RNDr. Karel Hron, Ph.D.

Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky
Přírodovědecká fakulta UP
17. listopadu 12, 771 46 Olomouc

Posudek vedoucího diplomové práce
Bc. Marie Poláková: MCMC metody

Diplomová práce studentky druhého ročníku oboru Aplikace matematiky v ekonomii má 59 stran, uvádí 15 literárních pramenů a je rozčleněna do tří kapitol (plus příloha). První z nich (str. 7-21) shrnuje základní poznatky o homogenních Markovových řetězcích a jejich stacionárním rozdělení, a dále o bayesovských odhadech. Druhá kapitola (str. 22-40) se věnuje samotným MCMC metodám, užívaným zejména při generování výběrů ze složitých rozdělení pravděpodobností, konkrétně se zaměřuje Monte Carlo integraci (včetně zmínky o nejznámějším algoritmu MCMC metod, Metropolisově algoritmu) a skryté Markovovy řetězce. Ve třetí kapitole (str. 23-36) jsou pak podrobněji rozebrány MCMC filtry, užívané mimo čištění experimentálních dat též při integraci (Importance Sampling, Sequential Importance Sampling, Obecný Sequential MC filtr).

Hlavním cílem práce, která vznikla především na základě spolupráce diplomantky s konzultantkou Mgr. Blaženou Kratochvílovou, Ph.D., bylo představit MCMC metody jako v současné době jednu z nejužívanějších aplikací Markovových řetězců, a popsané teoretické výsledky ilustrovat na jednoduchých příkladech. Teorie MCMC metod je rozsáhlá a poměrně podstatně překračuje úroveň pregraduálního studia (zejména, co se MCMC filtrů týče), proto bylo zapotřebí klást velký důraz i na metodickou stránku práce.

Lze konstatovat, že uvedeného cíle bylo s výhradami dosaženo. Téma diplomové práce, překračující svou obtížností běžné nároky na studenty navazujícího studia, vyžadovalo studium cizojazyčných zdrojů a následnou kompresi poznatků do ucelené podoby. Za odvahu pustit se do takto náročného tématu a velký kus dobře odvedené práce je potřeba diplomantce vyslovit pochvalu. Na druhou stranu, přes zřejmou snahu se jí bohužel ne vždy podařilo ucelené podoby práce dosáhnout. Například, po pěkném úvodu do teorie Markovových řetězců v první kapitole a Monte Carlo integraci v kapitole druhé postrádám v práci poněkud hlubší propojení obou klíčových pojmů, konkrétně třeba, jak vůbec simulovat Markovovy řetězce; též zmínka o Metropolisově algoritmu a jeho aplikacích je poněkud stručnější, než by

čtenář u práce s tímto názvem očekával. V kapitole o MCMC filtrech, která je poměrně teoreticky náročná, jsou ilustrativní příklady většinou příliš zjednodušené na to, aby z nich mohl čtenář hlouběji pochopit podstatu jednotlivých metod (včetně absence numerické ilustrace užitého označení). Výběr dalších nepřesností je uveden níže:

- 5^4 posloupnost vzorků $\rightarrow$ (náhodný) výběr
- 5^{14} stochastická volatilita - asi by stálo za to vysvětlit nezasvěcenému čtenáři, o co se jedná
- 6^4 skripta $\rightarrow$ skripty
- 7^7 $n \rightarrow \infty$ - čeho se n týká?
- 7_2 „A“ není libovolná množina možných jevů, ale σ-algebra
- 12_2 $d_i > 0 \rightarrow d_i > 1$
- $14_1, 14_3$ ze vzorců spíše usuzuji, že původním záměrem bylo hovořit o jevech, nikoli o náhodných veličinách (průnik náhodných veličin?)
- 15^9 výsledek pokusu $\rightarrow$ jev (pozor, neztotožňovat)
- 16^2 rozspojitá $\rightarrow$ diskrétní
- 16^3 „... konečně mnoha hodnot $\theta_1, \ldots, \theta_m$.“
- 16_5 uvedená pravděpodobnost neodpovídá popisu
- 19^{10} místo explicitního 1.96 bych raději uvedl (a okomentoval) funkci `qnorm(0.975)`
- 21^1 nediskrétní $\rightarrow$ spojitou
- 22_1 nahodilé proměnné $\rightarrow$ náhodné proměnné
- 24^4 antikva ve vztahu je matoucí a evokuje přirozený logaritmus
- 24_1 zdroj uvést jen číselným kódem
- 26^2 proč je v každém příkladu v práci uveden jiný stav generátoru náhodných čísel (2565103, 1000, 8)?
- 26_1 $\eta \rightarrow \mu$
- 27^7 formulace věty „Nechť máme ...“ je nejasná

