

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Martina Večerková

ROZVÍJENÍ POJMU FUNKCE VE VYUČOVÁNÍ
MATEMATICE NA 1. STUPNI ZŠ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně pod vedením doc. PhDr. Bohumila Nováka, CSc. a uvedla jsem v seznamu literatury veškerou použitou literaturu a další informační zdroje včetně internetu.

V Olomouci dne 30. března 2012

podpis.....

Děkuji doc. PhDr. Bohumilu Novákovi, CSc. za odborné vedení mé diplomové práce, za jeho rady, poskytnuté informace, ochotu a trpělivost. Mé díky patří také všem, kteří přispěli ke zdárnému zpracování této práce, především učitelům a žákům základních škol za možnost provedení mého výzkumu.

Obsah

ÚVOD	- 7 -
I TEORETICKÁ ČÁST	- 8 -
1 STRUČNÝ HISTORICKÝ PŘEHLED.....	- 8 -
1.1 POHLED DO HISTORIE POJMU FUNKCE	- 9 -
1.2 POHLED DO HISTORIE POJMU FUNKČNÍHO MYŠLENÍ.....	- 10 -
2 FUNKČNÍ MYŠLENÍ.....	- 12 -
3 FUNKCE	- 13 -
3.1 ZAVEDENÍ POJMU FUNKCE	- 13 -
3.2 FUNKCE JAKO SPECIÁLNÍ PŘÍPAD ZOBRAZENÍ	- 14 -
3.3 DEFINIČNÍ OBOR A OBOR HODNOT FUNKCE	- 14 -
3.4 GRAF FUNKCE	- 15 -
3.5 SOUSTAVA SOUŘADNIC	- 15 -
3.6 ZPŮSOB ZADÁNÍ FUNKCE	- 15 -
4 ZÁKLADNÍ TYPY FUNKCÍ ŠKOLSKÉ MATEMATIKY	- 17 -
4.1 LINEÁRNÍ FUNKCE	- 18 -
4.1.1 <i>Graf lineární funkce</i>	- 19 -
4.2 PŘÍMÁ ÚMĚRNOST	- 21 -
4.2.1 <i>Graf přímé úměrnosti</i>	- 21 -
4.3 KONSTANTNÍ FUNKCE	- 22 -

4.3.1	<i>Graf konstantní funkce</i>	- 22 -
4.4	KVADRATICKÁ FUNKCE	- 22 -
4.4.1	<i>Graf kvadratické funkce</i>	- 23 -
4.5	LINEÁRNÍ LOMENÁ FUNKCE	- 24 -
4.5.1	<i>Nepřímá úměrnost.....</i>	- 24 -
4.5.2	<i>Graf nepřímé úměrnosti</i>	- 25 -
5	FUNKCE VE ŠKOLSKÉ MATEMATICE	- 27 -
5.1	KURIKULÁRNÍ DOKUMENTY	- 27 -
5.2	RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM PRO ZÁKLADNÍ VZDĚLÁVÁNÍ ..	- 27 -
5.2.1	<i>Klíčové kompetence.....</i>	- 28 -
5.2.2	<i>Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace</i>	- 29 -
5.2.3	<i>Cíle vzdělávací oblasti.....</i>	- 29 -
5.2.4	<i>Očekávané výstupy a učivo</i>	- 31 -
6	STANDARDY ZÁKLADNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ.....	- 32 -
6.1	STANDARDY MATEMATIKA	- 32 -
6.1.1	<i>Očekávané výstupy a indikátory</i>	- 32 -
II	PRAKTICKÁ ČÁST	- 35 -
1	PROJEKT VÝZKUMNÉHO ŠETŘENÍ	- 35 -
1.1	CÍLE A METODY ŠETŘENÍ	- 35 -
1.2	ANALÝZA A INTERPRETACE ZJIŠTĚNÝCH VÝSLEDKŮ DAT DOTAZNÍKOVÉHO ŠETŘENÍ	- 38 -
1.3	SHRNUTÍ VÝSLEDKŮ DOTAZNÍKOVÉHO ŠETŘENÍ	- 58 -

1.4	ANALÝZA A INTERPRETACE VÝSLEDKŮ DAT ŠETŘENÍ NESTANDARDNÍHO TESTU	- 58 -
1.5	TESTOVÁ ÚLOHA Č. 1 A JEJÍ ŘEŠENÍ ŽÁKY 5. TŘÍDY ZŠ.....	- 61 -
1.6	TESTOVÁ ÚLOHA Č. 2 A JEJÍ ŘEŠENÍ ŽÁKY 5. TŘÍDY ZŠ.....	- 64 -
1.7	TESTOVÁ ÚLOHA Č. 3 A JEJÍ ŘEŠENÍ ŽÁKY 5. TŘÍDY ZŠ.....	- 67 -
1.8	TESTOVÁ ÚLOHA Č. 4 A JEJÍ ŘEŠENÍ ŽÁKY 5. TŘÍDY ZŠ:	- 69 -
1.9	TESTOVÁ ÚLOHA Č. 5 A JEJÍ ŘEŠENÍ ŽÁKY 5. TŘÍDY ZŠ.....	- 70 -
1.10	ZÁVISLOST VÝSLEDKU TESTU NA KLASIFIKACI ŽÁKŮ	- 72 -
	ZÁVĚR.....	- 75 -
	SEZNAM POUŽITÝCH PRAMENŮ A LITERATURY.....	- 76 -
	SEZNAM ZKRATEK.....	- 79 -
	SEZNAM GRAFŮ	- 80 -
	SEZNAM OBRÁZKŮ	- 81 -
	SEZNAM TABULEK.....	- 82 -
	SEZNAM PŘÍLOH	- 83 -

Úvod

Matematika je vědní obor, se kterým se běžně setkáváme v našem každodenním životě. Již děti předškolního věku si dokáží osvojit postupy, kterými si jednoduše spočítají, kolik zaplatí, koupí-li si například jednu nebo dvě čokolády. V pozdějším věku se učí hledat mezi jednotlivými jevy závislosti a vztahy. Postupně dospějí i k zájmu seznámit se s grafy, diagramy, tabulkami a výsledky v nich uvedené, protože se s nimi v běžném životě velmi často setkávají.

Diplomová práce s názvem „Rozvíjení pojmu funkce ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ“ je zaměřena na tematický okruh Rámcového vzdělávacího plánu pro základní vzdělávání „Závislosti, vztahy a práce s daty“, jehož náplní jsou právě i grafy, diagramy a tabulky. Toto téma je v kurikulárních dokumentech zařazeno nově a jistě si zaslouží pozornost.

Práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. V teoretické části jsou uvedeny základní pojmy, které se týkají funkcí, jejich vlastností a funkčního myšlení. Pojmy z kurikulárních dokumentů jsou zde také stručně vysvětleny a rovněž jsou představeny ukázky ilustračních úloh ze Standardů matematiky.

Praktická část využívá poznatků uvedených v teoretické části k realizaci výzkumných šetření. Cílem těchto šetření je zjistit, jak učitelé na 1. stupni ZŠ vnímají, rozumí a interpretují pojem funkce a funkční myšlení v kontextu praxe vyučování matematiky na ZŠ a jak žáci 5. ročníku ZŠ dovedou řešit úlohy, které realizují tematický okruh RVP ZV „Závislosti, vztahy a práce s daty“. K realizaci výzkumného šetření byl použit dotazník pro učitele na 1. stupni ZŠ a také nestandardizovaný didaktický test pro žáky 5. ročníku ZŠ. Do testu byly zařazeny především úlohy ze Standardu matematiky, protože jsme chtěli zjistit, jak jejich řešení žáci 5. ročníku na ZŠ zvládnou.

Samotný závěr práce nejen shrnuje výsledky šetření, ale navíc navrhuje vhodné poznatky pro vlastní pedagogickou praxi.

I Teoretická část

Smyslem řazení následujících kapitol teoretické části diplomové práce je pouze připomenutí pojmů a poznatků, které jsou potřebné k tematickému okruhu Rámcového vzdělávacího plánu pro základní vzdělávání (RVP ZV) „Závislosti, vztahy a práce s daty“ a nečiní si nárok na úplnost zpracování tématu.

1 Stručný historický přehled

Slovo matematika se objevilo poprvé ve starém Řecku („mathema“ znamená v překladu „poznání“). Z historického hlediska se obvykle vyčleňují čtyři vývojová období (Květoň, 1990):

1. období – období vzniku matematiky (nejstarší období až do 5. stol. př. n. l.),
2. období – období elementární matematiky – tzv. období matematiky konstantních veličin (5. stol. př. n. l. – 17. stol. n. l.),
3. období – tzv. období matematiky proměnných veličin (17. stol. – 1. polovina 19. stol.),
4. období – období současné matematiky (od poloviny 19. stol. současnost).

