaké vyučování potřebují. V důsledku toho se optimální kombinace vyučovacích metod a učebních činností vyvíjí v průběhu let školní docházky i během jednoho roku, určitého tematického celku a někdy i v rámci jediné vyučovací hodiny.

Za třetí, je potřeba, aby žáci při svém učení dosahovali vysoké úrovně zvládnutí učiva a zároveň aby při probírání kurikula trvale postupovali vpřed. Z toho vyplývá, aby kurikulem stanovený obsah a učební činnosti byly dostatečně náročné, aby představovaly pro žáky zajímavou výzvu a rozšiřovaly oblast jejich učení, avšak nebyly tak obtížné, aby se mnoho žáků cítilo zmateno a frustrováno.

Efektivita vyučovacího procesu závisí na správném vytyčení cílů i obsahu, dále pak i na způsobech, jak těchto cílů dosáhnout, tj. na vhodné volbě metody výuky, organizační formy a materiálních prostředků, které má učitel k dispozici (Kasíková, Vališová, 2007).

Podnětné činnosti vedoucí k efektivnímu vyučování, které uvádí Brophy (1998) jsou:

- učitelova podpora žáků v učivu a jeho smyslu – usnadnění porozumění dílčím informacím,
- kladení otázek a diskuse dávající prostor k přemýšlení o učivu,
- procvičování a aplikační činnost,
- kooperativní učení – práce ve dvojicích či skupině,
- aktivní zapojení žáka do výuky,
- snaha žáka spíše porozumět než si zapamatovat,
- rozvoj schopností přenášet učivo do nových situací,
- motivace žáků – pozitivní motivace urychluje učení,
- zapojení rodičů a mnohé další.

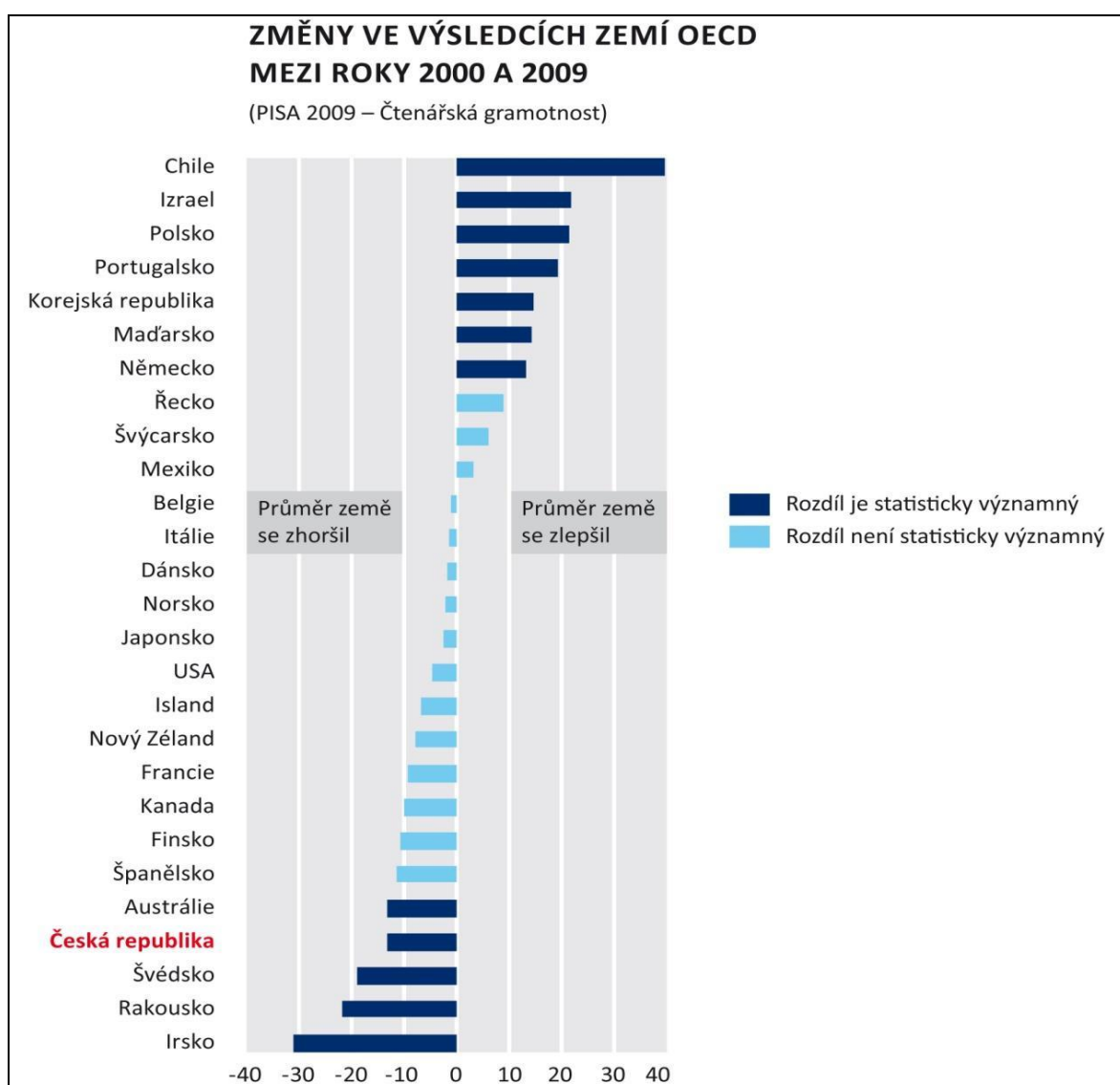
9.4 Čtením a psaním ke kritickému myšlení

Fuchs (2011) uvádí, že školství se jako celek proměňuje, mění se jeho postavení a vliv ve společnosti, mění se žáci, vyučovací metody i podstavení jednotlivých předmětů ve vzdělávací soustavě. Řada signálů, mezi něž patří i výsledky našich žáků v mezinárodních srovnávacích výzkumech (TIMSS a PISA), dostatečně výrazně naznačuje, že dosavadní vývoj si vyžaduje zásadní korekce. V těchto souvislostech se mění i názory na postavení matematiky a na stavu matematické gramotnosti našich dětí. Zlepšení matematické gramotnosti se dnes dostává na pořad i v místech, kde se rozhoduje o dalším směřování naší společnosti.

Proto by mělo být úkolem učitelů matematiky, být připraveni na budoucnost a prokázat, že jsou schopni svůj předmět vyučovat tak, aby matematika nepatřila mezi předměty neoblíbené, aby žáci pochopili, že matematika není jen souborem vzorců a pouček, ale že je mocným nástrojem v poznávání světa, který jim usnadní řešení úkolů, které je čekají v praktickém životě.

Grecmanová (2007) upozorňuje na další problémovou oblast, která může významně ovlivnit úroveň českých žáků/studentů v testech matematické gramotnosti.

Výzkumy čtenářské gramotnosti v České republice poukazují již několik let na mírně podprůměrnou čtenářskou gramotnost žáků základní školy (výsledky PISA viz obr. č. 3).



Obr. č. 3: Změny ve výsledcích PISA mezi roky 2000 – 2009 (čtenářská gramotnost)

Za čtenářskou gramotnost není ovšem považována jenom dovednost číst a psát, ale také porozumět psanému textu, používat jej a přemýšlet o něm za účelem dosažení cílů jedince, rozvoje jeho vědomostí a potenciálu pro to, aby se mohl aktivně účastnit života ve společnosti. Měli bychom být schopni obecně porozumět textu, získávat z něj informace, vytvářet interpretace a posoudit jeho obsah a formu.

Jelikož v testových úlohách projektu PISA jde především o pochopení zadání a následnou matematizaci slovy popsané situace, lze se domnívat, že také snížená čtenářská gramotnost může být důležitým faktorem, který negativně ovlivňuje úroveň gramotnosti matematické.

Jak Grecmanová (2007) dále uvádí, je patrné, že zlepšení čtenářské gramotnosti žáků základní školy musí předcházet řešení situace. Jako jednu z cest navrhuje změnu metodiky práce s textem. I zde se oporou může stát program *Reading and Writing for Critical Thinking* (Čtením a psaním ke kritickému myšlení – dále jen RWCT), který nabízí různé strategie a postupy. V první řadě se zdůrazňuje aktivní přístup k učení se, v tomto případě k textu. Setkává-li se žák s novou informací, a priori ji nepřijímá, avšak má ji nejdříve prozkoumat, porovnat s jinými názory, podrobit ji nezaopatřenému skepticismu a teprve potom si vytvořit názor. V matematice si má tedy žák důkladně přečíst zadání úlohy, zamyslet se nad tím, co má být řešením, najít vhodný způsob výpočtu a teprve potom úlohu řešit.

Pozn. Inovativní program RWCT se v České republice etabluje od roku 1997. V průběhu reformy našeho školství se stal inspirativním a účinným z několika důvodů: učitelé vyškolení v tomto programu skutečně začali měnit své učební a vyučovací postupy a začali uvádět konstruktivistickou pedagogiku do praxe. Výsledky se promítají prakticky do všech stupňů škol, od primárních po vysoké (Spilková, Tomková, 2010).

Shrnutí

Učitelé i studenti učitelství čelí velké výzvě. Reformy, které nedávno proběhly, nenechaly žádnou oblast výuky nedotčenou. Požadavky na kvalitu učitelů (i těch budoucích) se stále zvyšují a učitelé tak potřebují více času na dosažení požadované úrovně, aby mohli efektivně čelit novým výzvám (Brooks, 1991).

Kuřina (2001) se domnívá, že dobře koncipované a dobře v praxi realizované vyučování má značný význam nejen pro kognitivní rozvoj žáků, ale i pro jejich rozvoj osobnosti. Spadají sem zejména mentální potence a funkce z následujícího přehledu, který chápeme jako inspiraci pro učitele:

Rozvíjení poznávacích schopností žáků – analýza jevů, situací a vztahů, pěstování procesů abstrakce, objevování a hodnocení souvislostí, řešení úloh, tvorba pojmů, porozumění jevům, algoritmické, strukturální a pojmové myšlení, zobecňování, rozvíjení tvořivého myšlení, dokazování tvrzení, pěstování aplikací matematiky.

Pěstování postojů žáků – formulace vlastních myšlenek, schopnost kriticky vnímat myšlenky jiných, kritické hodnocení chyb, účelná reakce na chyby, rozvíjení představivosti, ne nutně geometrické, vysvětlování a argumentace, schopnost organizovat soubory poznatků, pěstování systematickosti a důslednosti.

Rozvíjení vyjadřování žáků – postupné chápání jazyků matematiky, rozlišování tvrzení a definic, pěstování neverbálního a symbolického vyjadřování.

Empirická část

Empirická část popisuje problematiku celého výzkumu včetně pilotáže a předvýzkumu, postup projektu výzkumu, metody měření, rozbor testových úloh včetně diskuse o možných alternativách, vyjadřuje se k rozboru chyb při měření, stanovuje a ověřuje hypotézy.

10 Přípravné fáze výzkumu

Studium teoretických podkladů bylo základem pro vytvoření projektu celého výzkumu. Klesající vzdělanostní úroveň studentů nejen v oblasti matematiky je předmětem mnoha diskusí, konferencí i pedagogických setkání. V mezinárodních výzkumech se čeští žáci stále více propadají na výsledkové listině, ačkoli český národ byl vždy považován za velmi vzdělaný a české školství bylo vždy na vysoké úrovni. Pro kvalitní přípravu učitelů matematiky v ČR je užitečné zjistit, zda studenti prvních ročníků učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR mají takové znalosti, které odpovídají již zmíněným standardům vzdělávání pro základní a střední školu. Gramotnost na úrovni standardů jsou důležitým odrazovým můstkem pro další studium profilových předmětů na katedrách matematiky. Snižující se úroveň vědomostí a dovedností vyžaduje systematické opakování učiva ZŠ a SŠ ve výuce (zejména na počátku studia) a má za následek pomalejší tempo probírání učiva nového.

10.1 Pilotáž

V pilotážní části výzkumu šlo o komparaci současného stavu matematické gramotnosti studentů učitelství matematiky na počátku jejich studia se situací vyplývající z podobného výzkumu v roce 1989. Tento výzkum se uskutečnil na vzorku všech uchazečů o denní studium na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci, kteří konali písemnou část přijímací zkoušky z matematiky v červnu 1989. Celkový počet činil 222 osob. Výstupem tohoto projektu byl inventář o úrovni vstupních vědomostí, dovedností a vlastností osobnosti budoucích studentů vysoké školy. Údaje o profilu absolventa střední školy, vhodně doplněné výsledky uchazeče v písemné, ústní nebo praktické části přijímací zkoušky tak vytvářely obraz osobnosti studenta přijatého ke studiu na vysoké škole (Novák, 1989).

Cílem první fáze výzkumu bylo tedy zadat podobný didaktický test z matematiky (z časového důvodu s menším počtem úloh) studentům prvního ročníku bakalářského studia oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání na Katedře matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci.

První zkoumaný soubor S_1 tvořili uchazeči o magisterské studium oboru Učitelství matematiky pro 2. stupeň ZŠ na Pedagogické fakultě UP v Olomouci v roce 1989, druhý soubor S_2 bylo 39 studentů prvního ročníku bakalářského studia oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání na stejné fakultě v roce 2010.

Studentům byl zadán test, který se skládal z 6 úloh totožných pro oba soubory (viz příloha č. 1). Úlohy odpovídají evaluačním standardům z matematiky pro gymnázia. Tematicky zasahují do stěžejních oblastí středoškolské matematiky, kterými jsou:

- Lineární a kvadratické rovnice a nerovnice a jejich soustavy,
- Funkce racionální, mocniny a odmocniny,
- Analytická geometrie v rovině.

Změny v rovině institucionální i kurikulární vedly k obměně obsahu komparativního testu a tematické celky jako trigonometrie, kombinatorika či posloupnosti a řady byly z testu vynechány.

Cílem testu bylo porovnat výsledky jednotlivých šetření v roce 1989 a 2010 a zjistit, s jakou mírou úspěšností vyřeší studenti jednotlivé matematické úlohy v testu.

Grafy č. 1 a 2 vyjadřují výsledky testu vybraných skupin, řešení každé úlohy jsou rozdělena do skupin A, B a C, pro:

A = zcela správné řešení

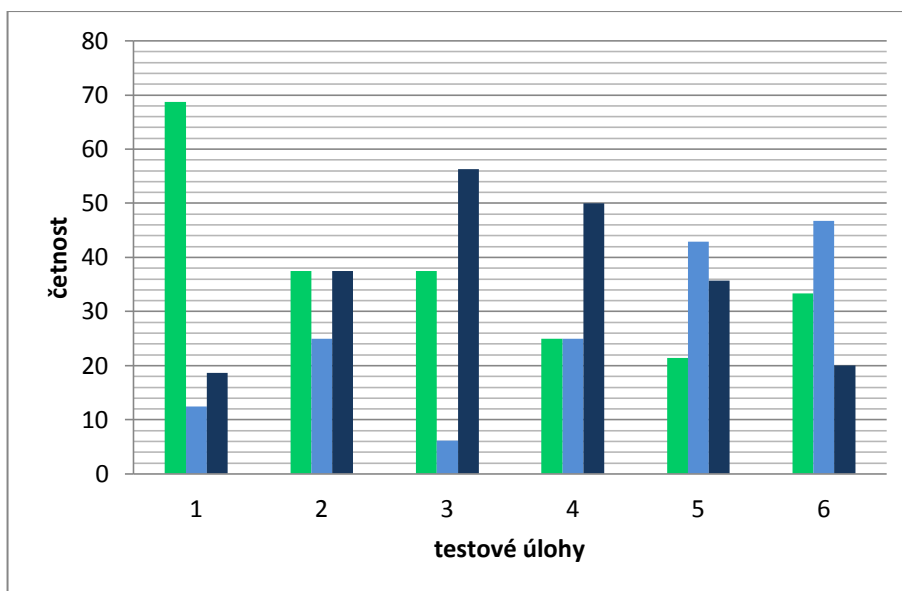
B = částečné či neúplné řešení

C = nesprávné řešení či neřešeno.

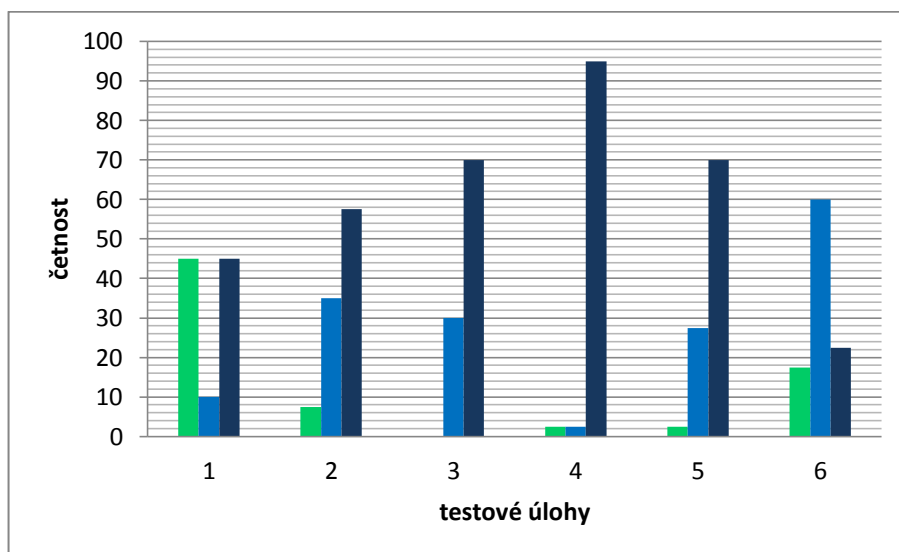
Z důvodu různé četnosti testovaných skupiny jsou údaje o úspěšnosti řešení jednotlivých testových úloh uváděny v procentech.

Číslo úlohy	Procentuální úspěšnost řešení jednotlivých úloh v souborech S_1 a S_2 (%)					
	A (Soubor S_1)	A (Soubor S_2)	B (Soubor S_1)	B (Soubor S_2)	C (Soubor S_1)	C (Soubor S_2)
1	68,7	45	12,5	10	18,7	45
2	37,5	7,5	25,0	35	37,5	57,5
3	37,5	0	6,2	30	56,3	70
4	25,0	2,5	25,0	2,5	50,0	95
5	21,4	2,5	42,9	27,5	35,7	70
6	33,3	17,5	46,7	60	20,0	22,5

Tabulka č. 3: Výsledky pilotáže



Graf č. 1: Výsledky testu skupiny S_1



Graf č. 2: Výsledky testu skupiny S_2

Z grafů č. 1 a 2 je zřejmé, že úspěšnost řešení testových úloh od roku 1989 rapidně klesla. Z grafů č. 2 lze vyčíst, že počet úspěšných řešitelů jednotlivých úloh je velmi malý. Navzdory faktu, že testované skupiny se lišily svou četností, předpokládáme na základě hodnot procentuální úspěšnosti podobný výsledek i v případě skupin stejně početných.

Po diskusi s testovanými studenty, kteří upozorňovali na absenci některých typů úloh v hodinách matematiky na střední škole, bylo evidentní, že bude pro účely stanovení úrovně matematické gramotnosti cílové skupiny výzkumu potřeba vybírat úlohy nejen z učiva střední, ale především základní školy, abychom zjistili, kam až tyto nedostatky v oblasti matematiky sahají.

10.2 Předvýzkum

Výsledky testu v pilotážní části výzkumu zaznamenaly takový pokles matematických vědomostí, že bylo zapotřebí sestavit zcela nový test. Po konzultaci s pracovníky Centra pro srovnávání výsledků vzdělávání (CERMAT) v Praze v březnu roku 2010 byl vytvořen nový test s úlohami, které z části kopírují úlohy mezinárodního výzkumu PISA OECD a vyžadují vedle středoškolských především základoškolské znalosti, prostorovou představivost, schopnost matematizovat reálnou situaci a další úlohy, vypovídající o celkové úrovni matematické gramotnosti absolventů středních škol.

Test byl tvořen úlohami, v nichž jsme identifikovali následující jevy matematického učiva:

Úloha č. 1 – student upravuje smíšené číslo a řeší sčítání a násobení zlomků (*úloha se skládá ze dvou dílčích úloh 1.1, 1.2*)

Úloha č. 2 – student používá při výpočtu vztah závislosti dráhy na čase, popřípadě využívá trojčlenky

Úloha č. 3 – student modeluje a řeší situace v oboru dělitelnosti přirozených čísel

Úloha č. 4 – student řeší aplikační úlohu na procenta, popřípadě využívá jednoduchých matematických vztahů

Úloha č. 5 – student řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem

Úloha č. 6 – student řeší jednoduché reálné situace a využitím proměnných, v konkrétních situacích využívá matematický aparát

Úloha č. 7 – úloha otevřená - student načrtne a sestrojí v obecném trojúhelníku průsečík výšek a kružnici trojúhelníku vepsanou (*úloha se skládá ze dvou dílčích úloh 7.1, 7.2*)

Úloha č. 8 – student řeší úlohu na prostorovou představivost (sít krychle)

Úloha č. 9 – student řeší úlohy na goniometrické funkce, načrtne grafy funkcí sinus a kosinus (*úloha se skládá ze dvou dílčích úloh 9.1, 9.2*)

Úloha č. 10 – student řeší úlohu na kvadratickou rovnici, pomocí znalostí o kvadratické funkci vypočítá koeficient u lineárního členu funkce

Popis úloh odpovídá vybraným očekávaným výstupům žáka základní a střední školy, jak je popisují Rámcové vzdělávací programy pro ZŠ a gymnázia.

Úlohy byly zařazeny do jednotlivých tematických celků Rámcového vzdělávacího programu pro ZŠ a gymnázia a opírají se o evaluační standardy.

