Posudek vedoucího na bakalářskou práci

Název práce: Důkazy divergence harmonické řady
Vypracoval: Veronika Šmajserová
Studijní obor: Matematika –– ekonomie se zaměřením na bankovnictví/pojišťovnictví

Práce si klade za cíl shrnout to podstatné o harmonické řadě. Druhá a třetí kapitola slouží jako servisní pro zbytek textu a jsou zde vyloženy základní poznatky o číselných řadách. Čtvrtá kapitola obsahuje výběr důkazů divergence harmonické řady převzatý z několika odborných zdrojů. Důkazy jsou podrobně rozvedeny a doplněny o chybějící argumenty. Některé důkazy mají zvláštní pointu (například Důkaz č. 15 dokládá, že neexistuje nic jako nejpomaleji divergující řada). Někdy je doplněna "originální" modifikace důkazu (např. v Důkazu č. 6). Je ukázán vztah rychlosti divergence harmonické řady a logaritmické funkce. Přítomen je vlastní výpočet rychlosti Pátá kapitola se věnuje zobecnění harmonických řad, je zmíněna Riemannova zeta funkce a definována Eulerova-Mascheroniho konstanta. Je originální ukázka, jak lze ze znalosti této konstanty odvodit součty některých řad. Dalším zobecněním harmonické řady je tzv. prvočíselná harmonická řada. I o ní se dokáže, že diverguje. V kapitole je krátká exkurze do sčítacích metod. Je špočteno, že dvě základní metody (Abelova a Cesàrova) harmonickou řadu sečíst nedovedou. Pak je aplikována málo známá Ramanujanova sčítací metoda, která harmonickou řadu sečíst dokáže. Jejím součtem je dříve zmíněná Eulerova-Mascheroniho konstanta. Poslední sedmá kapitola shromažďuje několik aplikací harmonické řady: Loterie, Skládání bloků a Červík Štístko. Nejzajímavější je hned ta první, která vychází z Blavatského článku "Harmonic Series Paradox", ve kterém autorka práce objevila několik nesrovnalostí. Ty ale dokázala opravit a značná část jejího důkazu je tedy původní.

Práce je kvalitně vysázena a neobsahuje prakticky žádné jazykové chyby. Studentka prokázala schopnost orientovat se v anglicky psané odborné literatuře (knihách i odborných článcích).

Shrnutí:

Bakalářskou práci doporučuji k obhajobě a navrhuji klasifikaci stupněm **A**.

V Olomouci dne 15. 5. 2022

RNDr. Pavel Ludvík, Ph.D.

Připomínky k práci a dotazy k obhajobě:

1. V kapitole 4.1.8. Důkaz č. 8 bych prosil o podrobnější vysvětlení, proč

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n-1}.$$