První období je charakterizováno praktickými výpočty a měřením, vytváří se pojem číslo a obrazec. V druhém období již vzniká pojem matematiky jako samostatné vědecké disciplíny. V tomto období se již poznatky nezískávají experimentálně, ale uplatňuje se zdůvodňování na základě logicky správně prováděného usuzování. (Květoň, 1990, s. 19) V 16. století došlo k rozmachu evropské matematiky. Francois Viète použil jako první písmen pro označení konstant a proměnných a položil tak základy nové moderní matematické symboliky. (Šedivý, 1984)

1.1 Pohled do historie pojmu funkce

Zásadní změna ve vývoji matematiky jako vědy nastává v 17. století, kdy přechází tzv. období matematiky konstantních veličin do tzv. období matematiky proměnných veličin. Matematika se zaměřila především na zkoumání funkčních vztahů mezi veličinami a na přeměnu geometrických útvarů. Významnými osobnostmi třetího období jsou především René Descartes, Isaac Newton a Gottfried Wilhelm Leibnitz, kteří zavedli do matematiky pojem funkce, respektive objevili diferenciální a integrální počet. (Květoň, 2005)

Rozvoj teorie funkcí přispěl k rozvoji matematické oblasti, kterou je matematická analýza. Leonhard Euler jako první přesně formuloval názor, že matematická analýza je obecná věda o funkcích. Pojem funkce však byl odlišný od toho, který známe dnes. V počátcích se pod pojmem funkce rozuměl určitý analytický výraz. První definici funkce vyslovil v roce 1718 Johann Bernoulli, když napsal: „Funkcí proměnné veličiny se nazývá veličina, která je sestavena libovolným způsobem z proměnné veličiny a konstant.“ Eulerova definice z roku 1748 je však přesnější: „Funkce proměnné veličiny je analytický výraz sestavený libovolně z této proměnné veličiny a veličin konstantních.“ (Šedivý, 1984)

Euler však již v této době věděl, že se v matematice vyskytují i „neanalytické“ funkce, a proto uvedl v roce 1755 novou širší definici: „Když některé veličiny závisí na jiných tak, že při změně těchto (druhých) se také pozmění, říkáme, že první jsou funkcí druhých.“ Euler se snažil o velmi obecné pojetí funkce, které je hodně blízké dnešnímu. (Šedivý, 1984)

V posledním období byly upřesněny základy matematické analýzy, byla sestavena přesná teorie reálných čísel, zpřesněny pojmy funkce, limita a integrál. Georg Cantor položil základy teorie množin, která se stala jedním z obecných základů současné matematiky.

Matematická analýza v této době získává zázemí na mnoha vysokých školách. Její rozvoj je podmíněn vzrůstajícím počtem matematiků. Zvyšují se také požadavky na kvalitu výuky matematiky. Hlavní otázkou bylo vyjasnění základních pojmů matematické analýzy a dokazování matematických tvrzení. (Šedivý, 1984)

1.2 Pohled do historie pojmu funkčního myšlení

Vývojové změny ve vědním oboru matematika mají svůj odraz i ve školské matematice. Až do 18. století byl didaktický a vědecký systém matematiky v úzkém sepětí. Skoro všechny matematické objevy se stávají předmětem vyučování a matematika se tak stále modernizuje. Od poloviny 18. století dochází k rychlejšímu rozvoji techniky, to má za následek i intenzivnější práci v matematice. Nové teorie však jsou již více náročné a ve škole nenacházejí uplatnění. Proto je nutné při tvorbě učebnic provádět výběr učiva a přizpůsobit ho potřebám školy. Tato situace dává prostor pro vznik teoretické disciplíny – didaktika matematiky. Rozvoj matematiky v 19. století se projevil mimo jiné i vytvářením stále obecnějších pojmů, které však zůstávaly na úrovni vysoké matematiky. Postupně se však tyto pojmy stávaly pojmy výchozími, základními a jednotícími, na nichž spočívá celá matematika. Tento obrat se však nemohl aplikovat ve škole, což byl zásadní důvod, proč se prohlubovala distance mezi pojmovým základem, jazykem a aparátem matematiky vědecké a školské. Proto dochází na konci 19. století a především ve 20. století k několika pokusům usilujícím o překonání prohlubujících se rozporů. (Divíšek, 1989)

V říjnu 1872 přednesl Felix Klein (1849 – 1925) na Univerzitě v Erlangenu přednášku, která se později stala známá jako Erlangenský program. Hlavní myšlenky vyslovené na přednášce vycházejí z matematiky klasické, ale dodnes jsou součástí živého základu moderní matematiky. Program obsahoval pojmovou syntézu nejrůznějších, do té doby oddělených, matematických disciplín, které se vyvíjely nezávisle jedna na druhé. Přestože se Kleinova přednáška zabývala především geometrií, byla jednotícím impulsem pro celou matematiku. (Divíšek, 1989, s. 248)

V roce 1905 byl v Německu vyhlášen tzv. Meranský program, jehož obsah ovlivnil právě Felix Klein. V té době byl F. Klein vůdčí osobností hnutí za reformu matematického vzdělávání ve školách v Evropě. Prosazoval pozvednutí vyučování na vyšší teoretickou úroveň a to tím, že by výuka byla mnohem více propojena s novými poznatky v matematice. Za základ veškerého vyučování v matematice prohlásil funkční myšlení. (Květoň, 1990)

V roce 1908 byla na kongresu v Římě ustanovena Komise pro vyučování matematice CIEM (La Commission Internationale de L'Enseignement Mathématique). Organizátorská práce byla mimo jiné svěřena F. Kleinovi. Hlavním úkolem komise bylo na základě studia vyučování matematice v různých zemích vymezit obecné principy vedoucí ke zlepšení práce učitelů a stanovit matematické disciplíny, které jsou nezbytnou součástí všeobecného vzdělávání – tzv. Základní program. Již v této době komise navrhla zavést ve škole pojmy funkce a množina. Od této chvíle začal pronikat pojem funkce do škol i v naší republice, nejdříve jako součást středoškolského učiva a od roku 1960 se dostal i do osnov základní školy. (Divíšek, 1989)

2 Funkční myšlení

Funkční myšlení je takové myšlení, které má smysl pro kauzalitu (příčinnost jevů) a cit pro závislosti. (Funkční myšlení. [online]. 2012)

Funkční myšlení jedince nesouvisí přímo s pojmem funkce, začíná se vyvíjet již mnohem dříve, než je pojem funkce definován na 2. stupni základní školy. Už děti předškolního věku se na konkrétních situacích z běžného života setkávají s příčinností jevů a různými závislostmi. Dalo by se také říct, že se na vzniku a rozvoji funkčního myšlení podílí i rodinná výchova. Čtení pohádek, kde věci mají svůj řád, jsou jasné příčiny a důsledky (konání zla je potrestáno a konání dobra je odměňováno), jistě poskytuje dobrý základ pro rozvoj logického a funkčního myšlení.

Na prvním stupni základní školy již žáci pracují s konkrétními tabulkami závislostí, kreslí jednoduché grafy a diagramy. V této propedeutické fázi pojmu funkce se sice o funkci vůbec nemluví, ale i přesto má tato část velký vliv na rozvoj a posilování funkčního myšlení. Zkoumání různých závislostí směřuje k pochopení pojmu funkce. (Funkční myšlení. [online]. 2012)

Funkční myšlení se vyznačuje dynamikou (představy objektů v jejich pohybu a změně), postihováním závislosti mezi jevy a širokou možností aplikací.

Funkční myšlení lze rozvíjet dvojím způsobem:

- přímé (vnitřní) rozvíjení – práce s funkcemi, studiem vlastností funkcí,
- nepřímé (vnější) rozvíjení – řešení úloh s funkčním obsahem, využívání funkcí v různých situacích.

Vývoj funkčního myšlení lze rozdělit do tří etap:

- 1) na základě životních zkušeností si děti vytvářejí představy kvantitativních vazeb,
- 2) žák začíná využívat nabytých zkušeností při řešení některých problémů (trojčlenka, úměrnost, tabulky závislostí, ...),
- 3) systematická práce s funkcemi. (Didaktika matematiky. [online]. 2011)

3 Funkce

Základní pojmy jsou v následujících kapitolách převzaty z následujících publikací:

- ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia - funkce*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2011. ISBN 978-80-7196-357-8.
- POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 8. vydání. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-267-8.
- STOPENOVÁ, Anna. *Základy matematiky 3*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005, 65 s. Texty k distančnímu vzdělávání v rámci kombinovaného studia. ISBN 80-244-1069-9.

3.1 Zavedení pojmu funkce

K zavedení pojmu funkce na základních školách můžeme použít dva základní přístupy zavedení pojmu. První z přístupů je chápání pojmu funkce jako *předpis* nebo *pravidlo*, kdy jednomu prvku z jedné množiny přiřadíme prvek z množiny jiné. Žáci znají z běžného života mnoho závislostí a učí se vnímat, že jedné hodnotě je vždy přiřazena jedna hodnota. Například každé osobě je přiřazeno jediné rodné číslo nebo určitému druhu zboží je přiřazena jeho cena. Můžeme tedy říci, že každému prvku určité množiny je přiřazeno určité reálné číslo. A toto číslo je právě jedno. Na základě uvedení mnoha konkrétních příkladů, tj. induktivního přístupu, můžeme vyslovit definici funkce.