	<i>Tematický okruh podle RVP pro ZŠ a gymnázia</i>	<i>Očekávané výstupy podle RVP pro ZŠ a gymnázia (VÚP, 2005 a 2007)</i>	<i>Evaluační standard pro ZŠ a SŠ (Fuchs a kol., 1994)</i>
Ú. 1	Číslo a proměnná	Žák provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu	Tematický okruh ZŠ II (číselné obory), kapitola 5. (operace s racionálními čísly)
Ú. 2	Závislosti, vztahy a práce s daty	Žák určuje vztah přímé nebo nepřímé úměrnosti	Tematický okruh ZŠ III. (procenta, poměr, úměra), kapitola 3. (úměra, trojčlenka)
Ú. 3	Číslo a proměnná	Žák modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru	Tematický okruh ZŠ I. (dělitelnost), kapitola 8

		přirozených čísel	(slovní úlohy)
Ú. 4	Číslo a proměnná	Žák řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek)	Tematický okruh ZŠ III. (procenta, poměr, úměra), kapitola 1. (procento)
Ú. 5	Číslo a proměnná	Žák řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem	Tematický okruh ZŠ III (procenta, poměr, úměra), kapitola 2. (poměr, postupný poměr)
Ú. 6	Číslo a proměnná	Žák analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel	Tematický okruh GII (číselné množiny), kapitola 1. (přirozená a celá čísla)
Ú. 7	Geometrie v rovině a prostoru	Žák a sestrojí rovinné útvary	Tematický okruh ZŠ IX. (konstrukční úlohy), kapitoly 4. (konstrukce trojúhelníka) a kapitola 7. (konstrukce kružnice)
Ú. 8	Nestandardní aplikační úlohy a problémy	Žák řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí	Tematický kruh ZŠ X (mnohostěny), kapitola 2. (krychle)
Ú. 9	Závislosti a funkční vztahy	Žák načrtne grafy požadovaných funkcí (zadaných jednoduchým funkčním předpisem) a určí	Tematický okruh G IV (goniometrie a trigonometrie), kapitola 1. (goniometrie)

		jejich vlastnosti	
Ú 10	Číslo a proměnná	Žák řeší lineární a kvadratické rovnice a nerovnice, řeší soustavy rovnic, v jednodušších případech diskutuje řešitelnost nebo počet řešení	Tematický okruh G IV (algebraické rovnice a nerovnice), kapitola 1. (rovnice)

Tabulka č. 4: Deskripce testových úloh předvýzkumu

Pozn. Na počátku roku 2011 vydalo MŠMT dokument s názvem „Standardy matematika“, který je aktuálním materiálem pro učitele základní školy (standardy pro střední školy jsou prozatím ve fázi projektování). V příloze č. 7 tedy uvádíme zařazení učebních úloh v testu podle této aktuální verze standardů z matematiky.

Za finanční podpory z projektu IGA na UP v Olomouci pro rok 2010 pod názvem „Výzkum úrovně matematické gramotnosti studentů učitelství matematiky na fakultách připravujících učitele v ČR na počátku studia“, jehož jsem byla hlavním řešitelem, proběhl výzkum na čtyřech univerzitách připravujících učitele v České i Slovenské republice. Cílovou skupinou bylo 200 studentů prvního ročníku:

- bakalářského studijního programu „Matematika se zaměřením na vzdělávání“ na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci,
- bakalářského studijního programu „Pedagogické asistentství matematiky“ na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity v Brně,
- bakalářského studijního programu „Učitelství matematiky v kombinácii“ na Fakultě přírodních vied na Univerzitě Konštantína Filozofa v Nitre,
- bakalářského studijního programu „Matematika se zaměřením na vzdělávání“ na Ostravské univerzitě v Ostravě.

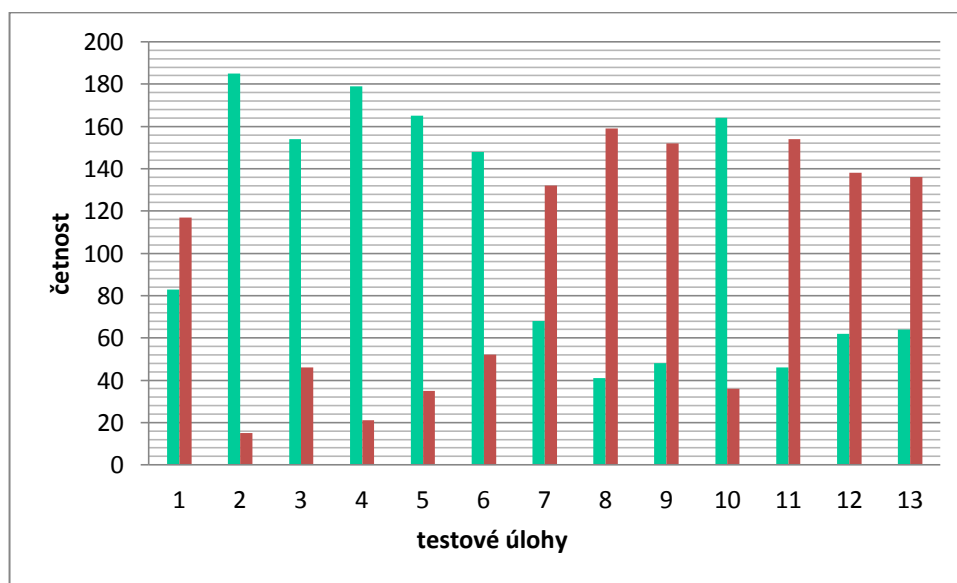
Tabulka č. 5 vyjadřuje vyhodnocení výsledků testů podle následující stupnice:

A – správně vyřešená úloha (jeden bod)

B – nesprávně řešená či neřešená úloha (nula bodů)

úloha/její řešení	A	B
1 (úloha 1.1)	83	117
2 (úloha 1.2)	185	15
3 (úloha 2)	154	46
4 (úloha 3)	179	21
5 (úloha 4)	165	35
6 (úloha 5)	148	52
7 (úloha 6)	68	132
8 (úloha 7.1)	41	159
9 (úloha 7.2)	48	152
10 (úloha 8)	164	36
11 (úloha 9.1)	46	154
12 (úloha 9.2)	62	138
13 (úloha 10)	64	136

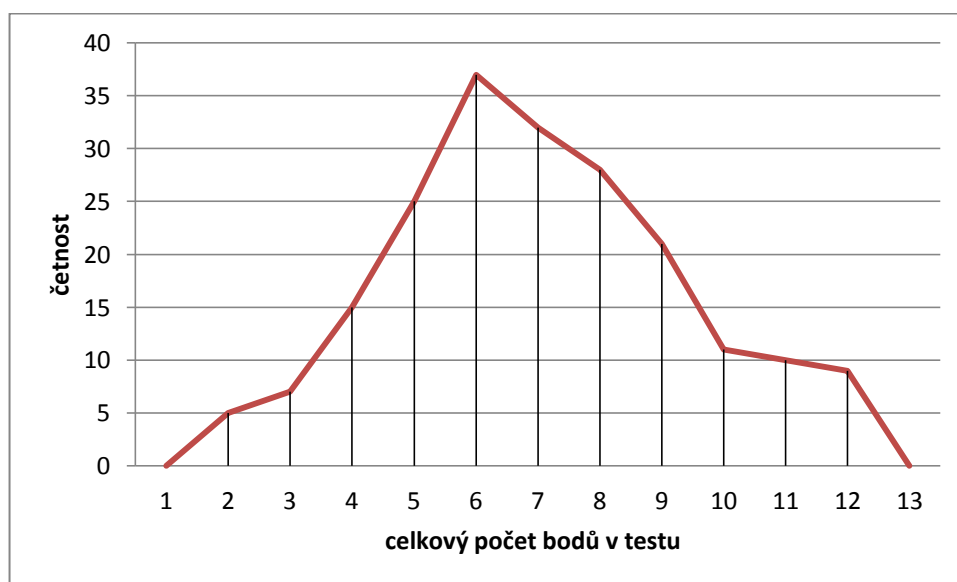
Tabulka č. 5: Výsledky předvýzkumu



Graf č. 3: Výsledky předvýzkumu

Z grafu č. 3 lze vyčíst, že velká část studentů úspěšně vypočítala úlohu na sčítání racionálních čísel (úloha č. 2), úlohu na vypočítání poměru (úloha číslo 3), přímou a nepřímou úměrnost (úloha č. 4 a 5) a správně vyřešila situaci s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel (úloha č. 6). Poloviční úspěšnosti dosáhli studenti při řešení součtu dvou racionálních čísel (úloha č. 1) a úlohy na prostorovou představivost (úloha č. 11). Jako problematičtější se jeví úlohy č. 7, 8, 9, 11, 12 a 13, ve kterých musel student využívat propojení matematických operací s teoretickými znalostmi (sestrojení rovinných útvarů, nalezení řešení kvadratické rovnice), používat logickou úvahu (matematizace reálné situace) a znalosti o goniometrických funkcích (načrtnutí grafů funkcí sinus a kosinus).

Graf č. 4 zobrazuje histogram četností celkových výsledků v testu.



Graf č.4: Histogram četností celkových výsledků testu

Je evidentní, že při řešení úloh předvýzkumného testu došlo ke zvýšení úspěšnosti, avšak vezmeme-li v úvahu snížení náročnosti úloh na úroveň vyžadující základní matematické znalosti, je překvapující, že velká část studentů vykazuje výsledky horší než podprůměrné.

Pro samotný výzkum jsme se rozhodli použít test stejný. Bylo však potřeba stanovit vlastnosti předvýzkumného testu tak, abychom mohli nevhodné úlohy případně pozměnit či nahradit novými.

10.2.1 Vlastnosti předvýzkumného testu

Reliabilita

V teoretické části byla popsána reliabilita jako vlastnost, která charakterizuje spolehlivost testu. Pro předvýzkumný test bylo použito Kuderova – Richardsonova vzorce pro výpočet reliability testu:

$$r_{kr} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k pq}{s^2} \right)$$

Pro případ předvýzkumného testu jsou hodnoty ve vzorci následující:

$k = 13$ - počet úloh v testu

$s^2 = 5,553$ - hodnota směrodatné odchylky byla vypočítána pomocí vzorce

$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2$, kde n je celková četnost všech hodnot, n_i je četnost hodnoty x_i , x_i je určitá naměřená hodnota a $\bar{x}$ je aritmetický průměr všech hodnot (Chráska, 2007).

Pro daná data byla vypočítaná hodnota koeficientu reliability $r_{kr} = 0,645$.

Za optimální hodnotu koeficientu reliability v případě didaktických testů se požaduje hodnota 0,80 (Chráska, 2007). Pro zvýšení hodnoty reliability by tedy bylo vhodné zvýšit počet úloh v didaktickém testu. Vzhledem k nutnosti dodržení maximální ekonomičnosti a praktičnosti testu jsme však museli počet úloh zachovat.

Citlivost testových úloh

Jak již bylo zmíněno v teoretické části práce, nejjednodušším ukazatelem citlivosti úloh je koeficient ULI. Jeho hodnotu d vypočítáme pomocí vzorce:

$$d = \frac{n_L - n_H}{0,5 N}$$

Podle dat zjištěných ve výsledních testu byly vypočítány následující hodnoty:

úloha	n_L	n_H	$n_L - n_H$	d
1.1	57	19	38	0,38
1.2	97	87	10	0,1
2	90	66	24	0,24
3	95	85	10	0,1
4	90	66	24	0,24
5	91	58	33	0,33
6	41	12	29	0,29
7.1	36	9	27	0,27
7.2	41	7	34	0,34
18	90	71	19	0,19
9.1	36	11	25	0,25
9.2	55	7	48	0,48
10	69	17	52	0,52

Tabulka č .6: Citlivost úloh předýzkumného testu

N_h značí počet správných řešení ve skupině horších.

N_l značí počet správných řešení ve skupině lepších.

Z teorie o výpočtu citlivost testových úloh pomocí koeficientu ULI vyplývá, že testové úlohy č. 2 a 4 nejsou úlohami vhodnými, jelikož jejich hodnota je velmi blízko 0. Z teorie vyplývá, že taková úloha málo rozlišuje mezi oběma skupinami testovaných. V konečné verzi výzkumu bude tedy potřeba tyto testové úlohy pozměnit, popřípadě nahradit jinými.

Obtížnost testových úloh

Při analýze obtížnosti testových úloh byla k jednotlivým úlohám vypočítána hodnota obtížnosti **Q** podle vzorce $Q = 100 \frac{n_n}{n}$, kde **n_n** je počet testovaných ve skupině, kteří vypočítali úlohu nesprávně a **n** je celkový počet testovaných ve vzorku.

Pro konkrétní data předvýzkumného testu byly vypočítány následující hodnoty:

úloha	n_n	Q
1.1	124	62 %
1.2	16	8 %
2	44	22 %
3	20	10 %
4	44	22 %
5	51	25,50 %
6	147	73,50 %
7.1	155	77,50 %
7.2	152	76 %
8	39	19,50 %
9.1	153	76,50 %
9.2	138	69 %
10	114	57 %

Tabulka č. 7: Obtížnost úloh předvýzkumného testu

Podle Chrásky (2007) lze úlohy, které vykazují hodnotu Q nižší než 20, považovat za velmi snadné. Ani jedna úloha nevykazuje hodnotu Q vyšší než 80, celý test tedy neobsahuje žádnou úlohu, která by byla pro řešitele příliš obtížná. Z tohoto pohledu se tedy jako ideální úloha jeví úloha č. 10 (řešení kvadratické rovnice), která vyazuje hodnotu nejbližší k hodnotě 50, což je hodnota úloh o nevhodnějších vlastnostech.

Jak již bylo zjištěno ve výpočtu citlivosti testových úloh, úlohy č. 1.2 a 3 jsou i z hlediska obtížnosti nevyhovující.

Shrnutí

Zkušenosti z pilotážní a předvýzkumné části výzkumu se staly podkladem k vypracování konečné verze výzkumného *nestandardizovaného didaktického testu*, který byl pro účely výzkumu ideální metodou sběru dat. Abychom mohli porovnat úroveň matematické gramotnosti studentů, kteří byli přijati ke studiu oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci v akademickém roce 2011, a těch, kteří nastoupili ke studiu rok před nimi, testové úlohy zůstaly téměř nezměněny, k malé změně došlo jen u těch testových úloh předvýzkumného

testu, jejichž hodnota d (hodnota koeficientu ULI) značila nevhodnou úlohu z pohledu malé schopnosti rozlišovat mezi skupinou lepších a horších výsledků. Také výsledky obtížnosti úloh vykazovaly hodnoty nevhodné pro testové úlohy. Aby však byl zachován charakter celého testu, nedošlo ke změně úloh obsahové oblasti, došlo jen ke změně zadání nevhodných úloh, tematické okruhy z matematiky zůstaly zachovány.

11 Výzkum

11.1 Cíle výzkumu a jeho průběh

Hlavním cílem výzkumného šetření bylo zjistit, jaká je současná úroveň matematické gramotnosti studentů bakalářských studijních oborů Matematika se zaměřením na vzdělávání na počátku vysokoškolského studia (pouze na PdF MU jde o bakalářský obor Pedagogické asistentství a na PdF ZČU bakalářský obor Matematická studia)⁵.

Dílkými cíli bylo:

- analyzovat kurikulární dokumenty na ZŠ a SŠ s ohledem na vstupní požadavky na VŠ,
- zjistit, jaká je míra úspěšnosti řešení matematických učebních úloh v nestandardizovaném didaktickém testu z matematiky na počátku studia a jaké jsou příčiny neúspěchu jejich řešení,
- zjistit, jak je výsledek ovlivněn intervenujícími faktory, vztahujícími se k osobnosti studenta, předchozímu středoškolskému studiu a charakteru testových úloh.

Jelikož celý výzkum včetně pilotáže a předvýzkumu probíhal na univerzitní půdě, testované budeme nazývat pouze studenty, nikoli žák/student, jak bylo vhodné v teoretické části.

Projektování výzkumného šetření začalo v roce 2010 studiem odborné literatury. Projektování samotného výzkumu vyžadovalo delší časový úsek, sběr dat probíhal v období od září do prosince 2011. Tabulka níže popisuje proces projektování od března 2010 až do prosince 2011 včetně pilotáže a předvýzkumu. (Pozn. První studium teoretických podkladů práce začalo až v březnu roku 2010, protože na počátku tohoto roku došlo ke změně tématu dizertační práce.)

⁵ Studenty Bc oborů považujeme za budoucí učitele matematiky na ZŠ, protože drtivá většina z nich pokračuje v magisterském studiu učitelství matematiky.

Časový interval	březen 2010 – prosinec 2010												leden 2011 – prosinec 2011											
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Stanovení výzkumného problému	x	x	x																					
Příprava výzkumu		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x				
Realizace pilotáže			x																					
Realizace předvýzkumu							x	x																
Sběr dat výzkumu																					x	x	x	x

Tabulka č. 8: Časový harmonogram etap výzkumu

11.2 Metodologie výzkumného šetření

Na základě výzkumných problémů a zkušeností získaných v pilotážní a předvýzkumné části výzkumu byly formulovány výzkumné otázky a věcné a statistické hypotézy. Definujeme proměnné, týkající se výzkumných otázek a nastíníme strukturu výzkumného souboru. Před vyhodnocením výsledků objasníme způsob zpracování dat.

Výzkumný cíl	Dílčí otázka	Hypotéza
1. Míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky	1	H1
	2	-
2. Analýza závislosti míry úspěšnosti řešení úloh z matematiky na pohlaví respondenta	3	H2
3. Analýza závislosti míry úspěšnosti řešení úloh z matematiky na typu absolvované střední školy	4	H3
4. Analýza závislosti míry úspěšnosti řešení úloh z matematiky na stupni známky z matematiky v posledním ročníku střední školy a u maturitní zkoušky	5	H4, H5
5. Analýza závislosti míry úspěšnosti řešení úloh z matematiky na roku absolvování maturitní zkoušky	6	H6
6. Analýza závislosti míry úspěšnosti řešení úloh z matematiky na absolvování přijímací zkoušky ke studiu na VŠ	7	H7

Tabulka č. 9: Orientační přehled výzkumných otázek a hypotéz

11.2.1 Proměnné

Při formulaci výzkumných otázek a hypotéz jsme operacionalizovali následující proměnné výzkumného šetření:

Závisle proměnná

Míra úspěšnosti řešení učebních úloh v matematice: celkový počet (součet) bodů z testu řešení učebních úloh v matematice (max. 13 bodů) Při stanovení kategorií úspěšnosti jsme žáky rozdělili do tří výkonnostních skupin: nadprůměrní řešitelé učebních úloh (12, 11, 10 a 9 bodů), průměrní řešitelé (8, 7, 6 a 5 bodů), podprůměrní řešitelé (4, 3, 2, 1 a 0 bodů). Nadprůměrné řešitele označujeme jako úspěšné, průměrné jako méně úspěšné a podprůměrné jako neúspěšné řešitele.

Nezávislé proměnné

Typ absolvované střední školy: gymnázium a střední odborná škola či střední odborné učiliště

Pohlaví: chlapci a dívky

Školní úspěšnost: známka z matematiky na vysvědčení z konce školního roku a známka z matematiky u maturitní zkoušky (v případě, že daný student maturitní zkoušku z matematiky absolvoval).

Časový odstup mezi rokem maturitní zkoušky a nástupem do studia na VŠ: maturitní zkouška absolvovaná v roce 2011, 2010 a dříve (2005 – 2009)

Přijímací zkouška na VŠ: přijetí ke studiu na VŠ na základě přijímací zkoušky z matematiky nebo testu studijních předpokladů

Typ testových úloh vzhledem k jejich matematickému obsahu: rovnice, analytická geometrie, funkce atd.

11.2.2 Obecná výzkumná otázka, její specifikace a hypotézy

Jaká je celková míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky u absolventů středních škol, kteří se chtějí stát učiteli matematiky pro druhý stupeň ZŠ?

1. Jaká je celková míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky u studentů učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR na počátku jejich studia?

H1 Předpokládáme, že úroveň matematické gramotnosti (vyjádřené počtem bodů v testu) studentů učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR na počátku jejich studia neodpovídá úrovni matematické gramotnosti očekávané dle standardů z matematiky pro základní a střední vzdělávání.

Jaká je míra úspěšnosti řešení jednotlivých testových úloh a jaké jsou možné příčiny neúspěchu při jejich řešení?

2. Jaká je míra úspěšnosti řešení jednotlivých učebních úloh?

2.1 Ve které úloze byli studenti řešitelsky nejúspěšnější?

2.2 Ve které úloze byli studenti řešitelsky nejméně úspěšní?

3.2 Jaké jsou nejčastější příčiny neúspěchu při řešení úloh v testu?

Je výsledek testu ovlivněn intervenujícími faktory, vztahujícími se k osobnosti žáka?

3. Jak je výsledek testu ovlivněn pohlavím respondenta?

3.1. Jak se liší míra úspěšnosti řešení učebních úloh v testu z matematiky u dívek a chlapců?

H2 Předpokládáme, že neexistují významné rozdíly v míře úspěšnosti řešení učebních úloh v testu z matematiky vzhledem k pohlaví respondenta.

4. Jak je výsledek testu ovlivněn druhem střední školy, kterou daný respondent absolvoval?

4.1. Jak se liší míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky u absolventů gymnázia a středních odborných škol či středních odborných učilišť?

H3 Předpokládáme, že míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky je u absolventů gymnázií vyšší než u absolventů SOŠ a SOU.

5. Jak je výsledek testu daného respondenta ovlivněn jeho úspěšností v matematice na střední škole, popř. jeho mírou úspěšnosti u maturitní zkoušky?

5.1. Jak se liší míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky u respondentů, kteří byli v posledním ročníku střední školy klasifikováni známkou 1, 2 nebo 3?

H4 Předpokládáme, že respondenti s výborným prospěchem z matematiky v posledním ročníku střední školy (známka 1) budou v testu dosahovat lepších výsledků než respondenti, jejichž výkon z matematiky byl na konci studia na střední škole klasifikován známkou 2 nebo 3.

5.2. Jak se liší míra úspěšnosti řešení úloh z matematiky u respondentů, jejichž známka z maturitní zkoušky z matematiky byla klasifikována známkou 1, 2 nebo 3?

H5 Předpokládáme, že respondenti s výborným prospěchem u maturitní zkoušky z matematiky (známka 1) budou v testu dosahovat lepších výsledků než respondenti, jejichž výkon u maturitní zkoušky z matematiky byl klasifikován známkou 2 nebo 3.

6. Jak je výsledek testu respondenta ovlivněn časovým odstupem mezi rokem jeho absolvování maturitní zkoušky a počátkem studia na VŠ?

6.1 Jak se liší míra úspěšnosti řešení úloh z matematiky u respondentů, kteří absolvovali maturitní zkoušku v letech 2011, 2010 a letech dřívějších (2005 – 2009?)

H6 Předpokládáme, že respondenti, kteří absolvovali maturitní zkoušku v roce 2011, budou testu dosahovat lepších výsledků než ti, kteří absolvovali maturitní zkoušku v letech dřívějších, tedy v letech 2010 nebo 2005 – 2009.

7. Jak je výsledek testu daného respondenta ovlivněn skutečností, zda byl tento ke studiu na VŠ přijat na základě přijímací zkoušky či nikoli?

7.1 Jak se liší míra úspěšnosti řešení úloh z matematiky u respondentů, kteří byli ke studiu na VŠ přijati na základě přijímací zkoušky z matematiky (příp. testu studijních předpokladů) a těch, kteří přijímací zkoušku neabsolvovali?

H7 Předpokládáme, že respondenti, kteří byli ke studiu na VŠ přijati na základě přijímací zkoušky (přijímací zkouška z matematiky či test studijních předpokladů), budou v testu dosahovat lepších výsledků než ti respondenti, kteří ke studiu na VŠ na základě přijímací zkoušky přijati nebyli.

11.2.3 Výzkumné techniky a jejich deskripce

Pro výzkum jsme použili dvě výzkumné techniky – **nestandardizovaný dotazník** a **nestandardizovaný didaktický test**.

