

Posudek na bakalářskou práci Matěje Struhaře Přirozeně uspořádané parciální abelovské monoidy

Práce se věnuje parciálním abelovským monoidům, a to zejména těm, které jsou přirozeně uspořádané (např. efektové algebry). Text je rozdělen do čtyř kapitol. V kapitole 1 jsou vysvětleny základní pojmy (parciální abelovské monoidy, přirozené uspořádání, direktoidy), uvedeny některé příklady a dokázána některá jednoduchá tvrzení. Kapitola 2 se zabývá zobecněnými efektovémi algebrami (tj. přirozeně uspořádanými abelovskými monoidy s krácením), efektovémi algebrami a MV-algebrami. Je zde podrobně popsán vztah MV-algeber a svazových efektové algeber. Kapitola 3 se zabývá homomorfismy a kongruencemi v parciálních abelovských monoidech, speciálně v efektové algebrách, a také kongruencemi a ideály v MV-algebrách. Konečně kapitola 4 se zabývá vztahem efektové algeber a tzv. slabých basic algeber a kongruencemi na těchto strukturách.

Předložená práce jistě není perfektní, při důkladném čtení narazíme na různé méně závažné nedostatky (konkrétní připomínky uvádím níže), ale myslím, že zadání bylo splněno. Oceňuji také svědomitý přístup autora. Práci proto doporučuji k obhajobě.

Olomouc 23. srpna 2019

doc. RNDr. Jan Kühr, Ph.D.

Některé připomínky:

1. Bylo by vhodné víc citovat použitou literaturu. Často není jasné, co odkud bylo převzato.
2. Definovat monoidy pomocí parciálních monoidů (str. 9) je zbytečné a komplikované. Také některé další definice standardních pojmů nebylo nutné uvádět (např. kongruence na MV-algebrách nebo slabých basic algebrách, def. 19 a 23).
3. Ve druhé části důkazu věty 2 (\Leftarrow) se pozitivita nepředpokládá, ale dokazuje.
4. V příkladech 2 a 3 by místo „je snadné dokázat, že“ nebo „vidíme, že“ bylo lepší detaily ověřit.
5. V důkazu věty 8 nerozumím výpočtu $a \circ b = \dots = b \circ (a \circ b)$. Myslím, že rovnost $a \circ b = b \circ (a \circ b)$ plyne z komutativity.
6. Co je \vee v důkazu věty 9? Co je \sqcup v důkazu věty 11? Podle věty 10 se v \mathcal{M} definuje \sqcap .

7. Parciální odčítání v zobecněné efektové algebře (str. 17 dole) není definováno dostatečně přesně. Nestací říct, že $b - a$ je definováno právě pro $a \leq b$, protože (parciální) binární operace není určena jen svým definičním oborem; viz def. 1. Analogická chyba se několikrát opakuje (např. definice $+$ v Booleově algebře na str. 35).
8. Zobecněný D-poset je struktura $(E, \leq, -, 0)$ a D-poset je struktura $(E, \leq, -, 0, 1)$ (str. 19 a 23 nahore).
9. Ve větě 16 chybí čárky/tečky v bodech (i), (ii) a (iii).
10. V definici efektové algebry (def. 10) by podmínka (E2) měla být formulována přesněji.
11. Kde jsou použity ortomodulární posety zavedené v def. 11?
12. Ve větě 26 je „pro každé $a \in M$ “ v předpokladu a potom znovu v bodech (iii) a (iv).
13. V důkazu věty 38 je bod (MV1) jistě špatně. V bodě (MV2), konkrétně ve výpočtu $a \oplus (b \oplus x) = a \oplus (b \oplus c)$, se používá distributivita \oplus vzhledem k \wedge , která sice platí, ale byla dokázána jen pro MV-algebry (věta 33).
14. Co je \sqcap a \sqcup ve větě 58?
15. Jak v důkazu věty 69 (\Leftarrow) z podmínky (A) plyne, že $a + b = b + a$ pro $a \leq -b$?
16. Špatné (chybějící nebo naopak nadbytečné) závorky na různých místech.
17. Předložky s, z, k, v by neměly být na konci řádku.
18. Asi není vhodné každé tvrzení označovat jako větu.