Funkce na množině $A \subset R$ je *předpis*, který každému číslu z množiny A přiřazuje právě jedno reálné číslo. (Odvárko, 2011)

3.2 Funkce jako speciální případ zobrazení

Druhý přístup zavedení pojmu funkce je *množinový přístup*, kdy je funkce chápána jako množina uspořádaných dvojic s vlastností jednoznačnosti druhé složky. Při zavádění pojmu postupujeme takto: Nejdříve definujeme *kartézský součin* dvou množin $A \times B = \{[x, y]; x \in A \wedge y \in B\}$, potom definujeme pojem *binární relace z A do B* jako libovolnou podmnožinu kartézského součinu $A \times B$ a definujeme *zobrazení z A do B* jako speciální relaci.

Relaci $Z \subset A \times B$ nazveme *zobrazením z množiny A do množiny B*, právě když ke každému prvku $a \in A$ existuje nejvýše jeden prvek $b \in B$ takový, že $[a, b] \in Z$. Jestliže $[a, b] \in Z$, pak prvek a se nazývá *vzorem* prvku b , prvek b se nazývá *obrazem* prvku a . (Stopenová, 2012, s. 7)

Z množinového hlediska definujeme funkci f jako množinu U všech uspořádaných dvojic $[x, y]$ reálných čísel R , pro něž platí, že ke každému $x \in R$ existuje právě jedno $y \in R$ tak, že $[x, y] \in U$. (Stopenová, 2012, s. 18)

Funkci můžeme tedy chápat jako speciální případ zobrazení. Nechť A , B jsou neprázdné množiny reálných čísel, $A \subset R$ a $B = R$. Přiřadíme-li každému číslu $x \in A$ právě jedno číslo $y \in B$, dostaneme množinu f uspořádaných dvojic (x, y) reálných čísel, která se nazývá *funkce reálné proměnné x*. (Polák, 2005, s. 112)

V současnosti se na našich základních školách používá k definování pojmu funkce převážně klasický způsob, pojetí funkce jako předpis. Množinový způsob se používá na středních a vysokých školách.

3.3 Definiční obor a obor hodnot funkce

Symbolem x je označena proměnná, zvaná také *argument funkce f*. Jednotlivým číslům množiny A se říká *hodnoty proměnné (argumentu)*. Množina A všech hodnot proměnné x se nazývá *definiční obor funkce f* a značí se $D(f)$ nebo D_f .

Číslo y přiřazené číslu x se nazývá *funkční hodnota* neboli hodnota funkce f v bodě x a značí se také $f(x)$; píšeme $y = f(x)$ nebo $x \rightarrow f(x)$. Množina všech hodnot funkce f se nazývá *obor hodnot funkce f* nebo *obor funkčních hodnot funkce f* a značí se $H(f)$ nebo H_f . (Polák, 2005, s. 112)

3.4 Graf funkce

Graf funkce nám poskytuje názornou představu o vlastnostech funkce. Graf funkce f sestojíme takto:

V rovině zvolíme pravoúhlou soustavu souřadnic s počátkem O a osami x , y . Pro všechna $x \in D(f)$ každé uspořádané dvojici reálných čísel $[x, f(x)]$ přiřadíme v této rovině bod, který má (v uvedeném pořadí) souřadnice x , $y = f(x)$. Množinu všech takových bodů roviny nazýváme *grafem funkce f* . (Polák, 2005, s. 113)

3.5 Soustava souřadnic

Soustava souřadnic v rovině se skládá ze dvou na sebe navzájem kolmých přímek. Přímka vodorovná (osa x nebo tzv. první osa souřadnic) a přímka svislá (osa y nebo tzv. druhá osa souřadnic). Průsečík os se nazývá *počátek soustavy souřadnic* a většinou se značí číslem 0. Počátek soustavy souřadnic rozděluje každou osu na dvě opačné polopřímky. Na jednu polopřímku nanášíme obrazy kladných čísel, nazývá se *kladná polopřímka*. Na druhou polopřímku nanášíme pouze obrazy záporných čísel, nazývá se tedy *záporná polopřímka*.

3.6 Způsob zadání funkce

Polák (2005) uvádí, že k zadání funkcí je potřeba stanovit si:

- 1) Definiční obor funkce $D(f)$,
- 2) Funkční předpis - pravidlo, podle kterého je ke každému číslu $x \in D(f)$ přiřazena jednoznačně funkční hodnota $y = f(x)$.

Podle formy funkčního předpisu rozlišujeme tyto základní způsoby zadání funkce f :

- Analytické zadání - funkční předpis je dán vzorcem, nebo-li rovnicí ve tvaru $y = f(x)$, kde $f(x)$ je výraz s proměnnou x , respektive konstanta.
Například $f(x) = x + 5$, $f(x) = 5$. Jedná se o nejčastější způsob zadání.
- Grafické zadání - funkční předpis je dán grafem funkce.
- Zadání výčtem (*tabelární zadání*) - funkční předpis je dán výčtem (tabulkou) všech nebo několika uspořádaných dvojic $[x, y = f(x)]$ hodnot argumentu x a příslušných funkčních hodnot $f(x)$. Tento způsob zadání lze použít jen v případě, že definiční obor funkce je konečná množina.

4 Základní typy funkcí školské matematiky

Z odborné literatury uvádím krátký přehled definic nejdůležitějších typů a vlastností funkcí bez bližší analýzy pojmu. Uvedené pojmy budou použity při charakteristice jednotlivých typů funkcí.

a) Sudá funkce, lichá funkce

Nechť funkce f s definičním oborem $D(f)$ má tuto vlastnost: Je-li $x \in R$, pak také $-x \in D(f)$. Rozlišujeme dva významné typy takových funkcí: 1. Funkce f se nazývá *sudá funkce*, právě když pro každé $x \in D(f)$ je $f(-x) = f(x)$. 2. Funkce f se nazývá *lichá funkce*, právě když pro každé $x \in D(f)$ je $f(-x) = -f(x)$. (Polák, 2005, s. 117)

b) Periodická funkce

Funkce f se nazývá *periodická funkce*, právě když existuje takové reálné číslo $p \neq 0$, že pro každé $x \in D(f)$ je také $x \pm p \in D(f)$ a platí $f(x \pm p) = f(x)$. Číslo p se nazývá perioda funkce f . (Polák, 2005, 118).

c) Funkce omezená (zdola, shora)

Nechť f je daná funkce a M podmnožina jejího definičního oboru $D(f)$. Funkce f se nazývá *funkce zdola omezená na množině M* , právě když existuje číslo $d \in R$ takové, že pro všechna $x \in M$ je $f(x) \geq d$. Funkce f se nazývá *funkce shora omezená na množině M* , právě když existuje číslo $h \in R$ takové, že pro všechna $x \in M$ je $f(x) \leq h$. Funkce f se nazývá *funkce omezená na množině M* , právě když je zdola omezená a shora omezená na M . (Polák, 2005, s. 118)

d) Monotónní funkce

Nechť f je funkce, M podmnožina jejího definičního oboru $D(f)$. Funkce f se nazývá *funkce rostoucí na množině M* , právě když pro každé dva prvky x_1, x_2 z M platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) < f(x_2)$. Funkce f se nazývá *funkce klesající na množině M* , právě když pro každé dva prvky x_1, x_2 z M platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) > f(x_2)$. Funkce f se nazývá *funkce neklesající na množině M* , právě když pro každé dva prvky x_1, x_2 z M platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) \leq f(x_2)$. Funkce f se nazývá *funkce nerostoucí na množině M* , právě když pro každé dva prvky x_1, x_2 z M platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) \geq f(x_2)$. (Polák, 2005, s. 120)

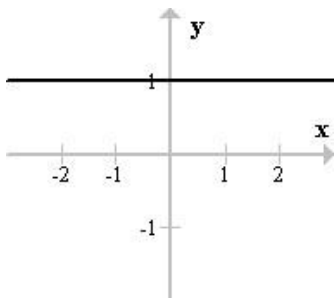
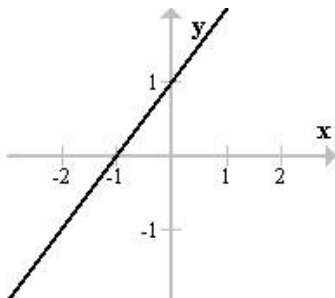
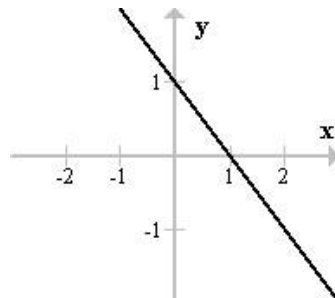
e) Prostá funkce

Funkce f s definičním oborem $D(f)$ se nazývá *prostá funkce*, právě když pro každou dvojici $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$. (Polák, 2005, s. 121)

4.1 Lineární funkce

Lineární funkci nazýváme každou funkci $f: y = ax + b$, kde a, b jsou reálná čísla, která nejsou zároveň rovna 0. Definiční obor funkce je množina všech reálných čísel. (Stopenová, 2005)