Nestandardizovaný didaktický test z matematiky (příloha č. 3) byl téměř shodný s testem předvýzkumným, nahradili jsme pouze ty úlohy, které byly vzhledem ke svým vlastnostem (citlivost, obtížnost) v testu nevyhovující. Test tedy opět obsahoval 10 úloh, z nichž 3 (otázky č. 1, 7 a 9), se skládaly ze dvou dílčích úloh. Za správné vyřešení jedné úlohy byl řešiteli přidělen 1 bod, za částečné vyřešení a za žádnou nebo špatnou odpověď nezískal řešitel bod žádný. Celkový počet bodů, který mohl tedy získat, bylo 13. Většina úloh v testu byla inspirována testovými úlohami mezinárodního projektu PISA OECD

a odpovídají evaluačním standardům z matematiky pro ZŠ a SŠ a byly zařazeny do tematických celků Rámcového vzdělávacího programu pro ZŠ a gymnázia (podrobnější deskripce úloh již byla uvedena v tabulce č. 4 předvýzkumného testu, proto ji nebudeme znovu uvádět).

Pro zjištění faktorů, které podle nás mohly ovlivnit výsledek testu a jsou popsitelné nominálními daty, jsme použili *nestandardizovaný dotazník* (příloha č. 4). Dotazník obsahoval 6 položek zjišťující fakta (Chráska, 2007), z nichž 3 byly položky dichotomické a 3 položky otevřené. Jednotlivé položky dotazníku se vztahovaly k charakteristice osobnosti studenta, jeho předchozímu studiu na střední škole a přijímací zkoušce ke studiu na VŠ.

Vlastnosti didaktického testu

a) Reliabilita

Reliabilita výzkumného testu byla stejně jako u předvýzkumného testu vypočítána pomocí Kuderova-Richardsonova vzorce. Pro daná data byla vypočítaná hodnota

$$r_{kr} = \mathbf{0,70292}.$$

b) Citlivost testových úloh

Citlivost testových úloh byla i v případě výzkumného testu zjišťována pomocí koeficientu ULI a byly naměřeny následující hodnoty:

úloha	n_L	n_H	$n_L - n_H$	d
1.1	86	13	73	0,47
1.2	141	83	58	0,37
2	131	100	31	0,2
3	110	53	57	0,37
4	152	118	34	0,22
5	148	96	52	0,34
6	35	4	31	0,2
7.1	46	15	31	0,2
7.2	50	7	43	0,28

8	106	63	43	0,28
9.1	68	4	64	0,41
9.2	85	12	73	0,47
10	57	4	53	0,34

Tabulka č. 10: Hodnoty citlivosti úloh

Z tabulkových hodnot lze vyčíst, že nejlépe mezi respondenty s lepšími vědomostmi a respondenty s horšími vědomostmi rozlišují úlohy číslo 1.1 a 9.2, nejmenší rozlišovací schopnost mezi oběma skupinami respondentů mají úlohy číslo 2, 6 a 7.1.

c) Obtížnost testových úloh

Obtížnost testových úloh je vyjádřena indexem obtížnosti **Q** a jednotlivé hodnoty popisuje tabulka č. 11.

úloha	Nn	Q
1	211	68 %
2	86	28 %
3	79	26 %
4	195	63 %
5	40	13 %
6	66	21 %
7	271	87 %
8	249	80 %
9	253	82 %
10	141	45 %
11	238	77 %
12	213	69 %
13	249	80 %

Tabulka č. 11: Tabulka hodnot obtížnosti úloh

Z teorie výpočtu obtížnosti úloh vyplývá, že ani jedna úloha není příliš snadná, ale příliš těžká, z tohoto pohledu lze tedy test považovat za obtížnostně vyvážený.

d) Charakteristika výzkumného testu z pohledu teoretické části práce

V teoretické části práce jsme se mimo jiné zabývali klasifikací učebních úloh a didaktických testů, jak ve své práci uvádí Byčkovský (1982). Podle uvedených třídění jsme charakterizovali výzkumný test podle:

- 1) měřené charakteristiky výkonu jako **test úrovně**,
- 2) stupně dokonalosti přípravy testu a jeho příslušenství jako **test nestandardizovaný**,
- 3) povahy činnosti testovaného jako **test kognitivní**,
- 4) míry specifčnosti učení zjišťovaného testem jako **test výsledků výuky**,
- 5) interpretace výkonu testu jako **test ověřující**,
- 6) časového zařazení do výuky jako **test výstupní**,
- 7) rozsahu obsahového měření jako **test polytematický**,
- 8) stupně objektivit skórování jako **test objektivně skórovatelný**.

Test obsahoval 10 **úloh otevřených**, které podle Bloomovy taxonomie spadají do kategorie střední obtížnosti - **aplikace**.

11.2.4 Výzkumný soubor

Pro výzkumné šetření jsme zvolili všechny studenty 1. ročníku bakalářských studijních oborů Matematika se zaměřením na vzdělávání (resp. Pedagogické asistentství matematiky na MU v Brně a Matematická studia na ZČU v Plzni) na pedagogických fakultách v České republice. Vzhledem ke skutečnosti, že vysokoškolská profesní příprava učitelů matematiky se realizuje ve strukturované podobě s navazujícím magisterským stupněm Učitelství matematiky, a převážná většina absolventů bakalářského studia pokračuje ve studiu navazujícím, považujeme uvedený výzkumný vzorek za budoucí učitele matematiky.

Základní soubor tvořilo 9 pedagogických fakult v ČR. Konkrétně šlo o pedagogické fakulty těchto univerzit:

1. Ostravská univerzita v Ostravě (*31 studentů*)
2. Univerzita Palackého v Olomouci (*13 studentů*)
3. Masarykova univerzita v Brně (*49 studentů*)

4. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích (34 studentů)
5. Univerzita Hradec Králové (29 studentů)
6. Západočeská univerzita v Plzni (37 studentů)
7. Univerzita Karlova v Praze (26 studentů)
8. Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí na Labem (58 studentů)
9. Technická univerzita v Liberci (34 studentů)

Výzkumný vzorek zahrnoval **celkem 311 studentů**. Vedoucí kateder matematiky zúčastněných pedagogických fakult souhlasili s účastí na výzkumu. Podmínkou spolupráce bylo zachování anonymity výsledků škol i jednotlivých studentů.

Charakteristika výzkumného souboru

Výzkumného šetření se účastnilo 212 dívek (68,2 %) a 99 chlapců (31,8 %). Dívky jsou v tabulce č. 12 označeny číslem 1, chlapci číslem 2.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	212	68,2	68,2	68,2
	2	99	31,8	31,8	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 12: Pohlaví

Ve výzkumu bylo 223 studentů, kteří absolvovali maturitní zkoušku z matematiky. Z toho 77 studentů (34,5 %), kteří absolvovali maturitní zkoušku z matematiky s prospěchem výborným (1), 69 studentů (31 %) s prospěchem chvalitebným (2), 77 studentů (34,5 %) obstálo u maturitní zkoušky s prospěchem dobrým (3).

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	77	34,5	34,5	34,5
	2	69	31	31	65,5
	3	77	34,5	34,5	100,0
	Total	223	100,0	100,0	

Tabulka č. 13: Známa z maturitní zkoušky z matematiky

Výzkumného šetření se účastnilo celkem 118 studentů (37,9 %), kteří absolvovali gymnázium (G) a 193 studentů (62,1 %), kteří absolvovali střední odbornou školu (SOŠ) nebo střední odborné učiliště s maturitou (SOU).

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid G	118	37,9	37,9	37,9
SOŠ a SOU	193	62,1	62,1	100,0
Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 14: Druh absolvované střední školy

Celkem 48 studentů (15,4 %) absolvovalo úspěšně maturitní zkoušku v letech 2005 – 2009 (1), 64 studentů (20,6 %) v roce 2010 (2) a 199 studentů (64 %) maturovalo v roce 2011 (3).

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid 1	48	15,4	15,4	15,4
2	64	20,6	20,6	36
3	199	64	64	100,0
Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 15: Rok absolvování maturitní zkoušky

Celkem 84 studentů (27 %) uvedlo, že v posledním ročníku střední školy byli v matematice klasifikováni známkou 1, 118 studentů (38 %) známkou 2 a 109 studentů (35 %) známkou 3.

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid 1	84	27	27	27
2	118	38	38	65
3	109	35	35	100,0
Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 16: Znáмка z matematiky v posledním ročníku SŠ

Ke studiu na VŠ bylo na základě přijímací zkoušky (1) přijato celkem 175 studentů (56,3 %) a celkem 136 studentů (43,7 %) bylo přijato bez přijímací zkoušky (2).

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	175	56,3	56,3	56,3
	2	136	43,7	43,7	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 17: Přijímací zkouška na VŠ

11.2.5 Způsob zpracování dat

Výzkumné šetření bylo založeno na kvantitativním metodologickém přístupu, proto byly zvoleny následující metody zpracování:

Při **popisném charakteru** dat jsme využili následujících možností:

- uspořádání dat a sestavení tabulek četností,
- grafické metody zobrazování dat:
 - *histogramy* – slouží k základnímu přehledu o tvaru datového souboru
 - *krabicové grafy* – umožňují posoudit symetrii a variabilitu datového souboru o existenci odlehlých či extrémních hodnot
 - *sloupcové a spojnicové grafy*

Jako **statistické metody** používané při testování hypotéz jsme využili:

- Test nezávislosti chí-kvadrát pro kontingenční tabulku
- Znaménkové schéma pro kontingenční tabulku

Data byla zpracována pomocí statistického programu IBM SPSS verze 18 (PASW), Statistica 10 a v programu Microsoft Office Excel 2007.

Pro zmapování četností, tj. **celkové míry úspěšnosti při řešení učebních úloh z matematiky** jsme použili popisné statistiky.

11.3 Výsledky výzkumného šetření

Při vyhodnocování výsledků výzkumu jsme vycházeli z formulovaných otázek a hypotéz. Pro přehlednost vždy uvedeme znění výzkumné otázky a hypotézy, výsledky znázorníme v tabulkách, případně i grafech a okomentujeme. Zároveň budeme výsledky interpretovat a zformulujeme dílčí závěry.

1. Jaká je celková míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky pro základní a střední školy u studentů prvního ročníku učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR na počátku jejich studia?

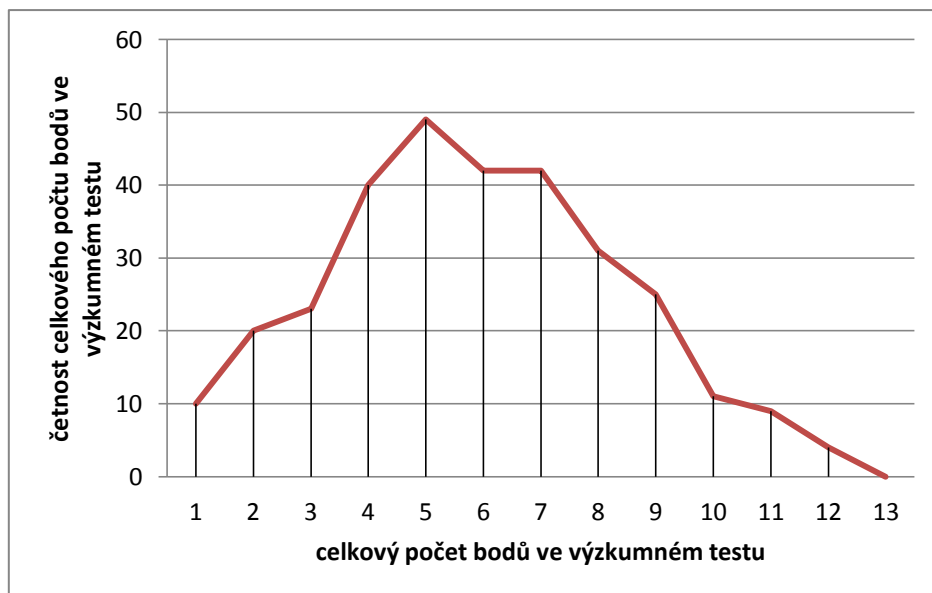
H1 Předpokládáme, že úroveň matematické gramotnosti (vyjádřené počtem bodů v testu) studentů učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR na počátku jejich studia neodpovídá úrovni matematické gramotnosti očekávané dle standardů z matematiky pro základní a střední vzdělávání.

K věcné hypotéze H1 byly formulovány následující statistické hypotézy:

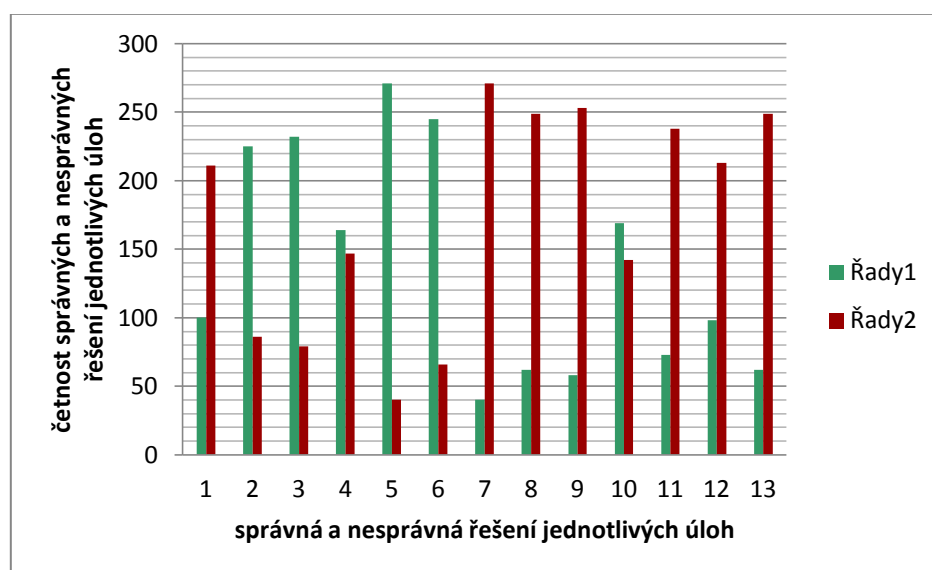
H1₀ Úroveň matematické gramotnosti studentů prvního ročníku učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR odpovídá úrovni matematické gramotnosti očekávané dle standardů z matematiky pro základní a střední vzdělávání.

H1_A Úroveň matematické gramotnosti studentů prvního ročníku učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR neodpovídá úrovni matematické gramotnosti očekávané dle standardů z matematiky pro základní a střední vzdělávání.

Z grafu č. 5 vyplývá, že celková úspěšnost řešení učebních úloh v testu z matematiky, který byl zadán dané cílové skupině, dosahovala průměrné hodnoty 5,8 bodů z celkového počtu 13. Tato hodnota ukazuje, že se úspěšnost pohybovala pod střední hodnotou a že žáci mohou mít s řešením určitého typu slovních úloh problémy.



Graf č. 5: Četnosti celkových počtů bodů v testu



Graf č. 6: Počet správných a nesprávných řešení jednotlivých úloh výzkumného testu

Descriptive Statistics					
	N	Minimum	Maximum	Mean	SE
Úspěšnost řešení učebních úloh	311	0	12	5,8	5,595

Tabulka č. 18: Míra úspěšnosti řešení slovních úloh

Z výsledků vyplývá malá úspěšnost při řešení úloh. Zamítáme tedy hypotézu nulovou a přijímáme hypotézu alternativní.

Závěr: Úroveň matematické gramotnosti studentů prvního ročníku učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR neodpovídá úrovni matematické gramotnosti očekávané dle standardů z matematiky pro základní a střední vzdělávání, celková úspěšnost respondentů při řešení úloh je podprůměrná.

Domníváme se, že míra neúspěšnosti žáků při řešení učebních úloh, které odpovídají standardům pro základní a střední školy, je alarmující, protože ukazuje, že žáci nejsou schopni matematické myšlení aplikovat v praktickém životě. Tento výsledek může také indikovat to, že žáci nemají s tímto typem úloh ve škole žádné zkušenosti, přitom mnohé z nich jsou blízké jejich reálnému životu.

2. Jaká je míra úspěšnosti řešení jednotlivých učebních úloh kurikula základní a střední školy?

2.1 Ve které úloze byli studenti řešitelsky nejúspěšnější?

2.2 Ve které úloze byli studenti řešitelsky nejméně úspěšní?

3.2 Jaké jsou nejčastější příčiny neúspěchu při řešení jednotlivých úloh v testu?

Tabulky č. 19 - 31 ukazují míru úspěšnosti řešení jednotlivých učebních úloh v matematice v pořadí, v jakém byly zařazeny do didaktického testu.

Úlohu č. 1.1 dokázalo úspěšně vyřešit 100 studentů z celkového počtu 311.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	100	32,2	32,2	32,2
	1	211	67,8	67,8	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 19: Tabulka četností odpovědí úlohy 1.1

Úlohu č. 1.2 vyřešilo úspěšně 225 studentů z celkového počtu 311 studentů.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	225	72,3	72,3	72,3
	1	86	27,7	27,7	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 20: Tabulka četností odpovědí úlohy 1.2

Úlohu č. 2 vyřešilo 232 studentů, 79 studentů bylo v řešení úlohy neúspěšných.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	232	74,6	74,6	74,6
	1	79	25,4	25,4	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 21: Tabulka četností odpovědí úlohy 2

Úlohu č. 3 úspěšně vyřešilo 164 studentů, neúspěšně 147 studentů. V této úloze jako jediné bylo dosaženo téměř poloviční úspěšnosti.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	164	52,7	52,7	52,7
	1	147	47,3	47,3	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 22: Tabulka četností odpovědí úlohy 3

S celkovým počtem 271 úspěšných řešitelů byla úloha č. 4 nejúspěšnější úlohou celého testu.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	271	87,1	87,1	87,1
	1	40	12,9	12,9	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 23: Tabulka četností odpovědí úlohy 4

V pořadí druhou nejúspěšnější úlohou byla úloha č. 5, kterou správně vyřešilo 245 studentů.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	245	78,8	78,8	78,8
	1	66	21,2	21,2	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 24: Tabulka četností odpovědí úlohy 5

Naopak nejobtížnější úlohu – úlohu č. 6 vyřešilo jen 40 studentů.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	40	12,9	12,9	12,9
	1	271	87,1	87,1	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 25: Tabulka četností odpovědí úlohy 6

Úloha č. 7.1 byla pro respondenty také velmi obtížná, vyřešilo ji pouze 62 studentů.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	62	19,9	19,9	19,9
	1	249	80,1	80,1	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 26: Tabulka četností odpovědí úlohy 7.1

Neméně obtížnou úlohu číslo 7.2 vyřešilo správně jen 18,6 % studentů. Tímto se řadí na druhé místo v obtížnosti testových úloh.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	58	18,6	18,6	18,6
	1	253	81,4	81,4	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 27: Tabulka četností odpovědí úlohy 7.2

Další úloha, kterou lze vzhledem k výsledkům považovat za středně obtížnou, je úloha číslo 8. V této úloze dosáhlo správného výsledku 54,3 % studentů.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	169	54,3	54,3	54,3
	1	142	45,7	45,7	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 28: Tabulka četností odpovědí úlohy 8

V posledních třech úlohách č. 9.1, 9.2 a 10 dosahovali studenti podobné míry úspěšnosti. Úlohu číslo 9.1 vyřešilo správně 73 studentů, úlohu číslo 9.2 98 studentů a v poslední úloze číslo 10 bylo úspěšných 62 studentů.

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	73	23,5	23,5	23,5
	1	238	76,5	76,5	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 29: Tabulka četností odpovědí úlohy 9.1

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	98	31,5	31,5	31,5
	1	213	68,5	68,5	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 30: Tabulka četností odpovědí úlohy 9.2

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0	62	19,9	19,9	19,9
	1	249	80,1	80,1	100,0
	Total	311	100,0	100,0	

Tabulka č. 31: Tabulka četností odpovědí úlohy 10

Vzhledem k tomu, že jsme nesprávné, ale i částečné odpovědi považovali za neúspěšné řešení (z toho důvodu, že žáci nebrali v úvahu všechny možnosti řešení), můžeme v závěru konstatovat, že úspěšnost řešení je velmi nízká. Můžeme tak nepřímou usuzovat, že žáci při řešení slovních úloh ve škole používají početní operace automaticky bez ohledu na skutečnou logiku problému, se kterou se setkávají v reálním životě, což potvrzují také některé zahraniční výzkumy (Corte, Verschaffel, Greer, 2000).

Nejčastější chyby při řešení jednotlivých testových úloh

Úloha č. 1 (testová úloha 1.1)

Zadání: $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \quad = 1\frac{5}{13}$

Vlastnosti úlohy: **d: 0,47, Q: 68 %**

Diskuse k řešení: Písemné sčítání náleží mezi kognitivní neboli intelektuální dovednosti, které chápeme v souladu s Psychologickým slovníkem (Hartl, Hartlová, 2000) jako učení získané dispozice k činnostem, které provádíme s porozuměním.

Nejproblémovější částí této úlohy byla úprava pravé části rovnice, tedy úprava smíšeného zlomku na zlomek jednoduchý. Následující problém se týkal nalezení společného jmenovatele při sčítání dvou zlomků. Úlohu vyřešilo správně 32 % respondentů.

Úloha č. 2 (testová úloha 1.2)

Zadání: $0,25 \times 2^0 \div \quad = \frac{1}{2}$

Vlastnosti úlohy: **d: 0,37, Q: 28 %**

Diskuse k řešení: Problémem výpočtu této rovnice byl převod desetinného čísla na zlomek. Studenti, kteří úlohu neřešili, do testu poznačili, že neumí umocnit celé číslo na nultou mocninu. Celkově byli studenti v řešení druhé úlohy v oboru racionálních čísel úspěšnější než v úloze první. Úlohu vyřešilo správně 72 % respondentů.

Úloha č. 3 (testová úloha 2)

Zadání: *Kdybychom zrychlili a ušli průměrně 6 km/h, určitě bychom do 10 minut došli až k nádraží vzdálenému 4,5 km. Je toto tvrzení pravdivé? Vysvětlete své rozhodnutí.*

Vlastnosti úlohy: **d: 0,2, Q: 26 %**

Diskuse k řešení: Úloha nebyla problematická, studenti ji řešili pomocí trojčlenky nebo pomocí vzorce na výpočet dráhy $s = vt$. Studenti, kteří úloh řešili, vyřešili ji správně, ostatní studenti úlohu neřešili vůbec. Úlohu vyřešilo správně 75 % respondentů.

Úloha č. 4 (testová úloha 3)

Zadání: Z konečné stanice vyjely v 9 hodin ráno 2 tramvaje. Linka č. 1 objíždí svou trať 96 minut, linka č. 2 vždy 72 minut. V kolik hodin se obě tramvaje setkají opět na stanici?