- 28^7 g_i není zavedeno
- 29_7 poněkud nestandardní označení spolehlivosti odhadu přímo pomocí α; kvantily normovaného normálního rozdělení, které je možné najít v tabulkách, značíme pomocí u_α (se vztahem $\Phi(u_\alpha) = \alpha$)
- 30_4 očekávanou hodnotu integrálu?
- 31^9 vysvětlení funkce `set.seed` mělo být obsaženo již u příkladu 2, kde byla tato použita poprvé
- 31_5 „pravděpodobnostní hustota normálního rozdělení $N(0, 1)$ je rovna $p(\theta) = 1$“ - tomu nerozumím
- 31_3 „Výsledná hodnota je o 0,0012057 menší.“ Výsledná hodnota čeho? Tato hodnota je navíc dána realizací náhodného algoritmu, byl bych tedy opatrný uvádět to v podobě pevného závěru.
- 32^1 zbytný řádek
- 32^{15} „z normálního rozdělení $y_1, \ldots, y_n \sim R(a, b)$“ ?
- 32_4 „. . . čím více máme náhodných veličin“ → „. . . čím máme větší rozsah výběru“
- 34^5 příklad (grafické znázornění na obr. 8) mi nepřijde adekvátní popsanému algoritmu, do obhajoby navrhuji představit nějakou jeho lepší ilustraci
- 35_9 rovnicemi?
- 35 v poznámce 4 nepředstavují a, b, c hodnoty, ale jevy
- 36^3 okrajové rozdělení je zavedeno teprve dále na této straně
- 36^9 co značí X^{t+1}
- 38^4 $N(0, 0.2) \to N(0, 0.2^2)$
- 38^{10} `X=rnorm(T,0,0.2)`
- 38^{11} proč je dále `X=cumsum(X)+2`?
- 42^{11} „Míra konvergence pro tento odhad je nezávislá vzhledem k integrované dimenzi.“ - nejasná formulace

- 42_6 zavedli → zavedly
- 43^3 „střední hustota . . . má vysoce husté rozmístění“ ?
- 44_5 empirické opatření → empirické rozdělení
- 45_8 „Vygenerujeme hodnoty *z rovnoměrného rozdělení* na intervalu (0,2) o *rozsahu* 1000 . . . “
- 54^9 $n \to N$

Matematickému textu by více slušelo použití typografického systému TEX, „wordovská“ podoba vzorců není většinou moc estetická (tuto práci nevyjímaje). Přes výše uvedené nepřesnosti bych nakonec rád ocenil samostatnost a cílevědomost diplomantky, která byla vzhledem ke vzniklé situaci při vedení této diplomové práce (nemožnost pravidelného přímého kontaktu s konzultantkou vzhledem k jejímu pobytu v zahraničí) klíčovou pro její zdárné dokončení.

Za předpokladu úspěšné obhajoby (sestávající z tohoto pohledu především z uspokojivé reakce na zmíněné připomínky) navrhuji vzhledem k výše uvedenému hodnocení *D*.

V Olomouci, dne 3. ledna 2013