Základní vlastnosti lineárních funkcí jsou přehledně uvedeny v následující tabulce: (Polák, 2005, s. 126)

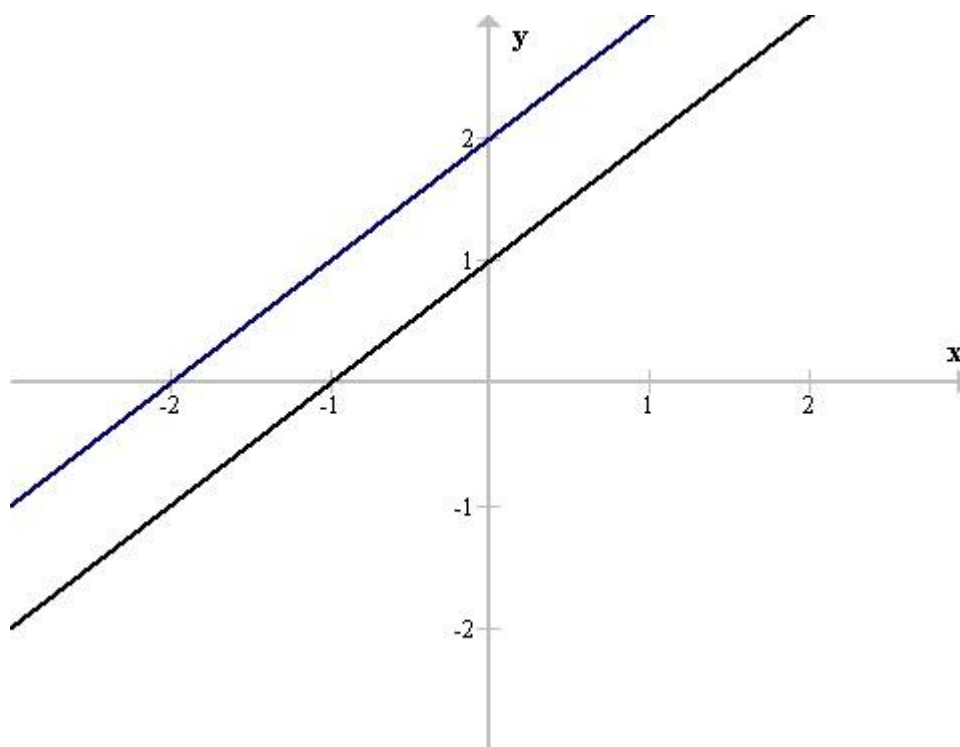
$a = 0$	$a > 0$	$a < 0$
 $y = 1$	 $y = x + 1$	 $y = -x + 1$
$D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \{b\}$	$D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \mathbb{R}$	$D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \mathbb{R}$
Je omezená.	Není ani shora, ani zdola omezená.	Není ani shora, ani zdola omezená.
Je nerostoucí a neklesající, není prostá.	Je rostoucí, a tedy prostá.	Je klesající, a tedy prostá.
V každém $x \in \mathbb{R}$ má maximum a minimum.	Nemá maximum ani minimum.	Nemá maximum ani minimum.

Tabulka č. 1 Vlastnosti lineárních funkcí.

4.1.1 Graf lineární funkce

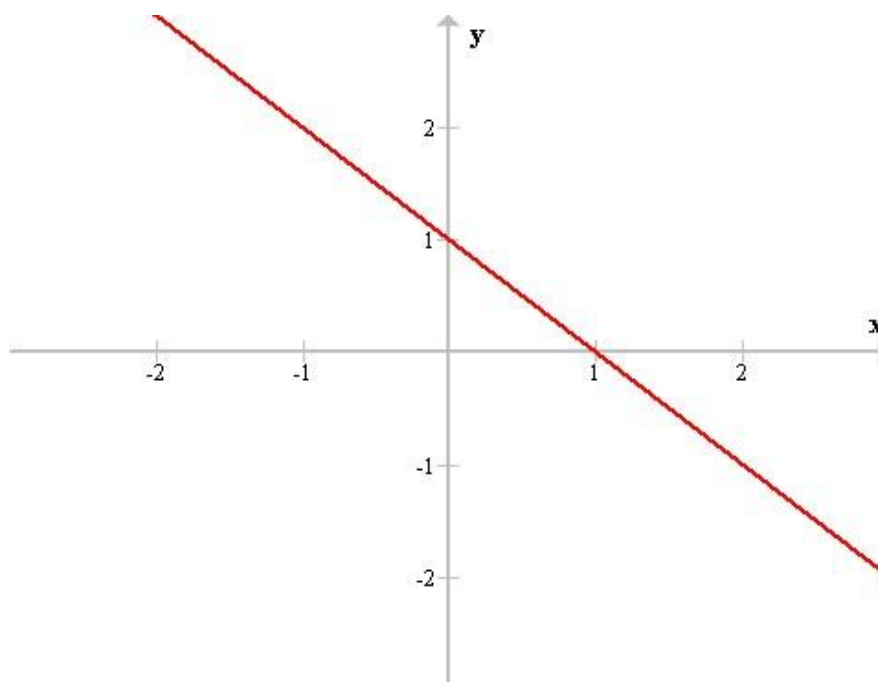
Grafem každé lineární funkce je přímka, která je různoběžná s osou y . Je-li $a = 0$, je to rovnoběžka s osou x . Abychom určili tuto přímku, stačí nám znát bod $[0, b]$. Je-li $a \neq 0$, je grafem lineární funkce různoběžka s osou x , která je určena dvěma různými body $[x_1, ax_1 + b]$, $[x_2, ax_2 + b]$, kde x_1 a $x_2 \neq x$ volíme libovolně. (Polák, 2005, s. 126)

Jsou-li dvě lineární rovnice určeny rovnicemi $y = a_1x + b_1$, $y = a_2x + b_2$ a jestliže $a_1 = a_2$, pak jsou grafy těchto funkcí navzájem rovnoběžné přímky. (Obr. č. 1) Koeficient b určuje posunutí grafu lineární funkce ve směru osy y . Udává tedy y -ovou souřadnici průsečíku s osou y . (Obr. č. 1)



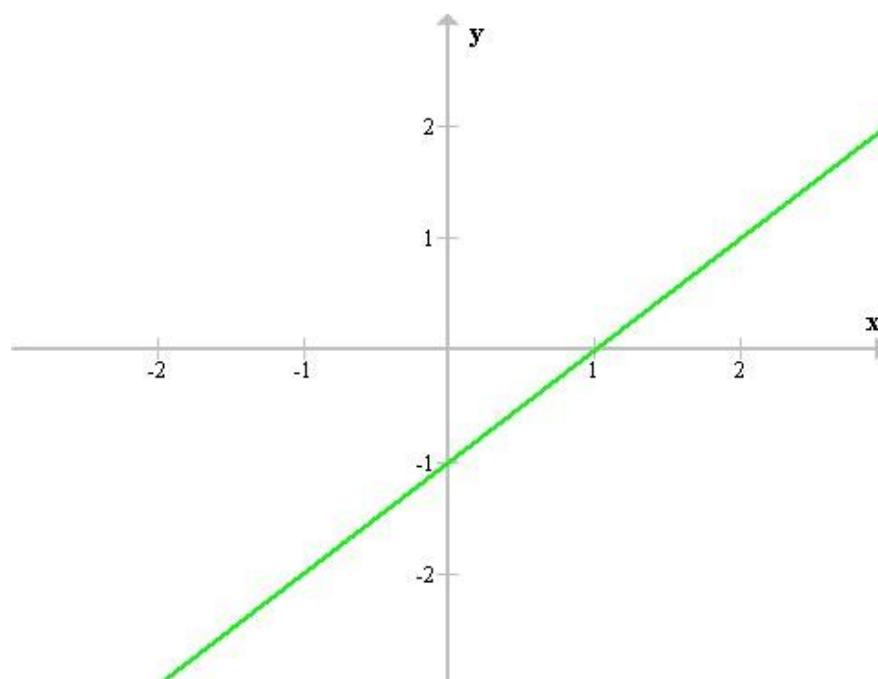
Obr. č. 1 Graf lineárních funkcí $y = x + 1$, $y = x + 2$.

Funkce f je *klesající*, právě když pro každé dvě hodnoty x_1, x_2 jejího definičního oboru $D(f)$ platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) > f(x_2)$. (Obr. č. 2), (Odvárko, 2011, s. 34)



Obr. č. 2 Graf klesající lineární funkce $y = -x + 1$.

Funkce f je *rostoucí*, právě když pro každé dvě hodnoty x_1, x_2 jejího definičního oboru $D(f)$ platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) < f(x_2)$. (Obr. č. 3), (Odvárko, 2011, s. 34)



Obr. č. 3 Graf rostoucí lineární funkce $y = x - 1$.