Vlastnosti úlohy: **d: 0,37, Q: 63 %**

Diskuse k řešení: Umět rychle poznat, zda je dané vícečíslo dělitelné některým jednocíselným číslem, popřípadě jaký dává při dělení tímto číslem zbytek, může být mnohdy užitečné, zvláště když nemáme po ruce kalkulačku (Kopka, 1999)

Studenti řešili úlohu v mnoha případech úvahou s nesprávným výsledkem nebo použili chybný algoritmus pro výpočet nejmenšího společného násobku dvou celých čísel. Úlohu vyřešilo 53 % respondentů.

Úloha č. 5 (testová úloha 4)

Zadání: V zahradě jsou tři druhy stromů. Jabloně činí 30%, švestky 40% a třešně je 12 stromů. Kolik stromů je celkem na zahradě?

Vlastnosti úlohy: **d: 0,22, Q: 13 %**

Diskuse k řešení: Problémem této úlohy bylo chybné pochopení úlohy a následný chybný výpočet procentuální části místo celku. Tato úloha byla nejméně problémová, úspěšně ji vyřešilo 87 % respondentů.

Úloha č. 6 (testová úloha 5)

Zadání: Malíř si při malování bytu rozředil 5 litrů Primalexu vodou v poměru 2 díly Primalexu ku 3 dílům vody. Kolik vody přidal?

Vlastnosti úlohy: **d: 0,34, Q: 21 %**

Diskuse k řešení: Úlohu na řešení poměru vyřešili studenti buď zcela správně, nebo ji neřešili vůbec. Ve výsledcích testů se tedy nevyskytuje žádné chybné řešení úlohy. Úlohu správně vyřešilo 78 % respondentů.

Úloha č. 7 (testová úloha 6)

Zadání: Na pánev se vejdou čtyři topinky. Každá topinka se opéká 2 minuty po jedné a 2 minuty po druhé straně. Určete nejkratší možné časy potřebné pro opečení šesti topinek na jediné pánvi a popište postup.

Vlastnosti úlohy: **d: 0,2, Q: 87 %**

Diskuse k řešení: Úloha nebyl složitá z pohledu matematizace reálné situace, ale z pohledu užití logického myšlení při řešení problému. Studenti řešili často úlohu mechanicky, čímž se dopočítali špatného výsledku (tato úloha byla součástí testu projektu PISA v roce 2009). V řešení této úlohy byli studenti nejméně úspěšní a správně ji vyřešilo jen 13 % respondentů.

Úloha č. 8 (testová úloha 7.1)

Zadání: *Je dán obecný trojúhelník ABC. Napište stručný postup konstrukce ortocentra trojúhelníka ABC.*

Vlastnosti úlohy: **d: 0,2, Q: 80 %**

Diskuse k řešení: Studenti neznali definici ortocentra v rovinné geometrii, proto nevěděli, že popis konstrukce spočívá v popisu sestrojení průsečíku výšek v obecném trojúhelníku. Úloha byla pro studenty třetí nejtěžší a vyřešilo ji úspěšně 20 % respondentů.

Úloha č. 9 (testová úloha 7.2)

Zadání: *Je dán obecný trojúhelník ABC. Napište stručný postup konstrukce kružnice trojúhelníku ABC vepsané.*

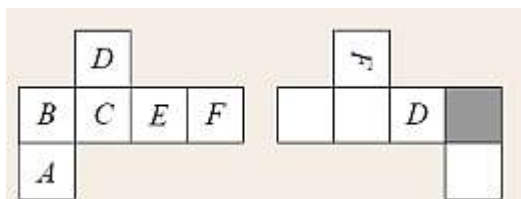
Vlastnosti úlohy: **d: 0,28, Q: 82 %**

Diskuse k řešení: Studenti neznali definici kružnice trojúhelníku vepsané, tudíž její střed v popisu konstrukce často chybně uváděli jako průsečík těžnic či průsečík výšek v trojúhelníku. Úloha byla pro studenty druhou nejtěžší a úspěšně ji vyřešilo 19 % respondentů.

Úloha č. 10 (testová úloha 8)

Zadání: *Na stěnách hrací kostky jsou místo puntíků písmena od A až po F. Na prvním obrázku vlevo vidíte rozloženou síť takovéto krychle. Na druhém obrázku máte síť téže*

krychle, ale s tím, že jsou již označeny jen některé stěny. Doplňte, které písmeno je napsáno na stěně **tmavě** zvýrazněné na pravém obrázku.



Vlastnosti úlohy: **d: 0,28, Q: 45 %**

Diskuse k řešení: Úlohu na prostorovou představivost řešili studenti v 54% procentech úspěšně, špatným řešením byla ve většině případů chybná orientace písmene E.

Úloha č. 11 (testová úloha 9.1)

Zadání: Načrtněte graf elementární funkce v posunutí: $y = \sin(x + \pi)$.

Vlastnosti úlohy: **d: 0,41, Q: 77 %**

Diskuse k řešení: Očekávaným problémem této úlohy bylo posunutí grafu elementární goniometrické funkce po ose x . Překvapivě však základním problémem chybně řešených úloh byl chybný náčrtek samotného grafu elementární funkce. Úlohu vyřešilo správně 23 % respondentů.

Úloha č. 12 (testová úloha 9.2)

Zadání: Načrtněte graf goniometrické funkce v posunutí: $y = (x - 2)^2 - 2$.

Vlastnosti úlohy: **d: 0,47, Q: 69 %**

Diskuse k řešení: V této úloze byla stejně jako v úloze předchozí zásadním problémem neznalost grafu kvadratické funkce. Úlohu úspěšně vyřešilo 32 % respondentů.

Úloha č. 13 (testová úloha 10)

Zadání: Pro které/á a má rovnice $x^2 + ax + 4 = 0$ právě jedno řešení?

Vlastnosti úlohy: **d: 0,34, Q: 80 %**

Diskuse k řešení: V chybných řešeních poslední testové úlohy se objevily dvě problematické oblasti:

1. neznalost algoritmu výpočtu diskriminantu kvadratické rovnice,
2. chybná diskuse nad výsledkem diskriminantu – studenti nevěděli, kdy má kvadratická rovnice právě jedno řešení, resp. pro kterou hodnotu diskriminantu má kvadratická rovnice právě jedno řešení.

Úloha byla stejně jako úloha č. 8 třetí nejtěžší a úspěšně ji vyřešilo 20 % respondentů.

Společným problémem všech testových úloh, které měly podobu úloh slovních, byl problém uvést k dané slovní úloze odpověď. Studenti často použili naučený algoritmus pro výpočet např. nejmenšího společného násobku, avšak samotné číslo, které bylo výsledkem výpočtu, nebylo výsledkem slovní úlohy. I v tomto případě byla úloha považována za chybně vypočítanou.

3. Jak je výsledek testu ovlivněn pohlavím respondenta?

3.1 Jak se liší míra úspěšnosti řešení učebních úloh v testu z matematiky u dívek a chlapců?

H2 Předpokládáme, že neexistují významné rozdíly v míře úspěšnosti řešení učebních úloh v testu z matematiky vzhledem k pohlaví respondenta.

K věcné hypotéze H1 byly formulovány následující statistické hypotézy:

H2₀ Míra úspěšnosti řešení učebních úloh v testu z matematiky vyjádřená počtem bodů nemá statisticky významnou souvislost s pohlavím respondenta.

H2_A Míra úspěšnosti řešení učebních úloh v testu z matematiky vyjádřená počtem bodů má statisticky významnou souvislost s pohlavím respondenta.

Výsledky šetření byly zaznamenány do kontingenční tabulky č. 32. Testování probíhalo na hladině významnosti $\alpha = 0,05$.

pohlaví/počet b.	0-4 b.	5-8b.	9 – 12b.	
chlapci	22	56	21	99
dívky	76	108	28	212
	98	164	49	311

Tabulka č. 32: Kontingenční tabulka – pohlaví

Pro dané hodnoty kontingenční tabulky bylo vypočítáno testové kritérium $\chi^2 = 7,125$. Pro stupeň volnosti (v tomto případě stupeň volnosti $f = 2$) a pro zvolenou hladinu významnosti $\alpha = 0,05$ nalezneme ve statistických tabulkách kritickou hodnotu testového kritéria $\chi^2_{0,05}(2) = 5,991$. Srovnáme-li vypočítanou hodnotu testového kritéria s hodnotou kritickou, zjišťujeme, že vypočítaná hodnota je vyšší, a proto je možno odmítnout nulovou hypotézu.

Závěr: Mezi výsledky testu a pohlavím respondentů je statisticky významná souvislost.

Pro interpretaci výsledků obsažených v kontingenční tabulce jsme sestavili tzv. znaménkové schéma kontingenční tabulky. Při konstrukci znaménkového schématu pro kontingenční tabulku se postupuje tak, že postupně testujeme významnost rozdílů mezi pozorovanou a očekávanou četností v jednotlivých polích tabulky (Chráška, 2007). K tomuto testování se nejčastěji používá testové kritérium z (z-skóre). Testové kritérium je možno vypočítat ze vztahu (Řehák, 1986 – in Chráška, 2007, str.79)

$$Z = \frac{n \cdot n_p - n_r \cdot n_s}{\sqrt{n_s n_r (n - n_r) \cdot (n - n_s)}} \cdot \sqrt{n},$$

kde n je celková četnost v kontingenční tabulce, n_p je pozorovaná četnost v určitém poli kontingenční tabulky, n_r je marginální (okrajová) četnost v řádku tabulky a n_s je marginální četnost ve sloupci kontingenční tabulky.

Tabulka č. 33 vyjadřuje hodnoty z-skóre pro kontingenční tabulku č. 32

	0-4b.	5-8b.	9-12b.
dívky	-	0	0
chlapci	+	0	0

Tabulka č. 33: Znaménkové schéma - pohlaví

Podle výsledků ve znaménkovém schématu kontingenční tabulky byly interpretovány následující výroky:

- Ve skupině neúspěšných řešitelů dosahují dívky při řešení testových úloh lepších výsledků než chlapci.
- Ve skupině úspěšných a méně úspěšných řešitelů testových úloh není mezi pohlavím respondentů a celkovými výsledky testu statisticky významná souvislost.

Při ověřování zbývajících hypotéz byly použity stejné statistické metody na hladině významnosti $\alpha = 0,05$. Proto nebude postup výpočtu v dalších kapitolách popisován detailně.

4. Jak je výsledek testu ovlivněn druhem střední školy, kterou daný respondent absolvoval?

4.1 Jak se liší míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky u absolventů gymnázia a středních odborných škol a středních odborných učilišť?

H3 Předpokládáme, že míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky je u absolventů gymnázií vyšší než u absolventů SOŠ a SOU.

K věcné hypotéze H2 byly formulovány následující statistické hypotézy:

H3₀ Míra úspěšnosti řešení učebních úloh v testu z matematiky vyjádřená počtem bodů nemá statisticky významnou souvislost s druhem střední školy, kterou daný respondent absolvoval.

H3_A Míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky vyjádřená počtem bodů má statisticky významnou souvislost s druhem střední školy, kterou daný respondent absolvoval.

Tabulka č. 34 četností počtu bodů v testu absolventů gymnázií a SOŠ a SOU:

SŠ/počet b.	0-4 b.	5-8b.	9 – 12b.	
SOŠ	69	105	19	193
G	29	59	30	118
	98	164	49	311

Tabulka č. 34: Kontingenční tabulka – druh střední školy

Pro danou kontingenční tabulku byla vypočítána hodnota testového kritéria $\chi^2 = 14,43$. Vypočítaná hodnota testového kritéria je vyšší než hodnota kritická $\chi^2_{0,05}(2) = 5,991$, zamítá se tedy hypotéza nulová a přijímá se hypotéza alternativní.

Závěr: Mezi výsledkem testu respondenta a druhem školy, kterou absolvoval, je statisticky významná souvislost.

Pro interpretaci výsledků bylo sestaveno následující znaménkové schéma kontingenční tabulky.

	0-4b.	5-8b.	9-12b.
SOŠ	+	0	- - -
G	-	0	+ + +

Tabulka č. 35: Znaménkové schéma - druh střední školy

Získané výsledky byly interpretovány následovně:

- Největší počet nejméně úspěšných řešitelů testu je mezi absolventy SOŠ a SOU.
- Nejlepších výsledků v testu dosahují absolventi gymnázií.
- Ve skupině méně úspěšných řešitelů nemá výsledek testu statisticky významnou souvislost s druhem střední školy respondenta.
- Výsledek testu má ve skupině úspěšných řešitelů statisticky významnou souvislost s druhem absolvované střední školy respondenta, přičemž absolventi gymnázií dosahují lepších výsledků než absolventi SOŠ a SOU.

5. Jak je výsledek testu daného respondenta ovlivněn jeho úspěšností v matematice na střední škole, popř. jeho mírou úspěšnosti u maturitní zkoušky?

5.1 Jak se liší míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky u respondentů, kteří byli z matematiky v posledním ročníku střední školy klasifikováni známkou 1, 2 nebo 3?

H4 Předpokládáme, že respondenti s výborným prospěchem z matematiky v posledním ročníku střední školy (známka 1) budou v testu dosahovat lepších výsledků než respondenti, jejichž výkon z matematiky byl na konci studia na střední škole klasifikován známkou 2 nebo 3.

5.2 Jak se liší míra úspěšnosti řešení úloh z matematiky u respondentů, jejichž klasifikační stupeň známky z maturitní zkoušky z matematiky byl 1, 2 nebo 3?

H5 Předpokládáme, že respondenti s výborným prospěchem u maturitní zkoušky z matematiky (známka 1) budou v testu dosahovat lepších výsledků než respondenti, jejichž výkon u maturitní zkoušky z matematiky byl klasifikován známkou 2 nebo 3.

K věcné hypotéze H3 byly formulovány tyto statistické hypotézy:

H4₀ Míra úspěšnosti řešení učebních úloh vyjádřena počtem bodů nemá statisticky významnou souvislost se stupněm známky z matematiky na konci posledního ročníku střední školy.

H4_A Míra úspěšnosti řešení učebních úloh vyjádřená počtem bodů má statisticky významnou souvislost se stupněm známky z matematiky na konci posledního ročníku střední školy.

Tabulka č. 36 četností počtu bodů dosažených v testu respondentů podle stupně jejich známky z matematiky v posledním ročníku střední školy:

známka z M/počet b.	0-4b.	5-8b.	9-12b.	
1	20	37	27	84
2	29	72	17	118
3	49	55	5	109
	98	164	49	

Tabulka č. 36: Kontingenční tabulka – známka z matematiky

Pro danou kontingenční tabulku byla vypočítána hodnota testového kritéria $\chi^2 = 35,55$. Vypočítaná hodnota testového kritéria je vyšší než hodnota kritická pro stupeň volnosti 4 - $\chi^2_{0,05}(4) = 9,488$, zamítá se tedy hypotéza nulová a přijímá se hypotéza alternativní.

Závěr: Mezi výsledky testu respondenta a jeho stupněm známky z matematiky v posledním ročníku střední školy je statisticky významná souvislost.

Pro interpretaci výsledků bylo sestaveno následující znaménkové schéma kontingenční tabulky.

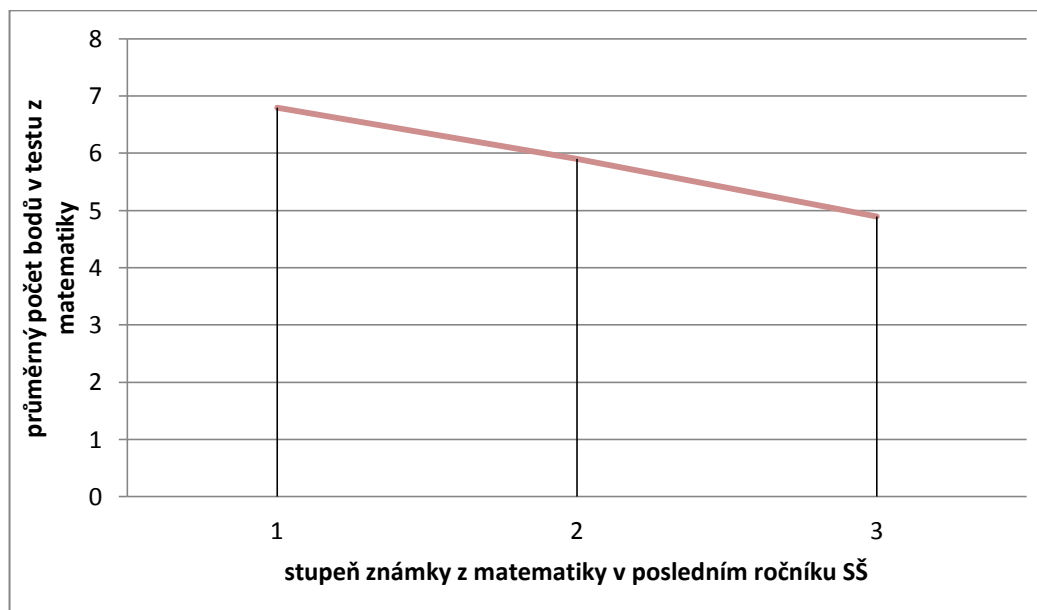
	0-4b.	5-8b.	9-12b.
1	0	0	+++
2	0	+	0
3	+++	0	---

Tabulka č. 37: Znaménkové schéma – známka z matematiky

Získané výsledky byly interpretovány následovně:

- Respondenti klasifikováni známkou 3 v předmětu matematika v posledním ročníku střední školy dosahují nejčastěji nejhorších výsledků v testu, naopak nejméně často výsledků nejlepších.
- Respondenti klasifikováni známkou 1 v předmětu matematika v posledním ročníku střední školy dosahují nejčastěji nejlepších výsledků v testu.
- Výsledek v testu má statisticky významnou souvislost se stupněm známky z matematiky v posledním ročníku střední školy, přičemž respondenti klasifikováni známkou 1 dosahují lepších výsledků než respondenti s klasifikováním známkou 3. Respondenti klasifikováni známkou 2 dosahují výsledků průměrných.

Na grafu č. 7 lze pozorovat téměř lineární pokles úspěšnosti řešení učebních úloh v testu z matematiky v souvislosti se známkou z matematiky v posledním ročníku střední školy.



Graf č. 7: Průměrný počet bodů v testu v závislosti na stupni známky z matematiky

K věcné hypotéze H4 byly formulovány následující statistické hypotézy:

H5₀ Míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky vyjádřena počtem bodů nemá statisticky významnou souvislost se stupněm známky u maturitní zkoušky z matematiky.

H5_A Míra úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky vyjádřena počtem bodů má statisticky významnou souvislost se stupněm známky u maturitní zkoušky z matematiky.

Tabulka č. 38 četností počtu bodů v testu podle stupně známky u maturitní zkoušky z matematiky:

známka u matur.z M/počet b.	0-4b.	5-8b.	9-12b.	
1	5	36	36	77
2	12	45	12	69
3	26	44	7	77
	43	125	55	

Tabulka č. 38: Kontingenční tabulka – známka u maturity z matematiky

Pro danou kontingenční tabulku byla vypočítána hodnota testového kritéria $\chi^2 = 42,253$. Vypočítaná hodnota testového kritéria je vyšší než hodnota kritická pro stupeň volnosti 4 - $\chi^2_{0,05}(4) = 9,488$, zamítá se tedy hypotéza nulová a přijímá se hypotéza alternativní.

Závěr: Mezi výsledky testu a stupněm známky u maturitní zkoušky z matematiky je statisticky významný rozdíl.

Pro interpretaci výsledků bylo sestaveno následující znaménkové schéma kontingenční tabulky.

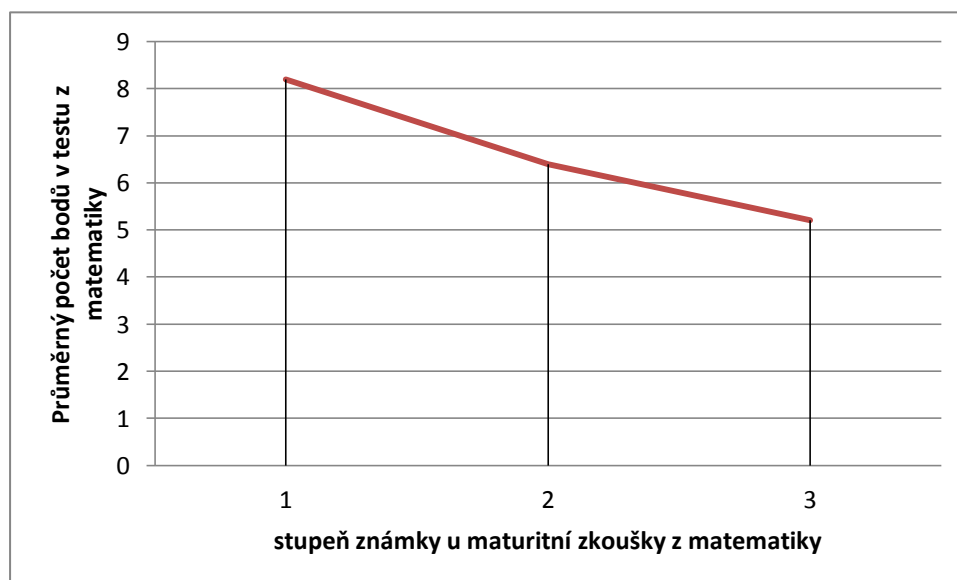
	<i>0-4b.</i>	<i>5-8b.</i>	<i>9-12b.</i>
<i>1</i>	- - -	-	+ + +
<i>2</i>	0	0	0
<i>3</i>	+ + +	0	- - -

Tabulka č. 39: Znaménkové schéma – známka u maturity z matematiky

Výsledky znaménkového schématu lze interpretovat takto:

- Nejslabších výsledků v testu dosahují nejvíce ti respondenti, jejichž výkon u maturitní zkoušky z matematiky byl klasifikován známkou 3.
- Nejlepších výsledků v testu dosahují nejvíce ti respondenti, jejichž výkon u maturitní zkoušky z matematiky byl klasifikován známkou 1.
- Výsledek testu statisticky souvisí se stupněm známky z maturitní zkoušky z matematiky, přičemž respondenti, jejichž výkon u maturitní zkoušky byl klasifikován známkou 1, jsou statisticky lepšími řešiteli než ti, kteří byli klasifikováni známkou 3.

Graf č. 8 vyjadřuje opět téměř lineární pokles míry úspěšnosti řešení učebních úloh v testu z matematiky v závislosti na stupni známky u maturitní zkoušky z matematiky.



Graf č. 8: Průměrný počet bodů v testu v závislosti na stupni známky u maturity

6. Jak je výsledek testu respondenta ovlivněn časovým odstupem mezi rokem jeho absolvování maturitní zkoušky a počátkem studia na VŠ?

6.1 Jak se liší míra úspěšnosti řešení úloh z matematiky u respondentů, kteří absolvovali maturitní zkoušku v letech 2011, 2010 a letech dřívějších (2005 – 2009?)

H6 Předpokládáme, že respondenti, kteří absolvovali maturitní zkoušku v roce 2011, budou v testu dosahovat lepších výsledků než ti, kteří absolvovali maturitní zkoušku v letech dřívějších, tedy v letech 2010 nebo 2005 – 2009.

