

Extrémy funkcí dvou proměnných - sbírka úloh

Hana Keslerová

Předložená bakalářská práce se zabývá extrémy funkcí dvou proměnných. Jejím cílem bylo vytvoření sbírky příkladů, která by sloužila studentům matematických oborů na procvičování úloh z této problematiky.

Práce je členěna na dvě kapitoly, první z nich pouze zavádí parciální derivace funkcí dvou proměnných a pojmy s tím související. Druhá je rozsáhlejší a obsahuje tři části, které se postupně zabývají lokálními, vázanými a globálními extrémy. V každé části je v úvodu shrnuta základní teorie a pak je uveden obecný postup při vyšetřování daného typu extrémů doplněný řešenými příklady.

K práci mám následující připomínky a dotazy:

str.8/Def.3 $X = (x_0, y_0) \in \text{int } \Omega$

str.13/Def.6 proč je Ω oblast (tj. otevřená a souvislá)?; není vysvětlen symbol $U^*(X)$

str.16 co znamená „... dle definice postačující podmínky ...“?

str.35/ř.12 ... *lokálně* největší...

str.36 $X = (x_0, y_0) \in M$

str.36/ř.7 nutno uvažovat *redukované* okolí

str.37/V7 poslední řádek: ...v bodě X *lokální* extrém ...

str.38/V8 ... stac. bod funkce $L(x, y, \lambda)$ *pro nějaké* λ_0 , ...

- nejednotné značení definičních oborů a parciálních derivací (D_f a Df , f'_x a f'_x , apod.)
- nejednotný zápis množiny (str. 7 a 35)
- není dostatečně vysvětleno, co je na ilustrativních obrázcích (zejména u vázaných lokálních a globálních extrémů), co znamenají jednotlivé křivky
- v příkladech na použití Lagr. metody je nevhodné indexování Lagr. koeficientů od jedničky a k nim příslušných stacionárním bodům od nuly - je to matoucí; navíc příslušné dvojice (P_0, λ_1) a (P_1, λ_2) nejsou dostatečně zdůrazněny (a to zejména při dosazování do D_1 a D_2)
- v příkladech na použití Lagrangeovy metody se objevuje pouze jeden typ soustavy (pro řešení stac. bodů pro L)
- není dostatečně vysvětleno, jaký je postup při vyšetřování vázaných lokálních extrémů na nehladké hranici (např. na trojúhelníku), resp. které body považujeme za „podezřelé“ při vyšetřování glob. extrémů (tj. objasnit například Př.21 1)2.a) nebo Př.22 2)2.e))
- nejednotný postup při označování „podezřelých“ bodů (viz např. poslední odstavec na str. 69 a poslední odstavec v b) a d) na str. 72)
- postrádám příklady, v nichž by body podezřelé z globálních extrémů byly body, které nejsou stacionární (tj. neexistovala by v nich aspoň jedna parc. derivace)

Připomínky k jednotlivým příkladům:

Př.1 značení bodů P a P_0

Př.2 $H_f = \mathbb{R}_0^+$

Př.3 značení bodů P a P_0 ; co je na Obrázku 2.4?

Př.9 body 7 a 8): proč jsou zvlášť uvažovány body P_1, \dots, P_4 ?; nerovnosti nutno splnit $\forall(x, y) \in D_f$; co značí (P_1) ?

Př.10 chybí zapsaný D_f ; chybí definiční obory parciálních derivací

Př.12 bod 6): $F(x)$

Př.14 bod 5): P_0 ; Obr. 2.17 - lépe natočit

Př.16 bod 5): pro bod P_0 a λ_1 dostaneme matici ...; co jsou body P_0, P_1, P_2 ?

Př.21 bod 2)2.b): uvedené nepopisuje správnou část uvažované kružnice; v příkladu se vyskytují dva různé body P_0

Př.23 bod 2.b): $F(y)$ a $F'(x)$; bod $(0, 0)$ leží v M !; navíc $P_2 = P_4$

Př.27 omezit rozsah souřadnicových os na Obr.2.37 (aby bylo zřejmé, že glob. maximum leží skutečně uvnitř M)

Př.28 P_0 není bodem podezřelým z glob. extrému, ale pouze stacionárním bodem f ; proč je bod P_6 uvažován zvlášť, když je už zahrnut v 2.c)?

Př.29 argumentaci v 2)2.c) by chtělo více rozepsat

Kromě výše uvedeného má práce i další drobnější pravopisné a formální nedostatky (např. za *viz* se nepíše tečka; množinový rozdíl se značí symbolem \setminus ; matematické výrazy se píšou kurzívou; $2 \neq 0$ není nerovnice; $(-2\sqrt{17})^4$ na str. 54; nevhodné lomení některých řádků (např. str.9,59); ...dvěma...)

Předložená práce je již druhou verzí a musím konstatovat, že došlo k výraznému zlepšení oproti původní verzi. Je ale škoda, že si autorka nedala více záležet na finální kontrole, protože by tím odstranila velkou část výše zmíněných nedostatků, které nyní zbytečně kvalitu celé práce snižují.

Cíl bakalářské práce, tj. vytvoření sbírky příkladů na dané téma, byl víceméně splněn. Než bude moci být tato sbírka poskytnuta studentům, bude nutné opravit výše zmíněné nedostatky. Předložená práce ale podle mého názoru splňuje podmínky kladené na závěrečnou bakalářskou práci a proto ji **doporučuji** k obhajobě. V případě, že autorka bude během obhajoby uspokojivě reagovat na připomínky, navrhuji hodnocení její práce známkou **C**.

V Olomouci dne 20.1.2014

Mgr. Pavla Kouřilová, Ph.D.