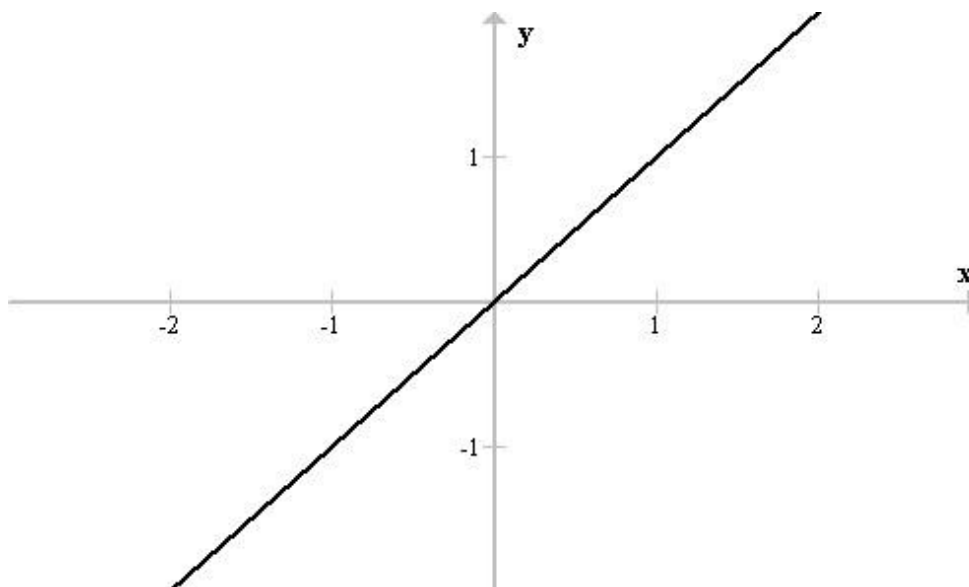
Protože přímka je určena dvěma různými body, postačí nám k sestrojení grafu jakékoliv lineární funkce spojit přímkou obrazy dvou bodů, jejichž souřadnice vyhovují rovnici lineární funkce. Je výhodné zvolit průsečíky grafu s osami x a y . (Kuřina, 2009, s. 105)

4.2 Přímá úměrnost

Přímá úměrnost je speciální případ lineární funkce, kdy $a \neq 0$, $b = 0$. Přímou úměrnost můžeme tedy zapsat předpisem $y = kx$, kde k je *koeficient přímé úměrnosti*. V přímé úměrnosti platí, že kolikrát se zvětší (zmenší) jedna veličina, tolikrát se zvětší (zmenší) druhá veličina. (Stopenová, 2005)

4.2.1 Graf přímé úměrnosti

U grafu přímé úměrnosti je podmínkou, že přímka prochází počátkem soustavy souřadnic.



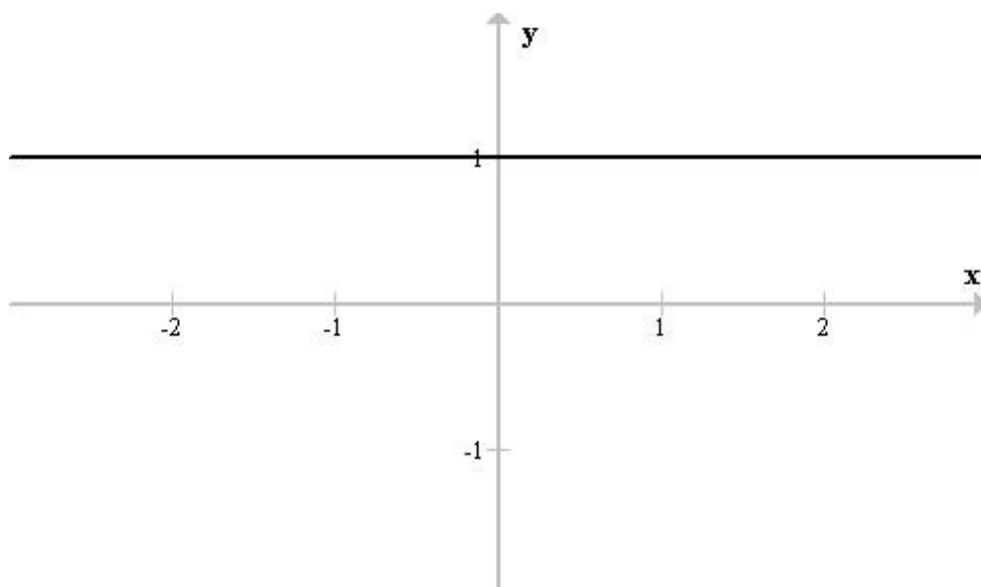
Obr. č. 4 Graf přímé úměrnosti $y = x$.

4.3 Konstantní funkce

Funkce $f: y = k$, kde k je reálné číslo, se nazývá **konstantní funkce**. Definiční obor funkce je množina všech reálných čísel, obor hodnot je k . (Stopenová, 2005, s. 20)

4.3.1 Graf konstantní funkce

Graf konstantní funkce je přímka, která je rovnoběžná s osou x a na ose y prochází bodem $Y = [0, k]$. (Stopenová, 2005, s. 20)



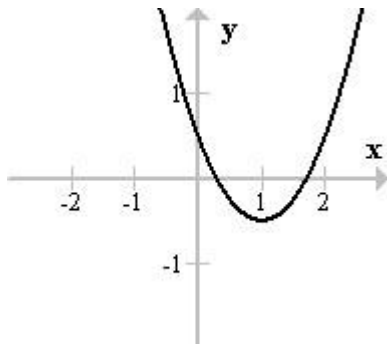
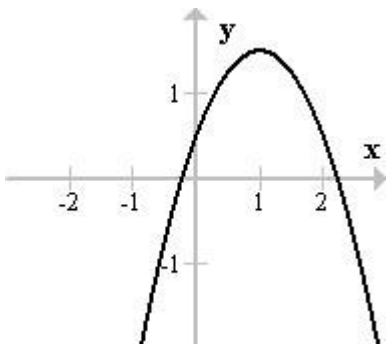
Obr. č. 5 Graf konstantní funkce $y = 1$.

4.4 Kvadratická funkce

Kvadratickou funkcí nazýváme každou funkci $f: y = ax^2 + bx + c$, kde $a \neq 0$. Definiční obor funkce je množina všech reálných čísel.

Položíme-li $a = 1$, $b = c = 0$, dostáváme nejjednodušší kvadratickou funkci $f: y = x^2$, která se také nazývá základní kvadratická funkce.

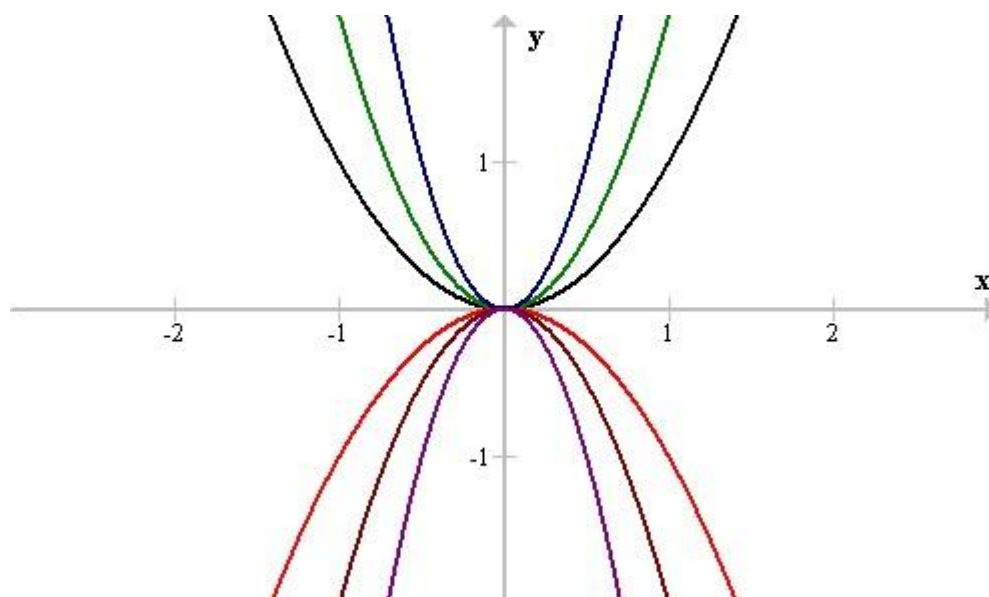
Vlastnosti kvadratických funkcí jsou shrnuty v následující tabulce:
(Polák, 2005, s. 127)

$a > 0$	$a < 0$
 $y = x^2 - 2x + \frac{1}{2}$	 $y = -x^2 + 2x + \frac{1}{2}$
$D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \left[c - \frac{b^2}{4a}, +\infty \right)$	$D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \left(-\infty, c - \frac{b^2}{4a} \right]$
Je zdola omezená, není shora omezená.	Je shora omezená, není zdola omezená.
Je rostoucí v $\left(-\frac{b}{2a}, +\infty \right)$.	Je rostoucí v $\left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right)$.
Je klesající v $\left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right)$.	Je klesající v $\left(-\frac{b}{2a}, +\infty \right)$.
V bodě $x_0 = -\frac{b}{2a}$ má ostré minimum $y_0 = c - \frac{b^2}{4a}$.	V bodě má $x_0 = -\frac{b}{2a}$ ostré maximum $y_0 = c - \frac{b^2}{4a}$.