K věcné hypotéze H5 byly formulovány následující statistické hypotézy:

H6₀ Mezi mírou úspěšnosti řešení úloh z matematiky vyjádřenou počtem bodů a rokem absolvování maturitní zkoušky není statisticky významná souvislost.

H6_A Mezi mírou úspěšnosti řešení úloh z matematiky vyjádřenou počtem bodů a rokem absolvování maturitní zkoušky je statisticky významná souvislost.

Tabulka č. 40 četností dosažených počtů bodů v testu v závislosti na roce složené maturitní zkoušky:

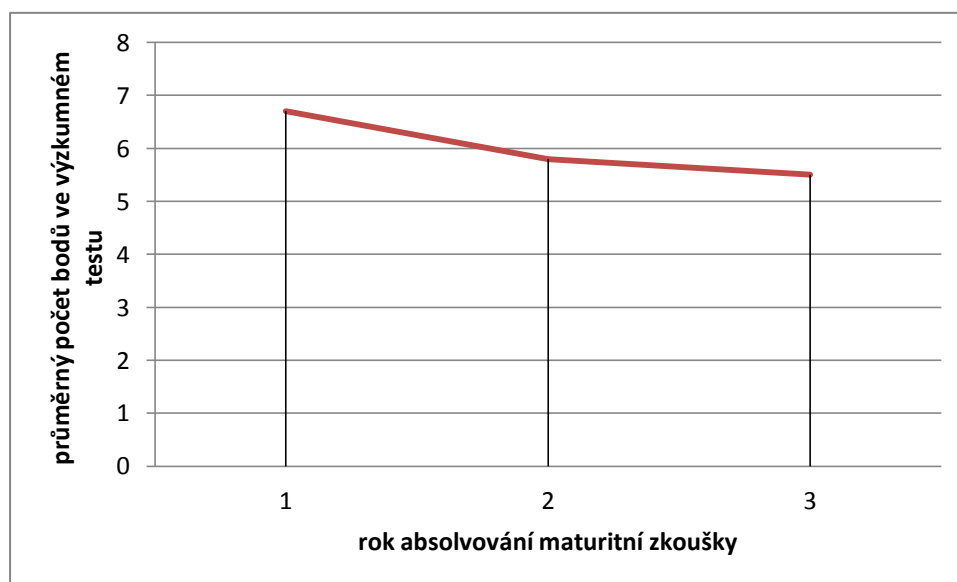
Rok maturity/počet b.	0-4b.	5-8b.	9-12b.	
2005-2009	13	23	12	48
2010	19	32	13	64
2011	66	109	24	199
	98	164	49	

Tabulka č. 40: Kontingenční tabulka – rok maturity

Pro následující údaje byla vypočítána hodnota testového kritéria $\chi^2 = 6,17$. Vypočítaná hodnota testového kritéria je nižší než hodnota kritická pro stupeň volnosti 4 - $\chi^2_{0,05}(4) = 9,488$, lze tedy přijmout nulovou hypotézu.

Závěr: Mezi výsledkem testu respondenta a rokem jeho absolvování maturitní zkoušky není statisticky významná souvislost.

Graf č. 9 zobrazuje průměrné hodnoty ve výsledcích testů respondentů vzhledem k roku jejich absolvování maturitní zkoušky.



Graf č. 9: Průměrný počet bodů v testu v závislosti na roku absolvování maturity

Z grafu je lze vyčíst mírně klesající míru úspěšnosti v řešení úloh z matematiky. Její pokles však není rapidní, můžeme tedy i z tohoto usoudit, že souvislost mezi popisovanými jevy není významná.

7. Jak je výsledek testu daného respondenta ovlivněn skutečností, zda byl tento ke studiu na VŠ přijat na základě přijímacího řízení či nikoli?

7.1 Jak se liší míra úspěšnosti řešení úloh z matematiky u respondentů, kteří byli ke studiu na VŠ přijati na základě přijímací zkoušky z matematiky (příp. testu studijních předpokladů) a těch, kteří přijímací zkoušku neabsolvovali?

H7 Předpokládáme, že respondenti, kteří byli ke studiu na VŠ přijati na základě přijímací zkoušky (přijímací zkouška z matematiky či test studijních předpokladů), budou v testu dosahovat lepších výsledků než ti respondenti, kteří ke studiu na VŠ na základě přijímací zkoušky přijati nebyli.

K věcné hypotéze H6 byly formulovány tyto statistické hypotézy:

H7₀ Mezi mírou úspěšnosti řešení úloh z matematiky a skutečností, zda byl respondent přijat ke studiu na VŠ na základě přijímací zkoušky či nikoli, není statisticky významná souvislost.

H7_A Mezi mírou úspěšnosti řešení úloh z matematiky a skutečností, zda byl respondent přijat ke studiu na VŠ na základě přijímací zkoušky či nikoli, je statisticky významná souvislost.

Tabulka č. 41 četností:

Přij. zkouška/počet b.	0-4b	5-8b.	9-12b.	
ano	65	88	22	175
ne	33	76	27	136
	98	164	49	311

Tabulka č. 41: Kontingenční tabulka – přijímací zkouška

Na základě údajů v kontingenční tabulce byla vypočítána hodnota testového kritéria $\chi^2 = 7,06$. Vypočítaná hodnota testového kritéria je vyšší než hodnota kritická $\chi^2_{0,05}(2) = 5,991$, zamítá se tedy hypotéza nulová a přijímá se hypotéza alternativní.

Závěr: Výsledek testu má statisticky významnou souvislost s tím, zda byl daný respondent přijat ke studiu na základě přijímací zkoušky.

Pro interpretaci výsledků bylo sestaveno znaménkové schéma kontingenční tabulky.

	<i>0-4b.</i>	<i>5-8b.</i>	<i>9-12b.</i>
<i>Ano</i>	+	0	0
<i>Ne</i>	-	0	0

Tabulka č. 42: Znaménkové schéma – přijímací zkouška

Statistická významnost byla prokázána jen v případě skupiny nejméně úspěšných řešitelů, zjištěné hodnoty lze tedy interpretovat takto:

- Ze skupiny nejméně úspěšných řešitelů jsou v řešení testových úloh statisticky lepší řešitelé ti respondenti, kteří uvedli, že byli ke studiu na vysoké škole přijati na základě přijímací zkoušky.
- Souvislost mezi danými jevy v případě skupiny méně úspěšných a úspěšných řešitelů není statisticky významná.

12 Kurikulární dokumenty pro ZŠ a SŠ

Úspěšnost řešení úloh v zadaném testu z matematiky byla nižší, než jsme očekávali. Bylo tedy potřeba zjistit, zda učební osnovy z matematiky pro základní a střední školy obsahují tu látku, jejíž znalost se od studentů v prvním ročníku studia na VŠ očekává. Bylo tedy potřeba analyzovat jednotlivé dokumenty a zjistit, zda existuje návaznost mezi učivem střední školy a školy vysoké.

Vzdělávání na ZŠ

Podkladem pro studium osnov v předmětu matematika na druhém stupni základních škol byl Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.

Vzdělávací oblast	Učivo
<i>Číslo a proměnná</i>	dělitelnost přirozených čísel – prvočíslo, číslo složené, násobek, dělitel, nejmenší společný násobek, největší společný dělitel, kritéria dělitelnosti celá čísla – čísla navzájem opačná, číselná osa desetinná čísla, zlomky – rozvinutý zápis čísla v desítkové soustavě, převrácené číslo, smíšené číslo, složený zlomek poměr – měřítko, úměra, trojčlenka procenta – procento, promile, základ, procentová část, počet procent, jednoduché úrokování mocniny a odmocniny – druhá mocnina a odmocnina výrazy – číselný výraz a jeho hodnota, proměnná, výrazy s proměnnými, mnohočleny rovnice – lineární rovnice, soustava lineárních rovnic se dvěma neznámými
<i>Závislosti, vztahy a práce s daty</i>	závislosti a data – příklady závislostí z praktického života a jejich vlastnosti, nákresy, schémata, diagramy, grafy, tabulky, četnost znaku, aritmetický průměr funkce – pravoúhlá soustava souřadnic, přímá úměrnost, nepřímá úměrnost, lineární funkce
<i>Geometrie v rovině a prostoru</i>	rovinné útvary – přímka, polopřímka, úsečka, kružnice, kruh, úhel, trojúhelník, čtyřúhelník (lichoběžník, rovnoběžník),

	pravidelné mnohoúhelníky, vzájemná poloha přímek v rovině (typy úhlů), shodnost a podobnost (věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků) metrické vlastnosti v rovině – druhy úhlů, vzdálenost bodu od přímky, trojúhelníková nerovnost, Pythagorova věta prostorové útvary – kvádr, krychle, rotační válec, jehlan, rotační kužel, koule, kolmý hranol konstrukční úlohy – množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice), osová souměrnost, středová souměrnost
<i>Nestandardní aplikační úlohy a problémy</i>	číselné a logické řady číselné a obrázkové analogie logické a netradiční geometrické úlohy

Tabulka č. 43: Obsah kurikula pro ZŠ

Vzdělávání na SŠ

Podkladem pro studium osnov v předmětu matematika na středních školách byl Rámcový vzdělávací program pro gymnázia.

Vzdělávací oblast	Učivo
<i>Argumentace a ověřování</i>	základní poznatky z matematiky – výrok, definice, věta, důkaz množiny – inkluze a rovnost množin, operace s množinami výroková logika
<i>Číslo a proměnná</i>	číselné obory – přirozená, celá, racionální a reálná čísla mocniny – mocniny s celým, přirozeným a racionálním exponentem, odmocniny výrazy s proměnnými – mnohočleny, lomené výrazy, výrazy s mocninami a odmocninami rovnice a nerovnice – lineární rovnice, nerovnice a jejich soustavy, kvadratická rovnice (diskriminant, vztahy mezi kořeny a koeficienty), rovnice a nerovnice v součinném a podílovém

	tvaru, rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou, rovnice s neznámou ve jmenovateli a pod odmocninou, logaritmické, exponenciální a goniometrické rovnice
<i>Práce s daty, kombinatorika, pravděpodobnost</i>	kombinatorika – elementární kombinatorické úlohy, variace, permutace a kombinace (bez opakování), binomická věta, Pascalův trojúhelník pravděpodobnost – náhodný jev a jeho pravděpodobnost, pravděpodobnost sjednocení a průniku jevům, nezávislost jevů práce s daty – analýza a zpracování dat v různých reprezentacích, statistický soubor a jeho charakteristiky (vážený aritmetický průměr, medián, modus, percentil, kvartil, směrodatná odchylka, mezikvartilová odchylka)
<i>Závislosti a funkční vztahy</i>	obecné poznatky o funkcích – pojem funkce, definiční obor a obor hodnot, graf funkce, vlastnosti funkcí funkce – lineární funkce, kvadratická funkce, funkce absolutní hodnota, lineární lomená funkce, mocninné funkce, funkce druhá odmocnina, exponenciální, logaritmické a goniometrické funkce, vztahy mezi goniometrickými funkcemi posloupnost – určení a vlastnosti posloupností, aritmetická a geometrická posloupnost
<i>Geometrie</i>	geometrie v rovině – rovinné útvary (klasifikace), obvody a obsahy, shodnost a podobnost trojúhelníků, Pythagorova věta a věty Euklidovy, množiny bodů dané vlastnosti, úhly v kružnici, shodná zobrazení (osová a středová souměrnost, posunutí, otočení), stejnoolehlost, konstrukční úlohy geometrie v prostoru – polohové a metrické vlastnosti, základní tělesa, povrchy a objemy, volné rovnoběžné promítání trigonometrie – sinová a kosinová věta, trigonometrie pravoúhlého a obecného trojúhelníku analytická geometrie v rovině – vektory a operace s nimi, analytická vyjádření přímky v rovině, kuželosečky (kružnice, elipsa, parabola a hyperbola)

Tabulka č. 44: Obsah kurikula pro SŠ

Dne 14. 6. 2000 schválilo Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy dokument pod názvem učební osnova předmětu Matematika SOŠ a SOU. Jelikož učivo v tomto dokumentu obsahově odpovídá učivu v Rámcovém vzdělávacím programu pro gymnázia, považovali jsme práce RVP G jako dokument univerzální pro všechny tři typy středních škol, tedy gymnázia, SOŠ a SOU.

V rámci kurikulární reformy došlo k vyškrtnutí tematických celků diferenciálního a integrálního počtu z učebních osnov gymnázií a středních škol. V povinném předmětu Matematická analýza 1 je proto tato látka probírána hned v prvním ročníku studia. Celkově tedy obsah vzdělávání pro střední školy odpovídá standardům, jejichž znalost se na počátku studia na VŠ očekává.

13 Závěry a doporučení pro realizaci v praxi a další rozvoj vědy

Hlavními cíli předložené dizertační práce bylo analyzovat úroveň matematické gramotnosti absolventů středních škol, kteří byli přijati k vysokoškolskému studiu směřujícímu k učitelství matematiky pro 2. stupeň ZŠ na pedagogických fakultách v České republice. K dosažení uvedeného cíle bylo třeba vytvořit teoretické zázemí pro realizaci výzkumného šetření, stanovit míru úspěšnosti řešení učebních úloh z matematiky v nestandardizovaném didaktickém testu a zjistit, které faktory, vztahující se k osobnosti studenta, jeho studiu na střední škole a povaze úloh v testu, mohly ovlivnit jeho výsledky.

Teoretická část předložené práce:

- podává informace o současném stavu řešené problematiky – o úrovni matematické gramotnosti českých žáků v mezinárodních srovnávacích výzkumech a studentů učitelství matematiky na pedagogických fakultách v ČR na počátku studia,
- definuje klíčové pojmy dizertační práce, kterými jsou matematická gramotnost, standardy vzdělávání pro ZŠ a SŠ, nestandardizovaný didaktický test, učební úloha,
- popisuje nestandardizovaný didaktický test jako techniku výzkumného šetření z různých úhlů pohledu, včetně jeho vlastností a tvorby,
- se zabývá psychologickými aspekty testování žáků/studentů a problematikou přijímacího řízení na VŠ,
- poukazuje na roli matematiky v rozvoji myšlení a na způsoby, kterými mohou sami učitelé ve výuce přispět k rozvoji matematické gramotnosti.

Ke sběru dat byl využit nestandardizovaný didaktický test z matematiky a nestandardizovaný dotazník. Při rozboru řešení úloh testu a odpovědí v dotazníku byly využity prvky kvantitativní (tabulky četností, grafy) a kvalitativní (analýza chyb a jejich možných příčin).

Při ověřování stanovených hypotéz byly použity metody kvantitativního výzkumu – Test nezávislosti chí-kvadrát pro kontingenční tabulku a znaménkové schéma pro kontingenční tabulku, přičemž všechny hypotézy byly testovány na hladině významnosti $\alpha = 0,05$.

13.1 Závěry ze statistického zpracování dat

Výsledky, ke kterým jsme dospěli při zkoumání jednotlivých problémových okruhů a k nim se vztahujících hypotéz, přinesly poznatky, jejichž závěrečný přehled přinášíme. Výsledky všech kol testování – pilotáž, předvýzkum i výzkum – poukazují na nízkou úroveň matematické gramotnosti respondentů, jsou dokladem nerovnoměrné, obvykle nízké kvality osvojení matematických znalostí. Výzkumu se zúčastnilo celkem 311 respondentů. I když toto číslo není vysoké, spolupracovali jsme se všemi pedagogickými fakultami v ČR, což nám zaručilo, že respondentů byl maximální možný počet (nízký počet studentů na katedrách matematiky si vysvětlujeme klesajícím zájmem o daný studijní obor).

Zadaný nestandardizovaný didaktický test, který byl použit jako technika výzkumu, se skládal z 10 úloh, z toho 8 úloh koreluje s kurikulem základní školy, poslední 2 úlohy s kurikulem školy střední. Celkový počet bodů, kterého mohli respondenti v testu dosáhnout, byl 13, přičemž průměrný počet získaných bodů 5,8 (méně než hodnota střední).

Lze říci, že výsledky úloh v mnoha případech poukazovaly na povrchní přístup při jejich řešení. Vzhledem k typům úloh, které v mnoha případech vyžadovaly matematizaci reálné situace (podle vzoru projektu PISA) jsme naopak očekávali přístup systematictější. Překvapilo nás však, že i když výsledky některých studentů byly vzhledem k logické povaze úlohy zcela nesmyslné, studenti je přesto považovali za správné řešení.

Bylo potvrzeno naše očekávání, že úspěšnost řešení úloh je rozdílná a značně závisí na odborně matematickém obsahu úloh. Analýza řešení se stala cenným materiálem pro posouzení, ve kterých tematických okruzích kurikula mají respondenti největší problémy při řešení a jaké mohou být možné příčiny neúspěchu. Celkově lze závěry shrnout takto:

- V případě řešení slovních (kontextových) úloh měli respondenti, kteří úlohu nevyřešili správně, problém s pochopením slovního zadání, s porozuměním textu úlohy a transformaci textu do vhodného matematického modelu úlohy, povrchní čtení úloh bez porozumění vedlo k nesprávným výsledkům, které respondenti navzdory jejich nelogičnosti považovali za správné.
- U řešení úloh s numerickým zadáním se zřetelně projevila neznalost základních algoritmů, které vedou ke správnému výsledku.

- Neznalost teoretických pouček a definic vedla k úplnému vynechání úloh.
- Úlohu jsme považovali za nesprávně vyřešenou i v případě, že se respondenti neuměli matematicky správně vyjádřit.

Z výsledků testů lze jsme zjistili, ve kterých oblastech kurikula mají studenti největší problémy. Úlohy jsou seřazeny od nejméně úspěšné po nejúspěšnější.

1) Nejméně úspěšní byli studenti při řešení úlohy č. 6, která spadá do tematického okruhu „*Nestandardní aplikační úlohy a problémy*“. Lze tedy usuzovat, že studenti mají problémy používat logickou úvahy a kombinační úsudky při řešení úloh. Úspěšně ji vyřešilo pouze 13 % respondentů.

2) 19 -20% úspěšnosti dosáhli studenti při řešení úloh č. 7.1, 7.2 a 10. Úlohy 7.1 a 7.2 spadají do tematického okruhu „*Geometrie v rovině a prostoru*“ a úloha 10 do okruhu „*Číslo a proměnná*“, přičemž největší problémy při řešení zdůvodňujeme neznalostí vlastností rovinných obrazců, množin bodů dané vlastnosti a algoritmu výpočtu diskriminantu kvadratické rovnice.

3) S malou úspěšností řešení se setkaly také úlohy č. 9.1 (23 %), 9.2 (32 %) a 1.2 (32 %), které spadají do tematických okruhů „*Závislosti a funkční vztahy*“ a „*Číslo a proměnná*“. V tomto případě studenti neznali grafy elementárních funkcí a neuměli upravit výraz s nultou mocninou.

4) Průměrně úspěšní v řešení (53 % a 54 %) byli studenti v úlohách č. 3 a 8. Opět šlo o tematické okruhy „*Nestandardní aplikační úlohy a problémy*“ a „*Číslo a proměnná*“, konkrétně o výpočet nejmenšího společného násobku a využití prostorové představivosti (sít' krychle).

5) Nadprůměrné úspěšnosti v řešení (72 %, 75 % a 78 %) dosáhli studenti v úlohách č. 1.1, 2 a 5. Úlohy spadají všechny do tematického okruhu „*Číslo a proměnná*“. V případech neúspěšných řešení měli studenti problém s úpravou smíšeného zlomku a převedení reálné situace do jazyka matematiky.

6) Nejúspěšnější byli studenti při řešení úlohy č. 4, která opět spadá do tematického okruhu „Číslo a proměnná“, přičemž měli za úkol řešit aplikační úlohu na procenta. Úlohu úspěšně vyřešilo 87 % studentů.

13.2 Shrnutí výsledků statistik

1) Předpokládali jsme, že úroveň matematické gramotnosti (vyjádřené počtem bodů v testu) studentů učitelství matematiky na pedagogických v ČR na počátku jejich studia neodpovídá úrovni matematické gramotnosti očekávané dle standardů z matematiky pro základní a střední vzdělávání. Tento předpoklad se potvrdil, lze tedy říci, **že matematická gramotnost respondentů neodpovídá očekávané úrovni dle standardů pro základní a střední vzdělávání.**

Podprůměrné výsledky v didaktickém testu z matematiky nás vedly k zamyšlení, které faktory mohou být příčinou nízké úrovně matematické gramotnosti absolventů středních škol.

2) Předpokládali jsme, že úroveň matematické gramotnosti nezávisí na pohlaví respondenta. Tato domněnka se však nepotvrdila a přijali jsme alternativní hypotézu, výsledky tedy poukazují na fakt, že ve skupině **nejméně úspěšných řešitelů dosahují dívky při řešení testových úloh lepších výsledků než chlapci.**

3) Další faktor, který jsme ve výzkumu zohledňovali, byl typ absolvované střední školy respondenta. Očekávali jsme, že nejlepších výsledků budou v testu dosahovat absolventi gymnázií. Souvislost mezi danými proměnnými se potvrdila a přijali jsme tedy alternativní hypotézu. Výsledky jsme interpretovali takto:

Největší počet nejméně úspěšných řešitelů testu je mezi absolventy SOŠ a SOU, naopak nejlepších výsledků v testu dosahují absolventi gymnázií. Ve skupině průměrných řešitelů nemá výsledek testu statistickou souvislost s druhem absolvované střední školy respondenta.

4) Zajímalo nás, jak výsledek testu respondenta souvisí s jeho mírou úspěšnosti v matematice na střední škole, popř. mírou úspěšnosti u maturitní zkoušky. Podle našeho předpokladu mají i tyto faktory vliv na výsledek testu a statistické výsledky tuto souvislost potvrdily. Závěry jsme tedy interpretovali takto:

- Respondenti klasifikovaní známkou 3 v předmětu matematika v posledním ročníku střední školy dosahují nejčastěji nejhorších výsledků v testu, naopak nejméně často výsledků nejlepších.
- Respondenti klasifikovaní známkou 1 v předmětu matematika v posledním ročníku střední školy dosahují nejčastěji nejlepších výsledků v testu.
- Nejslabších výsledků v testu dosahují nejvíce ti respondenti, kteří byli u maturitní zkoušky z matematiky klasifikováni známkou 3.
- Nejlepších výsledků v testu dosahují ti respondenti, kteří byli u maturitní zkoušky z matematiky klasifikováni známkou 1.
- Výsledek testu souvisí se stupněm známky z maturitní zkoušky z matematiky, přičemž respondenti, kteří byli u maturitní zkoušky z matematiky klasifikováni známkou 1, jsou lepšími řešiteli než ti, kteří byli klasifikováni známkou 3.

5) Očekávali jsme také souvislost mezi časovým odstupem od maturitní zkoušky a výsledkem testu. Statistická souvislost se však nepotvrdila.

