

Příloha C: Optimalizace plochy výběhu s využitím softwaru

Toto je příklad přepracované matematické úlohy, která integruje využití moderních technologií a pedagogických principů pro podporu vizualizace, interaktivity a rozvoje digitálních kompetencí, v souladu s myšlenkami efektivní výuky matematiky.

Zadání:

Máte 40 metrů pletiva. Jaké rozměry (označme je **a**, **b**) musí mít obdélníkový výběh, aby jeho plocha **S** byla co největší?

Cíle:

- Odvodit funkci $S(a)$, která vyjadřuje závislost plochy výběhu na délce strany a .
- **Využít matematický software** (např. *GeoGebra*, *WolframAlpha/Cloud*) k:
 - Grafickému znázornění funkce $S(a)$.
 - Interaktivnímu prozkoumání vztahu mezi délkou strany a a plochou S .
 - Nalezení hodnoty a , pro kterou je plocha maximální, pomocí vizuální analýzy grafu i pomocí výpočetních nástrojů softwaru.
- Ověřit výsledek analytickým výpočtem.
- Diskutovat, jak tato aktivita rozvíjí **digitální kompetence** a **výpočetní myšlení**.

Kroky a využití technologií:

1. Matematický model (Odvození funkce):

- Obvod: $2(a + b) = 40 \Rightarrow a + b = 20 \Rightarrow b = 20 - a$.
- Plocha: $S = a * b = a * (20 - a)$. Získali jsme funkci **$S(a) = 20a - a^2$** .
- Reálné omezení: Délky stran musí být kladné, tj. $a > 0$ a $b = 20 - a > 0$ (tedy $a < 20$). Zajímá nás tedy **$a \in (0, 20)$** .

2. Vizualizace a interaktivní průzkum (Využití softwaru):

- **Graf funkce:** V grafickém kalkulátoru nebo CAS systému (např. *GeoGebra*, *WolframCloud*) vykreslete graf funkce $y = 20x - x^2$ pro x v intervalu $(0, 20)$.
Poznámka: Jak zdůrazňuje potřeba moderní výuky, **vizualizace** je klíčová. Graf nám okamžitě ukazuje, že plocha nejprve roste, dosáhne maxima a pak klesá.

[Odkaz na wolfram cloud]

- **Interaktivita:** Využijte nástroje softwaru:
 - Pohybuje bodem po grafu a sledujte souřadnice (a , S).
 - Pokud software umožňuje, vytvořte posuvník pro hodnotu ' a ' a dynamicky zobrazujte odpovídající obdélník a jeho plochu.

Poznámka: Toto podporuje **experimentování** a **aktivní učení**.

3. Nalezení maxima pomocí nástrojů softwaru:

- Použijte funkci softwaru pro nalezení extrémů (maxim) funkce na intervalu $(0, 20)$.
- Příklad pro *WolframCloud*: Zadat `Maximize[{20 x - x^2, 0 <= x <= 20}, x]` .
- Software by měl potvrdit, že maximum nastává pro **$a = 10$** , a maximální plocha je **$S = 100$** .

Poznámka: Ukazuje efektivitu **výpočetních nástrojů** a rozvíjí **digitální kompetence** (řešení problémů pomocí ICT).

4. Analytické ověření (Propojení s tradiční matematikou):

- Funkce $S(a) = -a^2 + 20a$ je parabola otevřená dolů, maximum je ve vrcholu.
- Souřadnice vrcholu: $a_v = -B / (2A) = -20 / (2 * -1) = 10$.
- Maximální plocha: $S(10) = 20 * 10 - 10^2 = 100$.
- Rozměry: $a = 10$, $b = 20 - 10 = 10$. Optimální tvar je čtverec.

Poznámka: Důležité je propojení s matematickou teorií a **ověření výsledku**, aby se předešlo slepému spoléhání na technologii.

5. Reflexe a diskuse:

- Jak nám software pomohl lépe pochopit úlohu? (Vizualizace, interaktivita).
- Které digitální dovednosti jsme si procvičili? (Práce se softwarem, interpretace).
- Mohli bychom úlohu snadno modifikovat s pomocí softwaru? (Např. změnit délku pletiva).