Tabulka č. 2 Vlastnosti kvadratických funkcí.

4.4.1 Graf kvadratické funkce

Grafem každé kvadratické funkce je křivka, která se nazývá *parabola*. Tato křivka je souměrná podle osy o rovnoběžné s osou y . Průsečík s osou o a *parabolou* se nazývá *vrchol paraboly*.



Obr. č. 6 Graf kvadratických funkcí $y=x^2$, $y=2x^2$, $y=4x^2$, $y=-x^2$, $y=-2x^2$, $y=-4x^2$

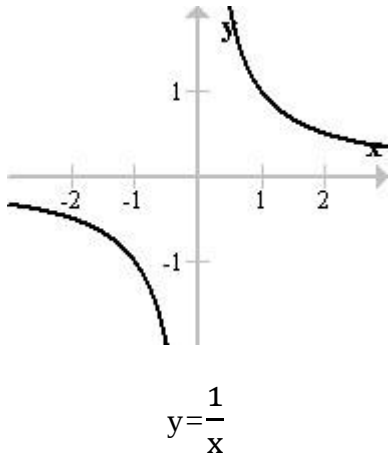
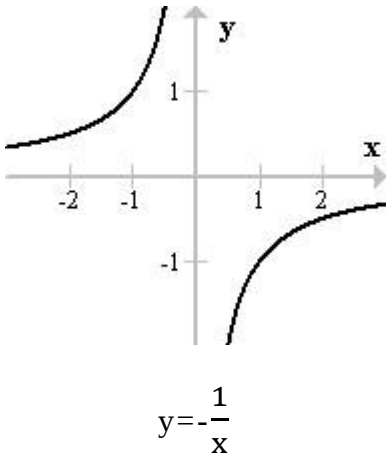
4.5 Lineární lomená funkce

4.5.1 Nepřímá úměrnost

Nepřímá úměrnost je každá funkce $f: y = k/x$, kde $k \neq 0$. Definiční obor funkce je množina všech reálných čísel různých od nuly.

V nepřímé úměrnosti platí, že kolikrát se zvětší (zmenší) jedna veličina, tolikrát se zmenší (zvětší) druhá veličina. (Stopenová, 2005, s. 23)

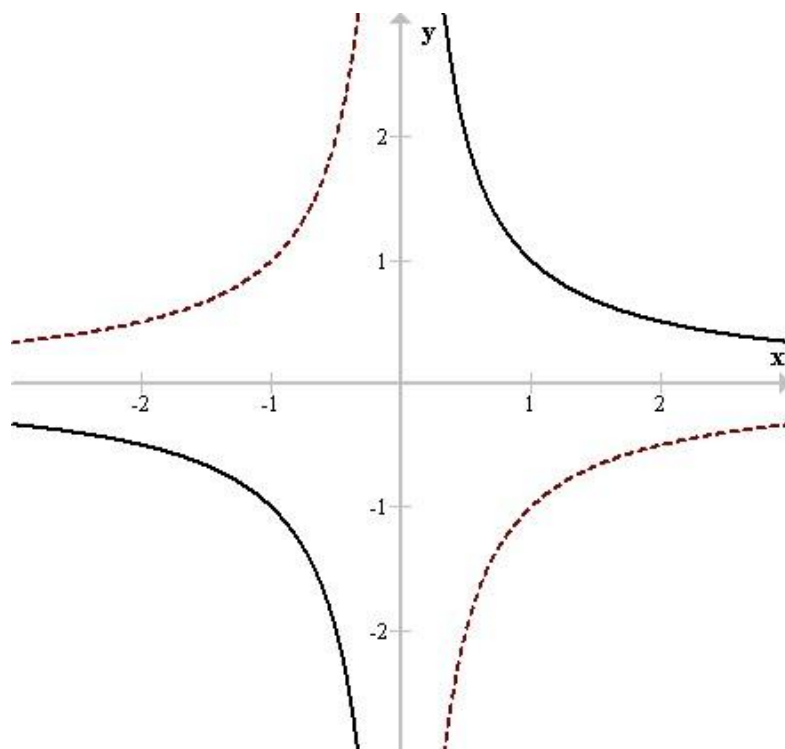
Základní vlastnosti nepřímé úměrnosti jsou shrnuty v následující tabulce: (Polák, 2005, s. 131)

$k > 0$	$k < 0$
	
$D(f) = \mathbb{R} - \{0\}, H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$	$D(f) = \mathbb{R} - \{0\}, H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
Je lichá.	Je lichá.
Není ani shora omezená, ani zdola omezená.	Není ani shora omezená, ani zdola omezená.
Je klesající v $(-\infty, 0)$ a v $(0, +\infty)$.	Je rostoucí v $(-\infty, 0)$ a v $(0, +\infty)$.
Nemá maximum ani minimum.	Nemá maximum ani minimum.

Tabulka č. 3 Vlastnosti nepřímé úměrnosti.

4.5.2 Graf nepřímé úměrnosti

Grafem nepřímé úměrnosti je rovnoosá hyperbola, která se pro $k > 0$ nachází v 1. a 3. kvadrantu, pro $k < 0$ ve 2. a 4. kvadrantu. (Stopenová, 2005, s. 23)



Obr. č. 7 Graf nepřímé úměrnosti $y = 1/x$, $y = -1/x$.

5 Funkce ve školské matematice

5.1 Kurikulární dokumenty

Kurikulární dokumenty jsou zformulovány v Národním programu rozvoje vzdělávání v ČR (tzv. Bílé knize) a jsou zakotveny v zákoně č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání. Kurikulární dokumenty jsou vytvářeny ve dvou úrovních – státní a školní.

Státní úroveň v systému kurikulárních dokumentů představují Národní program vzdělávání a rámcové vzdělávací programy (RVP ZV). Národní program vzdělávání vymezuje počáteční vzdělávání jako celek, rámcové vzdělávací programy vymezují závazné rámce vzdělávání pro jeho jednotlivé etapy (předškolní, základní a střední vzdělávání).

Školní úroveň pak představují školní vzdělávací programy (ŠVP), podle kterých se uskutečňuje vzdělávání na jednotlivých školách. Národní program vzdělávání, rámcové vzdělávací dokumenty i školní vzdělávací programy jsou veřejné dokumenty, které jsou přístupné pedagogické i nepedagogické veřejnosti.

5.2 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

V roce 2004 Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) schválilo nové principy pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let. Schválením nového zákona č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání dostali pedagogové do rukou možnost vytvořit si vlastní vzdělávací program, který je založený na jejich vlastních představách a zkušenostech s výukou.

Rámcové vzdělávací programy vycházejí z nové strategie vzdělávání, která zdůrazňuje klíčové kompetence, jejich provázanost se vzdělávacím obsahem a uplatnění získaných vědomostí a dovedností v praktickém životě. Rámcové vzdělávací programy podporují pedagogickou autonomii škol a profesní odpovědnost učitelů za výsledky vzdělávání. Specifikují úroveň klíčových kompetencí, již by měli žáci dosáhnout na konci základního

vzdělávání a vymezují vzdělávací oblasti – očekávané výstupy a učivo. (RVP ZV, 2007)

5.2.1 Klíčové kompetence

Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti. (RVP ZV, 2007, str.14)

Osvojování klíčových kompetencí je dlouhodobý a velmi složitý proces, který začíná již v předškolním vzdělávání a pokračuje dále v základním a středním vzdělávání.

Klíčové kompetence se vzájemně různými způsoby prolínají, mají mezipředmětovou podobu a lze je získat jen jako výsledek celkového vzdělávacího procesu.

Základní vzdělávání je zaměřeno na tyto kompetence:



Obr. č. 8 Klíčové kompetence.

5.2.2 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. (RVP ZV, str.29)

Vzdělávací obsah vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace je rozdělen do čtyř tematických okruhů:

- Číslo a početní operace,
- Závislosti, vztahy a práce s daty,
- Geometrie v rovině a prostoru,
- Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

V tematickém okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty se žáci mají naučit rozpoznávat určité typy změn a závislostí, které jsou projevem běžných jevů reálného života, a seznámit se s jejich reprezentacemi. Žáci si uvědomují změny a závislosti známých jevů, docházejí k poznání a pochopení, že změnou může být růst i pokles a že změna může nabývat také nulové hodnoty. Tyto změny a závislosti žáci zjišťují z tabulek, diagramů a grafů.