6) Posledním faktorem, který jsme ve výzkumu zohlednili, bylo přijetí ke studiu na základě přijímací zkoušky. Očekávali jsme, že studenti, kteří se k přijímací zkoušce připravují, budou v testu dosahovat lepších výsledků než ti, kteří byli ke studiu přijati jen na základě přijímacího řízení bez zkoušky. Statistická souvislost se potvrdila, přijali jsme alternativní hypotézu s následujícími závěry:

- Ze skupiny nejméně úspěšných řešitelů jsou v řešení testových úloh statisticky lepší řešitelé ti respondenti, kteří uvedli, že byli ke studiu na vysoké škole přijati na základě přijímací zkoušky. Souvislost mezi danými jevy v případě skupin méně úspěšných a úspěšných řešitelů není statisticky významná.

13.3 Doporučení pro další rozvoj vědy

Dalšímu rozvoji poznání může náš pokus o analýzu matematické gramotnosti studentů na počátku studia sloužit jako podnět pro obohacení vysokoškolské pedagogiky, která by mohla tohoto zdroje informací využít při zpřesnění vstupního profilu studenta vysoké školy – pedagogické fakulty, připravující kvalifikovaného učitele matematiky pro 2. stupeň základní školy.

Pedagogickou diagnostiku orientuje náš pokus na zjišťování diagnostické hodnoty úloh zadaných v testu a na možnosti využití nestandardizovaného didaktického testu jako jednoho z nástrojů měření znalostí studenta na počátku studia. Přejít ze střední na vysokou školu považujeme za významný z hlediska predikce dalšího úspěšného studia. Informací o nedostatecích, zjištěných analýzou výsledků výzkumu, může být využito v prvním období vysokoškolského studia v disciplínách především oborově předmětového charakteru.

Na základě zjištěného lze také usuzovat, že pedagogové, kteří pracují se studenty již v prvním ročníku studia na VŠ, se budou s problémem nízké úrovně vědomostí a dovedností studentů v oblasti matematiky potýkat a je tedy potřebné zavést do výuky předmět, který se bude hned v prvním ročníku zaměřovat na opakování látky základní i střední školy, přičemž budou zavedeny především heuristické metody výuky, které by mohly napomoci při odstranění formalismu a zvýšení matematické gramotnosti studentů.

Z výsledků našeho výzkumu může čerpat i didaktika matematiky. Značný faktografický materiál, který výzkum přinesl, lze využít k posouzení kvality absolventů různého typu středních škol.

Mimo oblast našeho výzkumného zájmu zůstali studenti kombinované formy studia. Lze předpokládat, že faktory, jejichž vliv na výsledek studentů prezenční formy se projevil pouze částečně nebo vůbec ne – např. délka časového odstupu od maturity, by do výsledků studentů kombinovaného studia intervenovaly podstatněji. Náš předpoklad by však bylo třeba ověřit na novém výzkumu.

Doporučení pro další praxi ve výuce matematiky

Na základě získaných dat jsme usoudili, že matematická gramotnost může mít významnou souvislost s gramotností čtenářskou. Protože formalismus ve vyučování znamená nedostatek porozumění, je základním diagnostickým nástrojem k odhalení formalismu řešení úlohy, v nichž hraje právě porozumění základní roli (Kuřina, 2001).

V životě se nejčastěji setkáváme právě s typem překážek, které vyžadují matematické zpracování, a proto je na porozumění kladen velký důraz. Je tedy nutné posilovat u studentů učitelství schopnost čtení textu s porozuměním v českém jazyce i v hodinách matematiky tak, aby porozuměli zadání úkolu a uměli se správně vyjadřovat (a tím lépe předávat své vědomosti a dovednosti žákům/studentům).

Dalším doporučením, které plyne z rozboru úloh výzkumného testu, je věnovat v hodinách matematiky dostatečnou péči nejen praxi (procvičování naučeného algoritmu), ale také teorii, která je pro základy matematiky nepostradatelná.

Ačkoli je časová dotace seminářů matematiky stále menší (situace na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci), je potřeba se v hodinách ujistit, zda studenti opravdu probírané látky rozumí, popřípadě nechat jim samotným prostor pro jejich vyjádření se, abychom si byli jisti, že podstatu pochopili.

Velký význam mají výzkumné výsledky také pro reformy povinných předmětů Repetitorium matematiky, Úvod do studia matematiky, Elementární matematika a Didaktika matematiky. Ačkoli je klesající úroveň matematické gramotnosti častým tématem konferencí a diskusí, dosud nebyl realizován žádný výzkum, který by ověřil, zda je situace podobná i u absolventů středních škol. Zatím tedy kurikulum těchto předmětů víceméně navazovalo na střední školu s tím, že jsme počítali s určitou úrovní matematické gramotnosti studentů. Výzkum však poukázal na mnohem hlubší mezery v matematickém vzdělání, než jsme očekávali, a proto bude nutné do budoucna pozměnit koncepci těchto předmětů tak, abychom v co nejkratší době dosáhli u začínajících studentů požadované úrovně matematické gramotnosti.

Přínos dizertační práce pro pedagogickou praxi

Přínos v této oblasti spatřujeme především ve zpracování tematiky matematické gramotnosti na úrovni vysoké školy. Jak již bylo zmíněno, dosud neexistují žádné studie ani výzkumy, které by se zabývaly matematickou gramotností na úrovni vysokých škol. Práce dále potvrdila nutnost změny v přístupu k výuce matematiky na všech úrovních školského systému (přechod ke konstruktivistickému stylu výuky). Dva odporující si cíle vyučování matematice – naučit žáky rozumět učivu a plnit náročné osnovy – jsou příčinou formalismu většiny znalostí žáků všech typů škol (Kuřina, 2001).

Výsledky, ke kterým jsme v naší práci dospěli, byly získány analýzou znalostí nastupujících vysokoškolských studentů v předmětu matematika. Domníváme se, že některé poznatky a zkušenosti vztahující se k aktuální vědomostní úrovni absolventů středních škol mají obecnější platnost a jsou využitelné i v jiných předmětech a jiných typech zkoušek – i když by i tuto hypotézu mohly prokázat až výsledky dalšího výzkumu. Naše výsledky tak mohou být podnětem pro realizaci podobných výzkumných šetření.

Přínos výzkumu pro katedru matematiky

Katedra matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci nevyhlašuje ke studiu oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání přijímací řízení, jehož součástí by byla přijímací zkouška z matematiky. Výzkum nám tedy poskytnul cenný inventář o informacích, týkajících se našich studentů, a můžeme i v dalších výzkumech porovnávat, k jak velkému zlepšení v jednotlivých ročnících dochází. Výsledky vyhodnocení hypotéz nám také do budoucna pomohou při rozhodování, kteří studenti jsou v matematické gramotnosti na vyšší úrovni, a kterým studentům v případě omezené kapacity v prvním ročníku studia je vhodné dát při přijetí ke studiu přednost.

Výzkumný test může do budoucna sloužit jako vstupní test pro studenty prvního ročníku, čímž si ověříme, zda se situace postupně zlepšuje či nikoli.

„Zlepšování kvality a efektivity vzdělávání je centrem politických debat na úrovni národní i evropské. Vzdělávání hraje klíčovou roli ve strategii budování prosperity a sociální soudržnosti. Čtení, matematika a přírodovědné obory jsou stěžejními oblastmi vzdělání pro mladé lidi 21. století (EACEA P9 Eurydice, 2009)“.

14 Seznam použité literatury

- AIRASIAN, P. W. *Classroom assessment*. New York: McGraw-Hill, 1991. ISBN 0-07-00761-6.
- ATKINSON, R. *Psychologie*. 2. vyd. Praha: Portál, 2003. 752 s. ISBN 80-7178-640-3.
- BERTRAND, Y. *Soudobé teorie vzdělávání*. Praha: Portál, 1998. ISBN 80-7178-216-5.
- BROMME, R. *Lehrer als Experte. Zur Psychologie des professionellen Wissens*. Bern: Hans Huber Verlag, 1992.
- BROOKS, R. *Contemporary debates in education*. London: Longman, 1991. ISBN 0-582-05797-3.
- BROPHY, J. *Motivating students to learn*. Boston: McGraw-Hill.
- BYČKOVSKÝ, P. *Základy měření výsledků výuky. Tvorba didaktického testu*. Praha: ČVUT, 1982.
- CIHLÁŘ, J. a kol. *Očekávané výstupy v RVP ZV z matematiky ve světle testových úloh*. Praha: ÚIV, 2007. ISBN 978-80-211-0544-7.
- CLARK, R. *Maths vs Maths Literacy: the continuing debate* [online]. Mail and Guardian, 2012. (cit. 5. 4. 2012). Dostupné z: <http://www.thoughtleader.co.za/readerblog/2012/01/09/maths-vs-maths-literacy-the-continuing-debate/>.
- ČÁP, J., MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele*. 2. vyd. Praha: Portál, 2007. 656 s. ISBN 978-80-7367-273-7.
- ČERNÝCH, L. a kol. *České vzdělání a Evropa*. Strategie rozvoje lidských zdrojů při vstupu do Evropské unie. Praha: Tauris, 1999. ISBN 80-211-0312-4.
- DVOŘÁK, D. *Efektivní učení ve škole*. Praha: Portál, 2005. ISBN 80-7178-556-3.
- EDELSON, D. C., GORDIN, D. N., PEA, R. D. Addressing the Challenges of Inquiry-Based Learning Through Technology and Curriculum Design. *Journal of the Learning Sciences*, 1999, vol. 10, no. 3-4, 391 – 450.

Education, Audiovisual and Culture Executive Agency National testing of Pupils in Europe: Objectives, Organisation and Use of results. Brussels: EACEA P9 Eurydice, 2009.

FRIDMAN, L. M. *Logiko-psychologičeskij analiz školnych učebnych zadač.* Moskva: Pedagogika, 1977.

FUCHS, E. *Návrh evaluačních standardů z matematiky pro základní a střední školy.* Praha: Prometheus, 1994.

FUCHS, E. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborné školy.* 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-097-7.

FUCHS, E. a kol. *Standardy matematika.* Praha: VÚP, 2011.

GOUTHRO, M. *Leading Math Success.* Ontario: Ontario Education, 2004. ISBN 0-7794-6386-2.

Gramotnosti ve vzdělání, Příručka pro učitele. Praha: VÚP, 2011. ISBN 978-80-87000-74-8

GRECMANOVÁ, H., HOLOUŠOVÁ, D., URBANOVSKÁ, E. *Obecná pedagogika I.* Olomouc: Hanex, 1999. ISBN 80-85783-20-7.

GRECMANOVÁ, H. *Aktivizační metody ve výuce, prostředek ŠVP.* 1. vyd. Olomouc: Hanex, 2007. ISBN 80-8578-373-8.

GRECMANOVÁ, H. *Klima školy.* Olomouc: Hanex, 2008. ISBN 978-80-7409-010-3.

GRIFFITH, P. A. , *Mathematics at the Turn of the Millenium.* The Mathematical Monthly, 107, 2000, č. 1.

HÁJKOVÁ, M. *Kritické myšlení a jeho možné využití v matematice* [online]. Praha: UK, 2006. (cit. 13. 3. 2012). Dostupné na:
<http://www.atrey.karlin.mff.cuni.cz/~teka/skola/kritmysleni.pdf>

HALÍŠKA, J. *Jak testy sestavit a pracovat s nimi.* Brno: SSŠB, 1999.

HARTL. P., HARTLOVÁ, H. *Psychologický slovník.* Praha: Portál, 2000.

HAVÍROVÁ, L. *Mathematical preparation of incoming university student.* In Teaching mathematics (sborník příspěvků). Ružomberok: PdF, 2009. ISBN 978-80-8084-418-9.

- HEJNÝ, M. KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-581-4.
- HELUS, Z. a kol. *Psychologie školní úspěšnosti žáků*. Praha: SPN, 1979. 263 s.
- HENDL, J. *Přehled statistických metod*. 3. vyd. Praha: Portál, 2009. 696 s. ISBN 978-80-7367-482-3.
- HNILIČKOVÁ, J. JOSÍFKO, M. TUČEK, A. *Didaktické testy a jejich statistické zpracování*. Praha: SPN, 1971.
- HOLOUŠOVÁ, D. *Taxonomie učebních úloh a jejich funkce ve výuce*. In: Obst, O a kol.: *Obecná didaktika*. Olomouc, PdF UP, 1994.
- HORÁK, F. *Kapitoly z obecné didaktiky*. 2. vyd. Olomouc: VUP, 1994. ISBN 807067-147X
- HOŠPESOVÁ, A., STEHLÍKOVÁ, N. *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita České Budějovice, 2007. 220 s. ISBN 978-80-7394-052-2
- CHRÁSKA, M. *Didaktické testy*. Brno: Paido, 1999. ISBN 80-85931-68-0.
- CHRÁSKA, M. *Didaktické testy v práci učitele*. Olomouc: KPÚ Olomouc, 1988.
- CHRÁSKA, M. *Metody pedagogického výzkumu*. 1. vyd. Praha, Grada, 2007. 272 s. ISBN 978-80-247-1369-4.
- CHRÁSKA, M. *Didaktické testy: příručka pro učitele a studenty učitelství*. 1. vyd. Brno: Paido, 1999. ISBN 80-85931-68-0.
- JANÍK, T., STUHLÍKOVÁ, I. *Oborové didaktiky na vzestupu: přehled aktuálních vývojových tendencí*. *Scientia in Education*, 2010 vol. 1, no 1. str. 5 - 32. ISSN 1804-7106.
- JANÍK, T., MAŇÁK, J., ŠVEC, V. *Kurikulum v současné škole*. Brno: Paido, 2008. ISBN 978-80-7315-175-1.
- JANÍK, T. *Metodologické problémy výzkumu didaktických znalostí obsahu*. Brno: Paido, 2008. ISBN 978-80-7315-165-2.

- JEDINÁK, D. *Učitel matematiky – jeho osobnost a práce*. Prešov: STU, 1992. 40 s. ISBN 80-85410-31-1.
- JOHNSON, T., NEILL, H. *Complete mathematics*. London: Hodder Education, 2010.
- KALHOUS, Z., OBST, O. *Školní didaktika*. 2. vyd. Praha: Portál, 2009. 447 s. ISBN 978-80-7367-571-4.
- KASÍKOVÁ, H., VALISOVÁ, A. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada, 2007.
- KOHOUTEK, R. *Základy pedagogické psychologie*. Brno: CERM, 1996. ISBN 80-85867-94-X.
- KONFOROVYČ, A. G. *Významné matematické úlohy*. 1.vyd. Praha: SPN, 1989. 208 s. ISBN 80-04-21848-2.
- KOPKA, J. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 1999. ISBN 80-7044-247-6.
- KOŠČ, L. *Psychológia matematických schopností*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1972.
- KUŘINA, F. *Umění vidět v matematice*. 1. vyd. Praha: SPN, 1989. 247 s. ISBN 80-04-23753-3.
- LAKIN, S. *How to improve your maths skills*. London: Pearson, 2010. ISBN 978-0-273-73283-9.
- LINDR, J. *Didaktické testy z matematické analýzy*. Brno: Masarykova Univerzita, Přírodovědecká fakulta, 2008. Vedoucí dizertační práce Zuzana Došlá.
- MATĚJŮ, P. STRAKOVÁ, J. *Nerovné šance na vzdělávání*. 1. vyd. Praha. Academia, 2006. ISBN 80-200-1400-4.
- MAREŠ, J. *Styly učení žáků a studentů*. Praha, Portál, 1998
- MARTINEC, L. *Motivace Aspirace učení*. Praha: ÚIV, 2006, ISBN 80-211-0504-6
- MARTINEC, L. *Motivace Aspirace učení II*. Praha: ÚIV, 2007. ISBN 978-80-211-0543-0
- Mathematical Literacy* [online]. Brussels, OECD, 2003. (cit. 1 .4. 2012). Dostupné na: <http://www.oecd.org/dataoecd/38/51/33707192.pdf>.

- MÜNICH, D. *Proč se čeští žáci zhoršují* [online]. Praha, 2011. (cit. 8. 3. 2012). Dostupné na : <http://blog.aktualne.centrum.cz/blogy/daniel-munich.php?itemid=14496>.
- NAKONEČNÝ, M. *Základy psychologie*. Praha: Academia, 1998. ISBN 80-200-0689-3.
- National testing of Pupils in Europe: Objectives, Organisation and Use of Results*. Brussels: P9 Eurydice, 2009. ISBN 978-92-9201-036-2.
- NAVRHAL, P. *Matematická gramotnost žáků na střední škole*. Brno: PdF MUNI, 2009.
- NELSON, D. *Teaching Mathematics*. London: Penguin Group, 2008. 472 s. ISBN 978-0-141-03023-4.
- NEWELL, A., SIMON, H. A. *Human problem solving*. New York: Englewood Cliffs, 1972.
- NIKL, J. *Metody projektování učebních úloh*. Hradec Králové: Gaudeamus, 1997. ISBN 80-7041-230-5.
- NOVÁK, B. *Analýza příčin neúspěchu uchazečů o vysokoškolské studium učitelství v písemné části přijímací zkoušky z matematiky*. Olomouc: PdF UP, 1989.
- NOVOTNÁ, J. *Analýza řešení slovních úloh*. Praha: PdF UK, 2000. 126 s. ISBN 80-7290-011-0.
- NOVOTNÁ, J., KUBÍNOVÁ, M. *Proces a koncept v uchopení úlohy*. In Sborník 6. Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol. Plzeň: ZČU, 1998.
- NUNNALLY, J. *Tests and Measurements*. London: McGraw-Hill Book Company, 1959.
- ODVÁRKO, O. *Metody řešení matematických úloh*. Praha: SPN, 1990.
- PALEČKOVÁ, J. *Matematická a přírodovědná gramotnost ve výzkumu PISA* [online]. Praha: Sociologický ústav AV ČR, 2011 (cit. 5. 3. 2012). Dostupné na WWW: <http://tydenik-skostvi.cz/archiv-cisel/2011/04/matematicka-a-prirodovedna-gramotnost-ve-vyzkumu-pisa>.
- PETTY, G. *Moderní vyučování*. 5. vyd. Praha: Portál, 2008. 380 s. ISBN 978-80-7367-427-4.

POLYA, G. *Mathematical Discovery*. New York: JohnWiley and Sons, 1962. 432 s. ISBN 13-9780471089759.

PRŮCHA, J. *Moderní pedagogika*. 4. vyd. Praha, Portál, 2009. 488 s. ISBN 978-80-7367-503-5.

PRŮCHA, J. *Pedagogická encyklopedie*. 1. vyd. Praha: Portál, 2009. 936 s. ISBN 978-80-7367-546-2.

PRŮCHA, J. *Přehled pedagogiky*. 3. vyd. Praha: Portál, 2009. 272 s. ISBN 978-80-7367-567-7.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Praha: VÚP, 2005.

Rámcový vzdělávací program pro gymnázia. Praha: VÚP, 2007. ISBN 978-80-87000-11-3

RUISEL, I. *Základy psychologie inteligence*. 1. vyd. Praha: Portál, 2000. 184 s. ISBN 80-7178-425-7.

ŘEŠÁTKO, M. *Didaktické testy ve školní praxi*. Praha: VÚOŠ, 1975. 96 s.

SCHNEIDEROVÁ, A. *Psychologie v práci vysokoškolského učitele a lektora celoživotního vzdělávání*. Ostrava: OSU, 2007. 64 s. ISBN 978-80-7368-380-1.

SKALKOVÁ, J. *Obecná didaktika*. 1. vyd. Praha: ISV, 2000. 292 s. ISBN 80-85866-33-1.

SKALKOVÁ, J. *Od teorie k praxi vyučování*. Praha: SPN, 1978.

Slovník cizích slov. Praha: Encyklopedický dům, 2006. ISBN 80-7309-347-2.

SPILKOVÁ, V. TOMKOVÁ, A. *Kvalita učitele a profesní standard*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2010. ISBN 978-80-7290-496-9.

STRAKOVÁ, J. *Vědomosti a dovednosti pro život. Čtenářská, matematická a přírodovědná gramotnosti patnáctiletých žáků v zemích OECD*. Praha: ÚIV, 2002. ISBN 80-211-0411-2.

ŠVEC, V. *Pedagogické znalosti učitele: teorie a praxe*. Praha: ASPI, 2005.

ŠVEC, V. *Klíčové dovednosti ve vyučování a výcviku*. Brno: Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta: 1998. ISBN 80-210-1937-9.

TOOM, A. Word Problems: In *Applications or Mental Manipulatives*, March 1999, vol. 19, no. 1, p. 36-38.

Úlohy pro měření čtenářské, matematické a přírodovědné gramotnosti. Praha: ÚIV, 2000. ISBN 80-211-0366-3.

VÁŇOVÁ, M. *Srovnávací pedagogika*. 3. vyd. Praha: Univerzita Jana Amose Komenského, 2009. ISBN 978-80-86723-68-6.

VALIŠOVÁ, A. *Pedagogika pro učitele*. 2. vyd. Praha: Grada, 2011. 456 s. ISBN 978-80-247-3357-9.

ZELINA, M. *Tvořivost v matematice*. Olomouc, KPÚ, 1990. ISBN 80-900158-9-1.

15 Seznam publikačních aktivit a dalších činností

Publikační činnost

ŠUPÍKOVÁ, K. *Fibonacci ve světle školské matematiky*. In: *Acta Mathematica 2*. Sborník z VII. nitrianskej matematickej konferencie v Nitre konané 24 – 25. září 2009. Nitra: Fakulta porodných vied Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre, 2009. str. 257 – 262. ISBN 978 – 80 – 8094 – 614 – 2.

ŠUPÍKOVÁ, K. *Fibonacci v přírodě*. In *MAKOS 2009*. Sborník materiálů z podzimní školy péče o talenty. Janské Lázně, 7. – 10. října. Olomouc: UP v Olomouci, 2010. s. 59 – 67. ISBN 978-80-244-2585-6.

ŠUPÍKOVÁ, K. *K matematickým kompetencím mentálně postižených dětí*. In: *Aktuální problémy pedagogiky ve výzkumech studentů doktorských studijních programů VII*. Elektronický sborník příspěvků z VII. ročníku studentské vědecké konference konané 23. listopadu 2009. Olomouc: UP v Olomouci, 2010. ISBN 978 – 80 – 244 – 2593 – 1.

JANKŮ, M., ŠŤASTNÁ, A., ŠUPÍKOVÁ, K. *Projekty studentské grantové soutěže pro rok 2010*. In: *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, Facultas Paedagogica, Mathematica*. Sborník z vědecké konference s mezinárodní účastí Matematické vzdělávání v kontextu proměn primární školy EME 2010 konané 28. – 30. dubna. Olomouc: UP v Olomouci, 2010. s. 330 – 332. ISSN 0862 – 9765.

ŠUPÍKOVÁ, K. *Úroveň matematické gramotnosti studentů prvního ročníku na fakultách připravujících učitele v ČR*. In: *Aktuální problémy ve výzkumech studentů doktorských studijních programů VIII*. Sborník příspěvků z VIII. Ročníku studentské vědecké konference konané 1. prosince. Olomouc: UP v Olomouci, 2010.

ŠUPÍKOVÁ, K. NOVÁK, B. *Matematické Mathematics competences of pedagogy students at the beginning of their university studies*. In: Scientific Issues, Mathematiccs XVI. Sborník Česko-polsko-slovenské matematické konference konané v Czestochowa 1. – 3. 6. 2011.

Další odborné aktivity

Hlavní řešitel projektu Studentské grantové soutěže pro rok 2010 „Měření úrovně matematické gramotnosti studentů učitelství v prvním ročníku studia“.

Spoluřešitelka projektu Studentské grantové soutěže pro rok 2010 „Heuristické přístupy ve výučování matematice“. Hlavní řešitel: Mgr. Alena Šťastná.

Spoluřešitelka projektu Studentské grantové soutěže pro rok 2010 „Využití učebních pomůcek ve výuce matematiky“. Hlavní řešitel: Mgr. Magdalena Janků

Účast na projektu ESF „Inovativní přístup k přípravě budoucích učitelů matematiky s využitím modulů v anglickém jazyce“. Hlavní řešitelka: PhDr. Radka Dofková, PhD.

Pracovní cesty – Londýn (listopad 2010), Vídeň (prosinec 2010).

16 Seznam tabulek

Tab. 1 Vliv rodinných faktorů na úroveň gramotnosti	24
Tab. 2 Schéma čtyřpolní tabulky	33
Tab. 3 Výsledky pilotáže	69
Tab. 4 Deskripce testových úloh předvýzkumu	71
Tab. 5 Výsledky předvýzkumu	74
Tab. 6 Citlivost úloh předvýzkumného testu	77
Tab. 7 Obtížnost úloh předvýzkumného testu	78
Tab. 8 Časový harmonogram etap výzkumu	81
Tab. 9 Orientační přehled výzkumných otázek a hypotéz	81
Tab. 10 Hodnoty citlivosti úloh	86
Tab. 11 Tabulka hodnot obtížnosti úloh	87
Tab. 12 Pohlaví	89
Tab. 13 Znamka z maturitní zkoušky z matematiky	89
Tab. 14 Druh absolvované střední školy	90
Tab. 15 Rok absolvování maturitní zkoušky	90
Tab. 16 Znamka z matematiky v posledním ročníku SŠ	90
Tab. 17 Přijímací zkouška na VŠ	91
Tab. 18 Míra úspěšnosti řešení slovních úloh	93
Tab. 19 Tabulka četností odpovědí úlohy 1.1	94
Tab. 20 Tabulka četností odpovědí úlohy 1.2	95
Tab. 21 Tabulka četností odpovědí úlohy 2	95
Tab. 22 Tabulka četností odpovědí úlohy 3	95

Tab. 23 Tabulka četností odpovědí úlohy 4	96
Tab. 24 Tabulka četností odpovědí úlohy 5	96
Tab. 25 Tabulka četností odpovědí úlohy 6	96
Tab. 26 Tabulka četností odpovědí úlohy 7.1	97
Tab. 27 Tabulka četností odpovědí úlohy 7.2	97
Tab. 28 Tabulka četností odpovědí úlohy 8	97
Tab. 29 Tabulka četností odpovědí úlohy 9.1	98
Tab. 30 Tabulka četností odpovědí úlohy 9.2	98
Tab. 31 Tabulka četností odpovědí úlohy 10	98
Tab. 32 Kontingenční tabulka – pohlaví	104
Tab. 33 Znaménkové schéma – pohlaví	104
Tab. 34 Kontingenční tabulka – druh střední školy	106
Tab. 35 Znaménkové schéma - druh střední školy	106
Tab. 36 Kontingenční tabulka – známka z matematiky	108
Tab. 37 Znaménkové schéma – známka z matematiky	108
Tab. 38 Kontingenční tabulka – známka u maturity z matematiky	109
Tab. 39 Znaménkové schéma – známka u maturity z matematiky	110
Tab. 40 Kontingenční tabulka – rok maturity	112
Tab. 41 Kontingenční tabulka – přijímací zkouška	113
Tab. 42 Znaménkové schéma – přijímací zkouška	114
Tab. 43 Obsah kurikula pro ZŠ	115
Tab. 44 Obsah kurikula pro SŠ	116

17 Seznam grafů

Graf č. 1 Výsledky testu skupiny S_1	69
Graf č. 2 Výsledky testu skupiny S_2	69
Graf č. 3 Výsledky předvýzkumu	74
Graf č. 4 Histogram četností celkových výsledků testu	75
Graf č. 5 Četnosti celkových počtů bodů v testu	93
Graf č. 6 Počet správných a nesprávných řešení jednotlivých úloh výzkumného testu	93
Graf č. 7 Průměrný počet bodů v testu v závislosti na stupni známky z mat.	109
Graf č. 8 Průměrný počet bodů v testu v závislosti na stupni známky u maturity	111
Graf č. 9 Průměrný počet bodů v testu v závislosti na roku absolvování maturity	112
Graf č. 10 Krabicový graf – pohlaví	148
Graf č. 11 Krabicový graf – druh absolvované střední školy	149
Graf č. 12 Krabicový graf – známka z matematiky na SŠ	150
Graf č. 13 Krabicový graf – známka z matematiky u maturitní zkoušky	151
Graf č. 14 Krabicový graf – rok absolvování maturitní zkoušky	152
Graf č. 15 Krabicový graf – přijímací zkouška na VŠ	153

18 Seznam obrázků

Obr. č. 1: Změny ve výsledcích PISA 2003 – 2009 (matematická gramotnost)	20
Obr. č. 2 Počty narozených dětí v ČR od roku 1989	23
Obr. č. 3 Změny ve výsledcích PISA mezi roky 2000 – 2009 (čtenářská gramotnost)	64

19 Seznam příloh

Příloha 1 Test pilotážní části výzkumu	142
Příloha 2 Testové úlohy předvýzkumné části výzkumu	143
Příloha 3 Testové úlohy nestandardizovaného didaktického testu výzkumu	145
Příloha 4 Otázky nestandardizovaného dotazníku výzkumného šetření	147
Příloha 5 Výsledkové tabulky	148
Příloha 6 Výsledky PISA českých žáků 2000 – 2009	154
Příloha 7 Charakteristika testových úloh výzkumu dle vzd. standardů pro ZŠ 2011	155

Příloha č. 1

Test pilotážní části výzkumu

1) Řešte nerovnici $\frac{2x-1}{x-3} - 3 < 0$ v R .

2) Načrtněte graf funkce $y = 2x^2 + 2x - 3$

3) Řešte v R^2 soustavu rovnic : $px + y = 1$, $x - y = 1$ s parametrem $p \in R$. Pro které hodnoty parametru bude $x > 0$ a $y < 0$?

4) Určete parametrickou rovnici

a) přímky p , která prochází bodem $K [1,2]$ a je rovnoběžná s osou x .

b) přímky q , $K \in q \wedge q \perp y$

5) Výraz $d(x) = (x + 2|x|) \cdot (|x| + 2 + 2x)$ zjednodušte v R a načrtněte graf této funkce.

6) Zapište kvadratickou rovnici, která má kořeny opačná čísla, než jsou kořeny rovnice $4x^2 - 11x + 5 = 0$.

Příloha č. 2

Testové úlohy předvýzkumné části výzkumu

1. Do rámečku doplňte chybějící zlomky

$$\text{a) } \frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \boxed{} = 1\frac{5}{13}$$

$$\text{b) } \frac{2}{5} \cdot \boxed{} = \frac{2}{3}$$

2. Kdybychom zrychlili a ušli průměrně 6 km/h, určitě bychom do 10 minut došli až k nádraží vzdálenému 4,5 km. Je toto tvrzení pravdivé? Vysvětlete své rozhodnutí.

3. Na zhotovení jedné knihovničky truhlář potřebuje 4 dlouhá prkna, 6 krátkých prken, 12 malých úchytek, 2 velké úchytky a 14 šroubů. Truhlář má ve skladu 26 dlouhých prken, 33 krátkých prken, 200 malých úchytek, 20 velkých úchytek a 510 šroubů. Kolik knihovniček z nich může udělat?

4. V zahradě jsou tři druhy stromů. Jabloně činí 30%, švestky 40% a třešně je 12 stromů. Kolik stromů je celkem na zahradě?

5. Malíř si při malování bytu rozředil 5 litrů Primalexu vodou v poměru 2díly Primalexu ku 3 dílům vody. Kolik vody přidal?

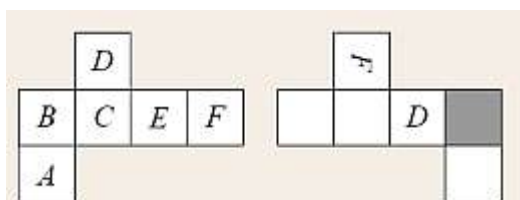
6. Na pánev se vejdou čtyři topinky. Každá topinka se opéká 2 minuty po jedné a 2 minuty po druhé straně. Určete nejkratší možné časy potřebné pro opečení šesti topinek na jediné pánvi a popište postup.

7. Je dán trojúhelník ABC.

7.1) Sestrojte ortocentrum trojúhelníka

7.2) Sestrojte kružnici trojúhelníka vepsanou

8. Na stěnách hrací kostky jsou místo puntíků písmena od A až po F. Na prvním obrázku vlevo vidíte rozloženou síť takovéto krychle. Na druhém obrázku máte síť téže krychle, ale s tím, že jsou již označeny jen některé stěny. Doplňte, které písmeno je napsáno na stěně **tmavě** zvýrazněné na pravém obrázku.



9. Načrtněte graf funkcí

9.1) $y = \sin(x + \pi)$

9.2) $y = \tan x + 2$

10. Pro které a má rovnice $x^2 + ax + 4 = 0$ má právě jedno řešení?

Příloha č. 3

Testové úlohy nestandardizovaného didaktického testu výzkumu

1. Do rámečku doplňte chybějící zlomky tak, aby platila rovnost.

$$\text{a) } \frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \boxed{} = 1\frac{5}{13}$$

$$\text{b) } 0,25 \times 2^0 \div \boxed{} = \frac{1}{2}$$

2. Kdybychom zrychlili a ušli průměrně 6 km/h, určitě bychom do 10 minut došli až k nádraží vzdálenému 4,5 km. Je toto tvrzení pravdivé? Vysvětlete své rozhodnutí.

3. Z konečné stanice vyjely v 9 hodin ráno 2 tramvaje. Linka č. 1 objíždí svou trať 96 minut, linka č. 2 vždy 72 minut. V kolik hodin se obě tramvaje setkají opět na stanici?

4. V zahradě jsou tři druhy stromů. Jabloně činí 30%, švestky 40% a třešně je 12 stromů. Kolik stromů je celkem na zahradě?

5. Malíř si při malování bytu rozředil 5 litrů Primalexu vodou v poměru 2 díly Primalexu ku 3 dílům vody. Kolik vody přidal?

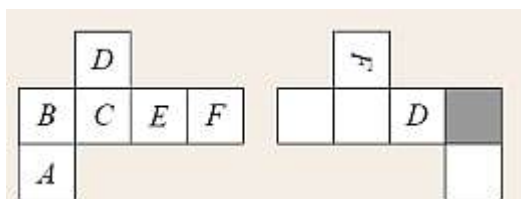
6. Na pánev se vejdou čtyři topinky. Každá topinka se opéká 2 minuty po jedné a 2 minuty po druhé straně. Určete nejkratší možné časy potřebné pro opečení tří a šesti topinek na jediné pánvi a popište postup.

7. Je dán obecný trojúhelník ABC.

7.1) napište stručný postup konstrukce ortocentra trojúhelníka ABC

7.2) napište stručný postup konstrukce kružnice trojúhelníku ABC vepsané

8. Na stěnách hrací kostky jsou místo puntíků písmena od A až po F. Na prvním obrázku vlevo vidíte rozloženou síť takovéto krychle. Na druhém obrázku máte síť téže krychle, ale s tím, že jsou již označeny jen některé stěny. Doplňte, které písmeno je napsáno na stěně **tmavě** zvýrazněné na pravém obrázku.



9. Načrtněte grafy elementárních funkcí

9.1) $y = \sin(x + \pi)$

9.2) $y = (x - 2)^2 - 2$

10. Pro které a má rovnice $x^2 + ax + 4 = 0$ právě jedno řešení?

Příloha č. 4

Otázky nestandardizovaného dotazníku výzkumného šetření

1. Jste žena (Ž) nebo muž (M)? _____
2. Jakou střední školu jste absolvoval/a? _____
3. Ve kterém roce jste maturoval/a? _____
4. Maturoval/a jste z matematiky? (Pokud ano, uveďte známku (popř. počet bodů) u maturitní zkoušky) ANO - _____ NE. (V případě maturity státní uveďte řešenou obtížnost základní nebo vyšší).
5. Jaká byla Vaše známka z matematiky na konci posledního ročníku SŠ? _____
6. Byl/a jste ke studiu na VŠ přijata na základě přijímací zkoušky? ANO NE

Příloha č. 5

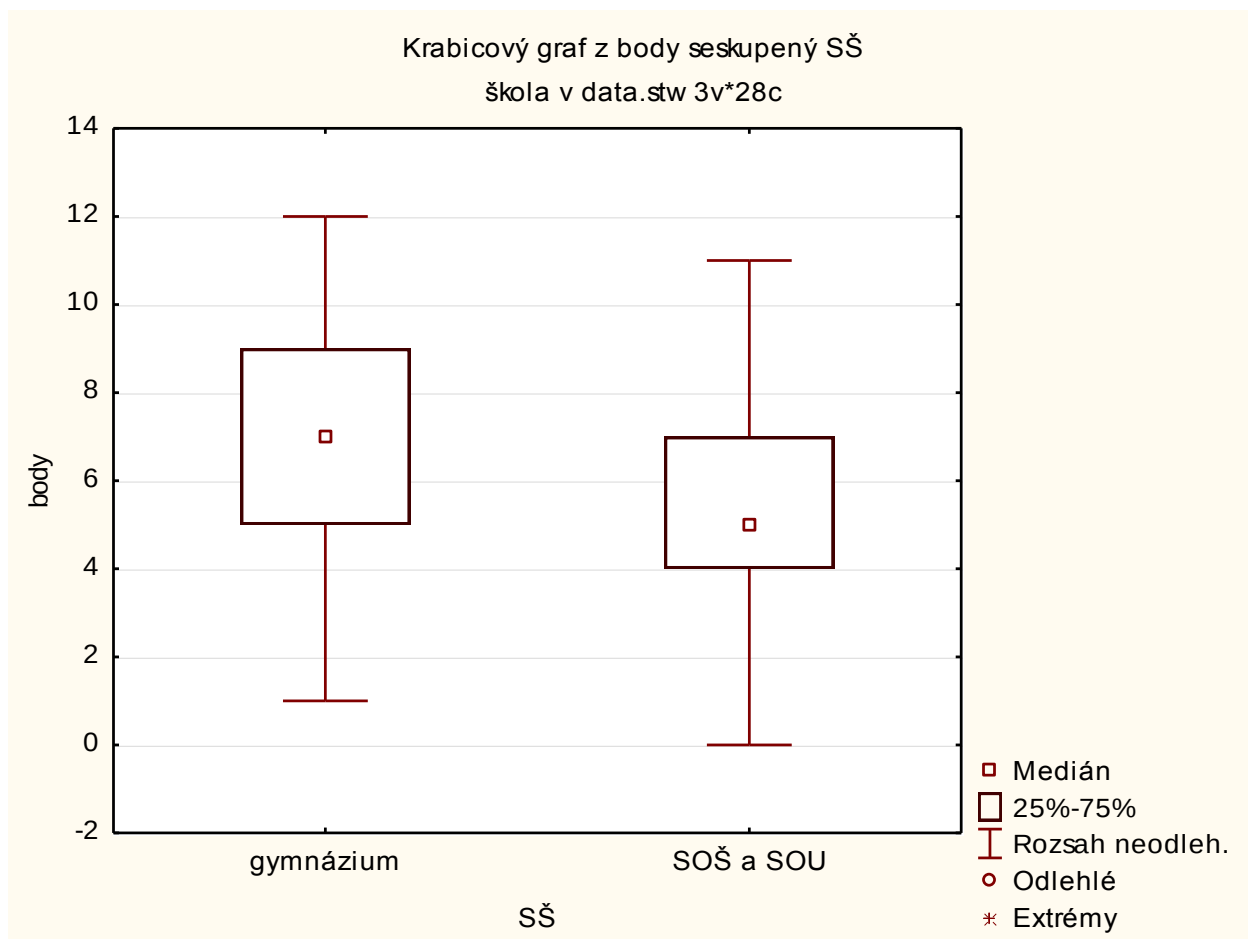
Výsledkové tabulky

Pohlaví respondenta					
dívky	počet bodů	četnost	chlapci	počet bodů	četnost
	0	3		0	2
	1	8		1	2
	2	14		2	6
	3	15		3	8
	4	36		4	4
	5	37		5	12
	6	27		6	15
	7	27		7	15
	8	17		8	14
	9	14		9	11
	10	6		10	5
	11	5		11	4
	12	3		12	1
	13	0		13	0



Graf č. 10: Krabicový graf - pohlaví

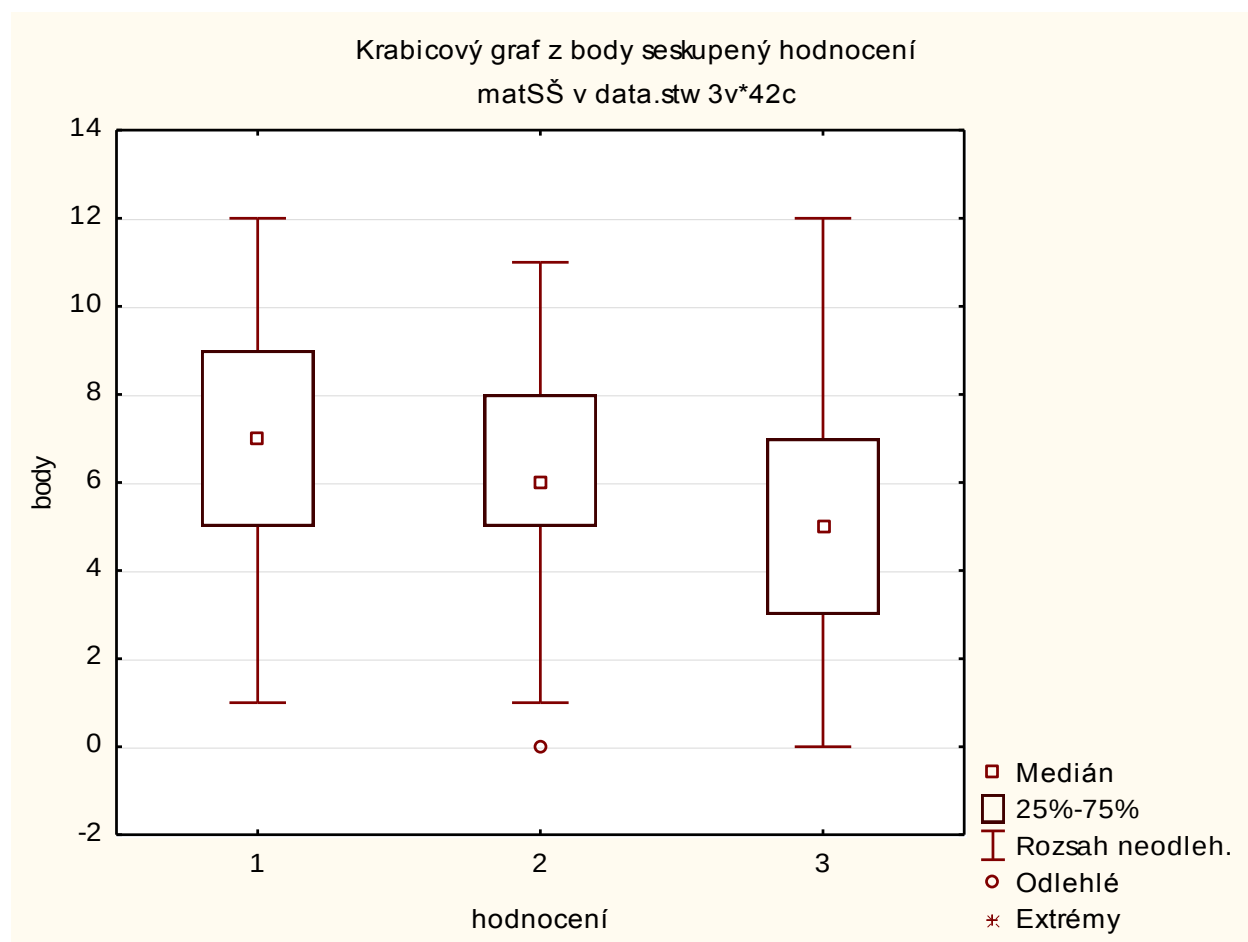
Druh absolvované střední školy					
gymnázium	počet bodů	četnost	SOS a SOU	počet bodů	četnost
	0	0		0	5
	1	3		1	7
	2	3		2	17
	3	10		3	13
	4	13		4	27
	5	14		5	35
	6	11		6	31
	7	18		7	24
	8	16		8	15
	9	14		9	11
	10	6		10	5
	11	6		11	3
	12	4		12	0
	13	0		13	0