V jednoduchých případech jsou schopni závislosti konstruovat a vyjádřit matematickým předpisem. Zkoumání závislostí vede k pochopení pojmu funkce, se kterým se žáci setkají na 2. stupni. (RVP ZV, 2007)

5.2.3 Cíle vzdělávací oblasti

Vzdělávání ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka k:

- využívání matematických poznatků a dovedností v praktických činnostech – odhady, měření a porovnávání velikostí a vzdáleností, orientace,
- rozvíjení paměti žáků prostřednictvím numerických výpočtů a osvojováním nezbytných matematických vzorců a algoritmů,

- rozvíjení kombinatorického a logického myšlení, ke kritickému usuzování a srozumitelné a věcné argumentace prostřednictvím řešení matematických problémů,
- rozvíjení abstraktního a exaktního myšlení osvojováním si a využíváním základních matematických pojmů a vztahů, k poznávání jejich charakteristických vlastností a na základě těchto vlastností k určování a zařazování pojmů,
- vytváření zásoby matematických nástrojů (početních operací, algoritmů, metod řešení úloh) a k efektivnímu využívání osvojeného matematického aparátu,
- vnímání složitosti světa a jeho porozumění; k rozvíjení zkušenosti s matematickým modelováním (matematizací reálných situací), k vyhodnocování matematického modelu a hranic jeho použití; k poznání, že realita je složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro různorodé situace a jedna situace může být vyjádřena různými modely,
- provádění rozboru problému a plánu řešení, odhadování výsledků, volbě správného postupu k vyřešení problému a vyhodnocování správnosti výsledku vzhledem k podmínkám úlohy nebo problému,
- přesnému a stručnému vyjadřování užíváním matematického jazyka včetně symboliky, prováděním rozborů a zápisů při řešení úloh a ke zdokonalování grafického projevu,
- rozvíjení spolupráce při řešení problémových a aplikovaných úloh vyjadřujících situace z běžného života a následně k využití získaného řešení v praxi; k poznávání možností matematiky a skutečnosti, že k výsledku lze dospět různými způsoby,
- rozvíjení důvěry ve vlastní schopnosti a možnosti při řešení úloh, k soustavné sebekontrolě při každém kroku postupu řešení, k rozvíjení systematičnosti, vytrvalosti a přesnosti, k vytváření dovednosti vyslovovat hypotézy na základě zkušenosti nebo pokusu a k jejich ověřování nebo vyvracení pomocí protipříkladů. (RVP ZV, 2007. s. 29,30)

5.2.4 Očekávané výstupy a učivo

Očekávané výstupy mají činnostní povahu, jsou prakticky zaměřené, využitelné v běžném životě a ověřitelné. (RVP ZV, 2007)

Očekávané výstupy pro 1. období (na konci 3. ročníku):

ŽÁK

- orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času,
- popisuje jednoduché závislosti z praktického života,
- doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel.

Očekávané výstupy pro 2. období (na konci 5. ročníku):

ŽÁK

- vyhledává a třídí data,
- čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy.

Učivo

- závislosti a jejich vlastnosti,
- diagramy, grafy, tabulky, jízdní řády.

Učivo uvedené v RVP ZV je pouze doporučeným učivem, které si učitelé mohou, ale nemusí při tvorbě svých školských vzdělávacích plánů (ŠVP) vybrat k zařazení. Základním vodítkem při zařazování učiva by mělo být:

1. uchování logického sledu učiva a návazností, aby bylo možné rozvíjet i učivo náročnější,
2. budování uceleného a propojeného systému pohledu na svět.

6 Standardy základního vzdělávání

Záměrem standardů je napomoci učitelům, školám, rodičům i žákům při naplňování vzdělávacích cílů. Měly by se stát oporou hodnocení žáků. Standardy jsou vytvořeny pro minimální úroveň, tedy stanovují nepřekročitelné minimum toho, co by žák měl umět a znát na konci 5. a 9. ročníku základní školy.

Na tvorbě standardů se podíleli především učitelé z praxe, kteří spolupracovali s odborníky z vysokých škol a dalších odborných pracovišť.

6.1 Standardy Matematika

Standardy matematiky jsou rozděleny na 1. stupeň a 2. stupeň. Obsahují tematický okruh RVP ZV, očekávané výstupy RVP ZV, indikátory a ilustrační úlohu.

Tato diplomová práce je zaměřena na tematický okruh RVP ZV „Závislosti, vztahy a práce s daty“, proto v následující kapitole uvedu pouze očekávané výstupy a indikátory vztahující se k tomuto tematickému okruhu.

6.1.1 Očekávané výstupy a indikátory

Pro tematický okruh RVP ZV „Závislosti, vztahy a práce s daty“ jsou ve standardech matematiky uvedeny tyto očekávané výstupy RVP ZV, indikátory a ilustrační úlohy:

Očekávaný výstup RVP ZV	Indikátory
Žák vyhledává, sbírá a třídí data	žák provádí a zapisuje jednoduchá pozorování (měření teploty, průjezd aut za daný časový limit apod.)
	žák vybírá a porovnává ze zadání úlohy data podle daného kritéria
	žák posuzuje reálnost vyhledaných údajů

Žák čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy.	žák doplní údaje do připravené tabulky nebo diagramu
	žák vytvoří na základě jednoduchého textu tabulku, sloupcový diagram
	žák vyhledá v tabulce nebo diagramu požadovaná data a porozumí vztahům mezi nimi (nejmenší, největší hodnota apod.)
	žák používá údaje z různých typů diagramů (sloupcový a kruhový diagram bez použití %)
	žák používá jednoduchých převodů jednotek času při práci s daty v jízdních řádech

Tabulka č. 4 Očekávané výstupy RVP ZV

Následující tři ilustrační úlohy byly použity v dotazníku pro učitele a v nestandardizovaném testu pro žáky 5. třídy, který je součástí praktické části diplomové práce. První dvě úlohy byly převzaty ze Standardu matematiky pro 1. stupeň a nebyly nijak upraveny. Třetí úloha byla převzata ze Standardu matematiky pro 2. stupeň a byla modifikována pro úroveň matematických znalostí žáků 1. stupně.

ÚLOHA č. 1:

V tabulce je uveden počet diváků, kteří se během uvedených tří dnů přišli podívat do pražských kin na film *Kuky se vrací*.

DEN	středa	pátek	neděle
Počet návštěvníků	490	1 509	1 954

- O kolik bylo návštěvníků v pátek více než ve středu? _____
- Kolik návštěvníků celkem vidělo film v uvedených dnech? _____
- Je z údajů možné určit, kolik návštěvníků vidělo tento film v sobotu? ANO – NE (zakroužkuj pravdivou odpověď)

ÚLOHA č. 2:

Na informační tabuli o příjezdech vlaků jsou tyto údaje:

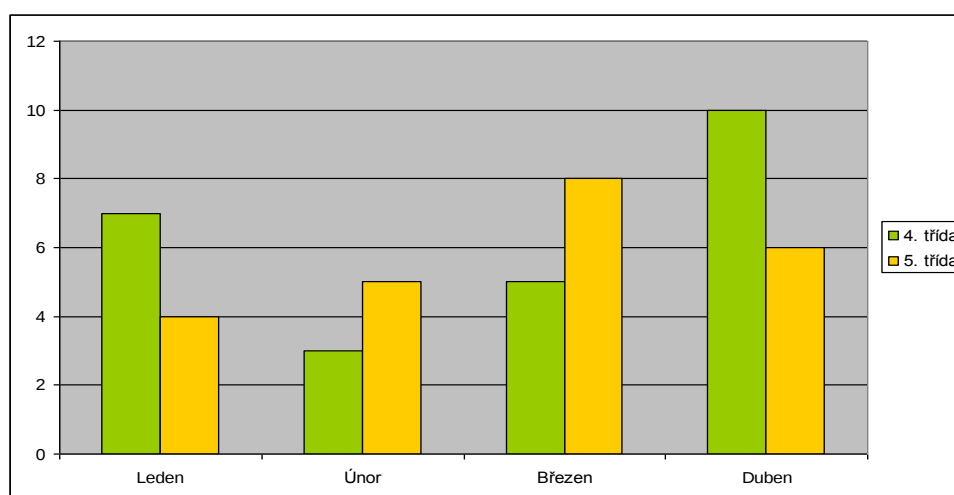
Číslo vlaku	Směr	Pravidelný příjezd	Zpoždění v minutách
Os 1	Kolín–Český Brod	12:35	70

Vyber z nabídky, v kolik hodin přijede zpožděný vlak:

- a) 19:35
- b) 13:45
- c) 13:35
- d) 13:05

ÚLOHA č. 3:

Diagram udává počet domácích úloh z matematiky ve čtyřech po sobě jdoucích měsících ve 4. třídě a v 5. třídě:



- a) Která třída dostala v uvedených měsících více úloh?
- b) Jaký byl největší počet úloh za měsíc v jednotlivých třídách?
- c) Jaký byl průměrný počet úloh za měsíc ve 4. třídě a v 5. třídě?

II Praktická část

1 Projekt výzkumného šetření

Poznatky uvedené v teoretické části se staly podkladem pro realizaci výzkumného šetření, který je podrobně popsán níže. Praktická část obsahuje dvě výzkumná šetření. První šetření je zaměřeno na zjištění jak učitelé 1. stupně ZŠ vnímají pojem funkce a funkční myšlení v kontextu praxe vyučování na 1. stupni ZŠ. K realizaci šetření byla použita dotazníková metoda. Druhé šetření je zaměřeno na zjištění znalostí a dovedností žáků z tematického okruhu RVP ZV „Závislosti, vztahy a práce s daty“. K realizaci byl použit nestandardizovaný didaktický test pro žáky 5. ročníku ZŠ.