Graf č. 11: Krabicový graf – druh střední školy

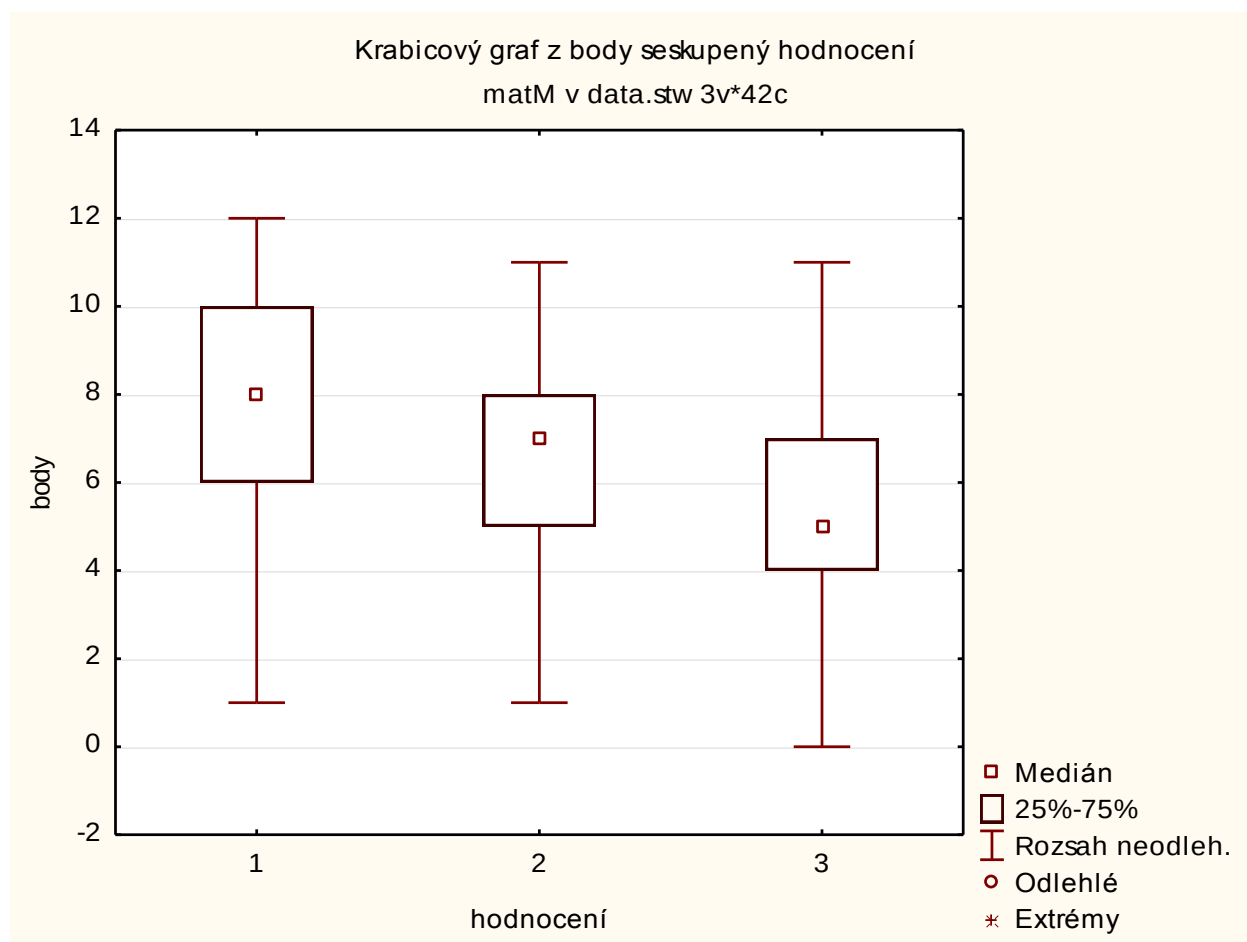
Známka z matematiky v posledním ročníku SŠ

známka 1	počet b	četnost	známka 2	počet b	četnost	známka 3	počet b	četnost
	0	0		0	3		0	2
	1	2		1	3		1	5
	2	6		2	4		2	10
	3	6		3	5		3	12
	4	6		4	14		4	20
	5	8		5	24		5	17
	6	10		6	18		6	14
	7	9		7	17		7	16
	8	10		8	13		8	8
	9	11		9	11		9	3
	10	7		10	4		10	0
	11	6		11	2		11	1
	12	3		12	0		12	1
	13	0		13	0		13	0



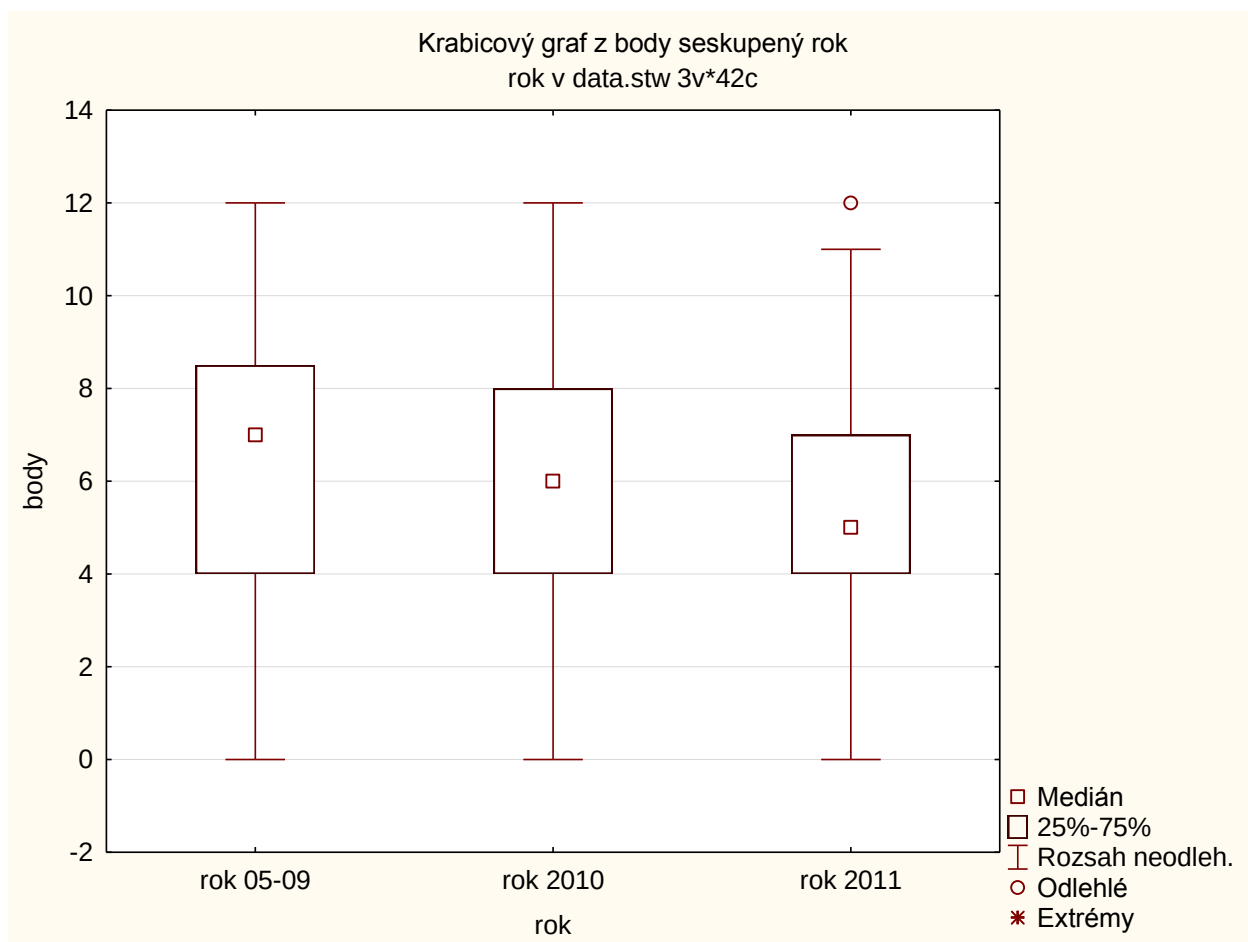
Graf č. 12: Krabicový graf – známka z matematiky na SŠ

Známka u maturity z matematiky								
známka 1	počet b.	četnost	známka 2	počet b.	četnost	známka 3	počet b.	četnost
	0	0		0	0		0	1
	1	1		1	1		1	2
	2	2		2	3		2	10
	3	2		3	2		3	4
	4	0		4	6		4	9
	5	6		5	11		5	14
	6	9		6	10		6	17
	7	11		7	15		7	8
	8	10		8	9		8	5
	9	12		9	7		9	5
	10	8		10	2		10	0
	11	3		11	3		11	2
	12	13		12	0		12	0
	13	0		13	0		13	0



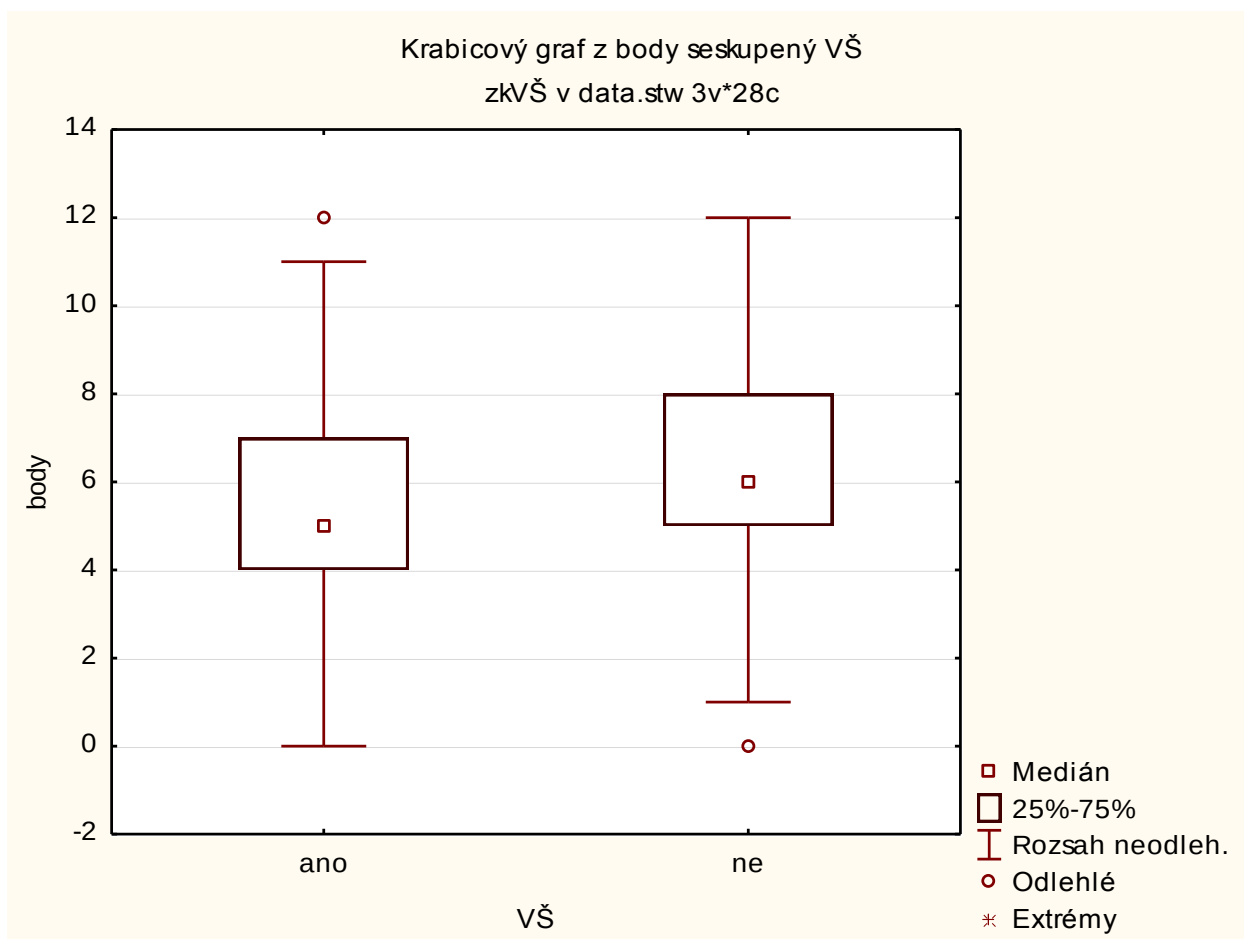
Graf č. 13: Krabicový graf – známka u maturitní zkoušky z matematiky

Rok absolvování maturitní zkoušky z matematiky								
rok 05-09	počet b.	četnost	rok 2010	počet b.	četnost	rok 2011	počet b.	četnost
	0	1		0	2		0	2
	1	0		1	3		1	7
	2	1		2	5		2	14
	3	3		3	5		3	15
	4	8		4	4		4	28
	5	3		5	7		5	39
	6	6		6	11		6	25
	7	8		7	8		7	26
	8	6		8	6		8	19
	9	3		9	6		9	16
	10	3		10	5		10	3
	11	4		11	1		11	4
	12	2		12	1		12	1
	13	0		13	0		13	0



Graf č. 14: Krabicový graf – rok absolvování maturitní zkoušky

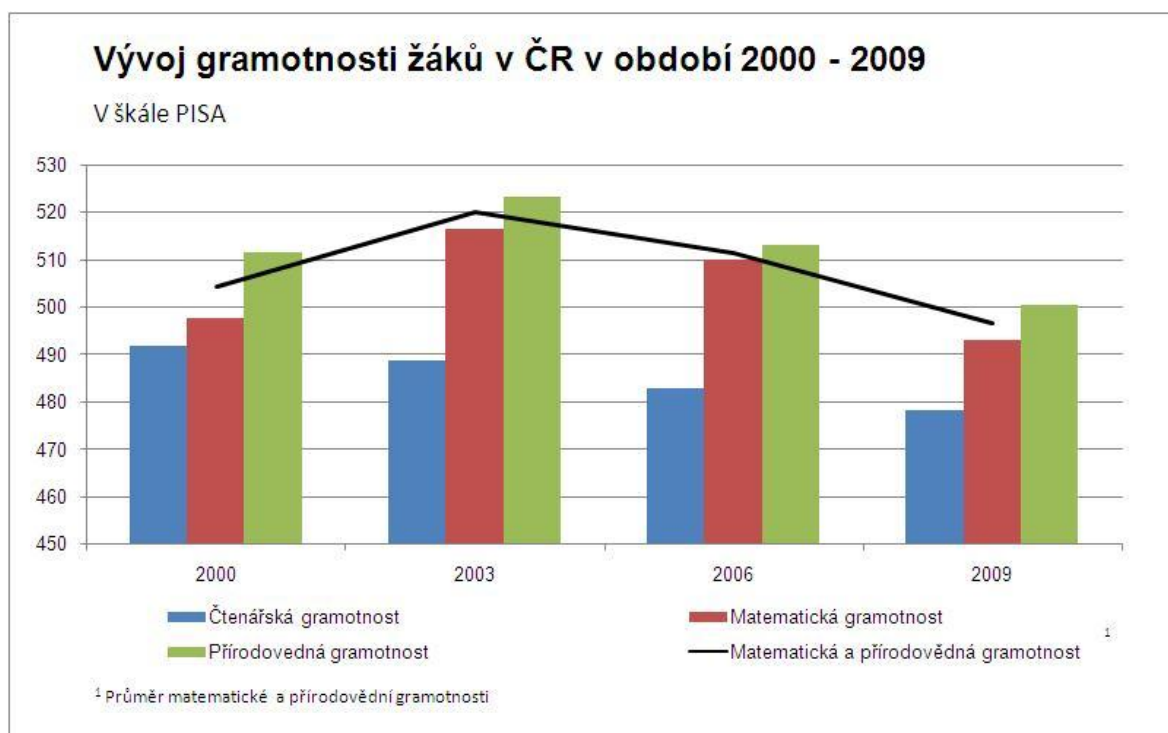
Přijetí ke studiu na základě přijímací zkoušky					
ano	počet b.	četnost	ne	počet b.	četnost
	0	2		0	3
	1	7		1	3
	2	13		2	7
	3	19		3	4
	4	24		4	16
	5	27		5	22
	6	18		6	24
	7	22		7	20
	8	21		8	10
	9	11		9	14
	10	6		10	5
	11	4		11	5
	12	1		12	3
	13	0		13	0



Graf č. 15: Krabicový graf – přijímací zkouška na VŠ

Příloha č. 6

Výsledky PISA českých žáků 2000 – 2009



Příloha č. 7

Charakteristika testových úlohy výzkumu dle vzdělávacích standardů pro ZŠ 2011

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Číslo a proměnná
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-1-01 Žák provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu
Indikátory	1. žák provádí základní početní operace se zlomky a desetinnými čísly 2. žák dodržuje pravidla pro pořadí početních operací v oboru celých a racionálních čísel, využívá vlastností operací sčítání a násobení (komutativnost, asociativnost, distributivnost) při úpravě výrazů 3. žák vyznačí na číselné ose racionální číslo a číslo k němu opačné 4. žák užívá znalosti druhých mocnin celých čísel od 1 do 20 (i ke stanovení odpovídajících druhých odmocnin) 5. žák určí rozvinutý zápis přirozeného čísla v desítkové soustavě 6. žák provádí základní úpravy zlomků (rozšiřuje a krátí zlomek, zjednoduší složený zlomek, vyjádří zlomek v základním tvaru, určí převrácené číslo, počítá se smíšenými čísly)
Testová úloha 1.1 a 1.2	
1. Do rámečku doplňte chybějící zlomky tak, aby platila rovnost. $1) \frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \quad = 1\frac{5}{13}$ $2) 0,25 \times 2^0 \div \boxed{} = \frac{1}{2}$	
Pozn. Učivo nultá mocnina je součástí Rámcového vzdělávacího programu pro gymnázia. Očekávané výstupy a tematický okruh se však od RVP ZV nemění, proto jsme tyto dvě úlohy sloučili do společného standardu.	

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Číslo a proměnná
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-1-07 Žák matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných; určí hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny, provádí rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců a vytýkáním
Indikátory	1. žák řeší zadané slovní úlohy pomocí proměnných 2. žák tvoří smysluplné slovní úlohy, které lze řešit užitím proměnných 3. žák využívá při úpravě výrazů sčítání, odčítání a násobení mnohočlenů (výsledný mnohočlen je nejvýše druhého stupně) 4. žák vypočte hodnotu výrazu pro dané hodnoty proměnných 5. žák využívá při úpravě výrazů vytýkání a vzorců $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$ 6. žák sestaví číselný výraz podle slovního zadání
Testová úloha 2	
Kdybychom zrychlili a ušli průměrně 6 km/h, určitě bychom do 10 minut došli až k nádraží vzdálenému 4,5 km. Je toto tvrzení pravdivé? Vysvětlete své rozhodnutí.	

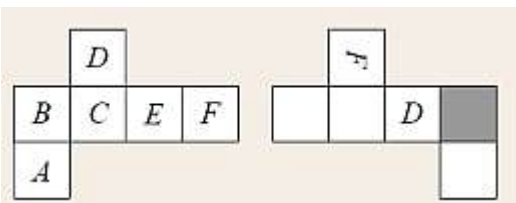
Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Číslo a proměnná
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-1-03 Žák modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel
Indikátory	1. žák rozlišuje pojmy prvočíslo a číslo složené; společný dělitel a společný násobek (určí je pro skupinu dvou nebo tří přirozených čísel) 2. žák najde nejmenší společný násobek a největšího společného dělitele dvou přirozených čísel 3. žák využívá kritéria dělitelnosti (2, 3, 4, 5, 9, 10, 25, 50, 100) 4. žák řeší slovní úlohu s využitím dělitelnosti 5. žák vytvoří slovní úlohu na využití dělitelnosti
Testová úloha 3	
Z konečné stanice vyjely v 9 hodin ráno 2 tramvaje. Linka č. 1 objíždí svou trať 96 minut, linka č. 2 vždy 72 minut. V kolik hodin se obě tramvaje setkají opět na stanici?	

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Číslo a proměnná
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-1-06 Žák řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek)
Indikátory	1. žák vyhledá v textu údaje a vztahy potřebné k výpočtu 2. žák určí počet procent, je-li dána procentová část a základ 3. žák určí procentovou část, je-li dán procentový počet a základ 4. žák určí základ, je-li dán procentový počet a procentová část 5. žák používá procentového počtu při řešení úloh z jednoduchého úrokování 6. žák ověří správnost výsledku aplikační úlohy na procenta
Testová úloha 4	
V zahradě jsou tři druhy stromů. Jabloně činí 30%, švestky 40% a třešně je 12 stromů. Kolik stromů je celkem na zahradě?	

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Číslo a proměnná
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-1-05 Žák řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů
Indikátory	1. žák využívá daný poměr (včetně postupného poměru) v reálných situacích 2. žák stanoví poměr ze zadaných údajů 3. žák využívá měřítko mapy, plánu k výpočtu 4. žák umí odvodit měřítko mapy, plánu ze zadaných údajů 5. žák používá při řešení úloh úměru a trojčlenku 6. žák řeší modelováním situace vyjádřené poměrem
Testová úloha 5	
Malíř si při malování bytu rozředit 5 litrů Primalexu vodou v poměru 2 díly Primalexu ku 3 dílům vody. Kolik vody přidal?	

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Nestandardní aplikační úlohy a problémy
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-4-01 Žák užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací
Indikátory	1. žák provede rozbor úlohy a vyhledá v textu úlohy potřebné údaje a vztahy 2. žák zvolí vhodný postup řešení 3. žák provede diskusi o počtu řešení daného problému a kontrolu reálnosti výsledku 4. žák zformuluje odpověď na zadaný problém
Testová úloha 6	
Na pánev se vejdou čtyři topinky. Každá topinka se opéká 2 minuty po jedné a 2 minuty po druhé straně. Určete nejkratší možné časy potřebné pro opečení 6 topinek na jediné pánvi a popište postup.	

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Geometrie v rovině a prostoru
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-3-05 Žák využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvaru a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh
Indikátory	1. žák pojmenuje základní množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úhlu, osa rovinného pásu, osa úsečky, kružnice, Thaletova kružnice) 1. žák využívá množiny všech bodů dané vlastnosti při řešení úloh
Testové úlohy 7.1 a 7.2	
Je dán obecný trojúhelník ABC. 1) napište stručný postup konstrukce ortocentra trojúhelníka ABC 2) napište stručný postup konstrukce kružnice trojúhelníku ABC vepsané	

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Nestandardní aplikační úlohy a problémy
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-4-02 Žák řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí
Indikátory	1. žák určí reálnou podobu trojrozměrného útvaru z jeho obrazu v rovině 2. žák popíše základní vlastnosti trojrozměrného útvaru podle jeho obrazu v rovině 3. žák využívá získané poznatky a dovednosti při řešení úloh z běžného života
Testová úloha 8	
Na stěnách hrací kostky jsou místo puntíků písmena od A až po F. Na prvním obrázku vlevo vidíte rozloženou síť takovéto krychle. Na druhém obrázku máte síť téže krychle, ale s tím, že jsou již označeny jen některé stěny. Doplňte, které písmeno je napsáno na stěně tmavě zvýrazněné na pravém obrázku.	
	

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Závislosti a funkční vztahy
Očekávaný výstup RVP G	Žák načrtne grafy požadovaných funkcí (zadaných jednoduchým funkčním předpisem) a určí jejich vlastnosti
Indikátory	1. žák načrtne grafy goniometrických a kvadratických funkcí
Testové úlohy 9.1 a 9.2	
Načrtněte grafy elementárních funkcí 1) $y = \sin(x + \pi)$ 2) $y = (x - 2)^2 - 2$	

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Tematický okruh	Číslo a proměnná
Očekávaný výstup RVP G	Žák řeší kvadratické rovnice a nerovnice, řeší soustavy rovnic, v jednodušších případech diskutuje řešitelnost nebo počet řešení.
Indikátory	1. žák řeší kvadratickou rovnici pomocí diskriminantu, vztahy mezi kořeny a koeficienty
Testová úloha 10	
Pro které a má rovnice $x^2 + ax + 4 = 0$ právě jedno řešení?	

(Pozn. zařazení úloh středoškolského kurikula 9.1, 9.2 a 10 byly upraveny do podoby standardu z roku 2011 pro ZŠ)