1.1 Cíle a metody šetření

Cílem tohoto šetření je:

- zjistit, jak učitelé na 1. stupni ZŠ vnímají, rozumí a interpretují pojem funkce a funkční myšlení v kontextu praxe vyučování matematiky na ZŠ,
- zjistit, jak žáci 5. ročníku ZŠ dovedou řešit úlohy, které realizují tematický okruh RVP ZV „Závislosti, vztahy a práce s daty“.

Nástrojem pro splnění prvního cíle výzkumu je dotazník vlastní konstrukce (příloha č. 1), který obsahuje 9 otázek a 3 matematické úlohy, které se vztahují k poznatkové základně 5. třídy v tematickém okruhu RVP ZV „Závislosti, vztahy a práce s daty“.

Dotazník je velmi používanou metodou k získání dat v pedagogickém výzkumu. Časté používání dotazníku v pedagogickém výzkumu je zřejmě dáno jeho zdánlivě snadnou konstrukcí a získáním poměrně velkého počtu informací za krátký časový úsek. Jako nevýhoda se často uvádí ztráta možnosti osobního vyjádření každého respondenta. (Chrásková, 2005) Abychom učitelům co nejvíce usnadnili vyjádření svých postojů a názorů, využila jsem možnosti zařazení uzavřených nebo polouzavřených položek v dotazníku.

V dotazníku bylo použito 12 uzavřených položek a 2 otevřené položky, ve kterých mohli respondenti vyjádřit svůj názor. Součástí dotazníku byly také 3 matematické úlohy, které byly převzaty ze Standardu matematiky. Ilustrační úlohy obsahovaly 3 uzavřené položky a 1 otevřenou položku.

Z hlediska cíle, pro který je položka dotazníku určena, můžeme považovat prvních 6 otázek za kontaktní položky. Zbylé otázky můžeme považovat za funkcionálně psychologické položky. Kontrolní ani filtrační funkci v obvykle uváděném významu zde nemá ani jedna z položek. U některých otázek můžeme říct, že mají dílčí filtrační funkci, kdy na jednu otázku bezprostředně navazuje několik dalších otázek (ne však všechny následující položky). (Chráska, 2005)

Podle obsahu, který jednotlivé otázky zjišťují, můžeme rozlišit položky zjišťující osobní data a fakta o respondentech. Jedná se o položky 1 - 5. Následující položky 6 - 14 zjišťují názory a postoje učitelů na problematiku výuky funkcí na 1. stupni ZŠ. Položky, které jsou uvedeny pod jednotlivými ilustračními úlohami, zjišťují postoje a názory respondentů vztahující se k ilustračním úlohám a upřesňují jejich názor na vhodnost použití těchto úloh u žáků na 1. stupni ZŠ.

Tematicky lze dotazník rozčlenit do tří částí. V první části jsou zařazeny položky zjišťující údaje o respondentovi (otázky 1 - 6), ve druhé části zjišťujeme názory a postoje učitelů na problematiku vyučování funkcí na 1. stupni ZŠ (otázky 7 - 14) a poslední, třetí část, zjišťuje postoje a názory vztahující se na vhodnost použití ilustračních úloh ze Standardu matematiky na 1. stupni ZŠ.

Nástrojem pro splnění druhého cíle výzkumu je nestandardizovaný didaktický test vlastní konstrukce (příloha č. 2), u něhož nebyly použity všechny obvyklé kroky při jeho přípravě a jeho ověřování jako u testu standardizovaného (není ověřen na reprezentativním vzorku populace). Tento druh testu se také označuje jako učitelský. Učitelé si jej připravují sami pro svoji vlastní potřebu. (Novák, 2004)

Nestandardizovaný didaktický test použitý v diplomové práci, obsahuje 5 matematických úloh, jež se vztahují k poznatkové základně 5. třídy v tematickém okruhu „Závislosti, vztahy a práce s daty“.

. První a třetí úloha testu jsou ilustrační úlohy, které jsem převzala ze Standardů pro matematiku pro 1. stupeň ZŠ. Druhá úloha je převzata ze Standardů pro matematiku pro 2. stupeň ZŠ, byla však modifikována pro úroveň matematických znalostí žáků 1. stupně ZŠ. Čtvrtá úloha je převzata z učebnice pro 4. ročník ZŠ z nakladatelství Alter. Pátá úloha je převzata z učebnice pro 5. ročník ZŠ z nakladatelství Prodos. Všechny úlohy v testu zkoumají dovednosti a schopnosti žáků z tematického okruhu „Závislosti, vztahy a práce s daty“.

Podle typu testových položek, jsou v testu použity tři typy matematických úloh. První a druhá úloha v testu patří mezi produkční testové úlohy (s tvořenou odpovědí). Třetí úloha v testu nabízí výběr ze dvou nebo více alternativ. Na 1. stupni se úlohy s výběrem odpovědí používají jen výjimečně. Mnohem více se s nimi setkáme v testech matematických soutěží. Poslední dvě úlohy obsahují doplňovací testové položky. (Novák, 2004)

První úloha testuje, zda žáci zvládli očekávaný výstup – *žák vyhledává, sbírá a třídí data*. Úkolem žáků bylo vyčíst z tabulky potřebná data a správně je použít, aby dokázali odpovědět na dané otázky. Druhá a třetí úloha testuje, zda žáci zvládli očekávaný výstup – *žák čte jednoduché tabulky a diagramy*. V druhé úloze měli žáci zadán diagram, z něhož měli vyčíst potřebné informace, aby mohli odpovědět na dané otázky. Ve třetí úloze měli zadanou tabulku, ze které měli za úkol vyčíst potřebná data, aby mohli splnit zadaný úkol. Čtvrtá úloha je typickou úlohou na přímou úměru. Úkolem žáků bylo vyplnit tabulku závislosti zaplacené částky na množství zboží. Úloha testuje, zda žáci zvládli očekávaný výstup – *žák doplňuje tabulky a popisuje jednoduché závislosti z praktického života*. Pátá úloha je opět úlohou na přímou úměrnost, oproti předchozí úloze je ale rozšířena o vytvoření grafu. Úkolem žáků bylo doplnit tabulku závislosti spotřeby benzínu na počtu ujetých kilometrů a k tabulce měli vytvořit odpovídající graf. Úloha testuje, zda žáci zvládli očekávaný výstup – *žák sestavuje jednoduché tabulky a diagramy (grafy)*.

1.2 Analýza a interpretace zjištěných výsledků dat dotazníkového šetření

Šetření bylo realizováno ve skupině učitelů primární školy Severomoravského kraje. Osobně jsem oslovila 120 kantorů ze 14 škol v okrese Nový Jičín, Opava a Krnov. Vyplněný dotazník odevzdalo 66 kantorů, což představuje 55 %. Výzkum byl realizován v lednu – březnu 2012.

Zkoumaný soubor byl relativně homogenní – společným znakem respondentů byla skutečnost, že všichni vyučují matematiku na 1. stupni ZŠ, téměř všichni dotazovaní učitelé pracují na plně-organizované škole ve městě a dosáhli vysokoškolského vzdělání. Z celkového množství dotázaných respondentů pracují 4 na malotřídní škole a 8 je jich středoškolsky vzdělaných (3 respondenti absolvovali gymnázium a 5 střední pedagogickou školu).

Z hlediska pohlaví respondentů byly nejpočetněji zastoupeny ženy (62). Dotazník vyplnili pouze 4 muži.

	Žena	Muž	Celkem
Počet	62	4	66
Podíl	94 %	6 %	100 %

Tabulka č. 5 Charakteristika zkoumaného souboru podle pohlaví respondentů.

Největší zastoupení podle délky pedagogické praxe měli učitelé s praxí více než 16 let (44 %). Ostatní skupiny byly celkem vyrovnané.

	0-5	6-10	11-15	16 a více	Celkem
Počet	14	14	9	29	66
Podíl	21 %	21 %	14 %	44 %	100 %

Tabulka č. 6 Charakteristika zkoumaného souboru podle délky pedagogické praxe.

Na otázku „Co si představujete pod pojmem funkční myšlení?“ většina respondentů vyjádřila svůj názor, ale objevilo se i několik odpovědí, že si pod tímto pojmem nic nepředstavují, nikdy ho neslyšeli, nebo že jim tento pojem nic neříká. Zároveň většina respondentů (95 %) považuje funkční myšlení za důležitou složku osobnosti žáka.

Nejčastější odpovědi na otázku byly tyto popisy funkčního myšlení:

- myšlení v souvislostech, třídění faktů a porovnávání,
- základ logického myšlení a uvažování,
- schopnost vnímat příčiny a důsledky jevů,
- myšlení v reálných životních situacích,
- schopnost a dovednost číst v grafech, tabulkách a umět je v reálném životě využít,
- myšlení ve škole, které je aplikováno na život a zkušenosti dětí (žáků),
- naučit žáky přemýšlet nad matematickými úlohami a příklady tak, aby věděli, co počítají, proč a jak,
- zdravý selský rozum a jeho aplikace na učivo ve škole.

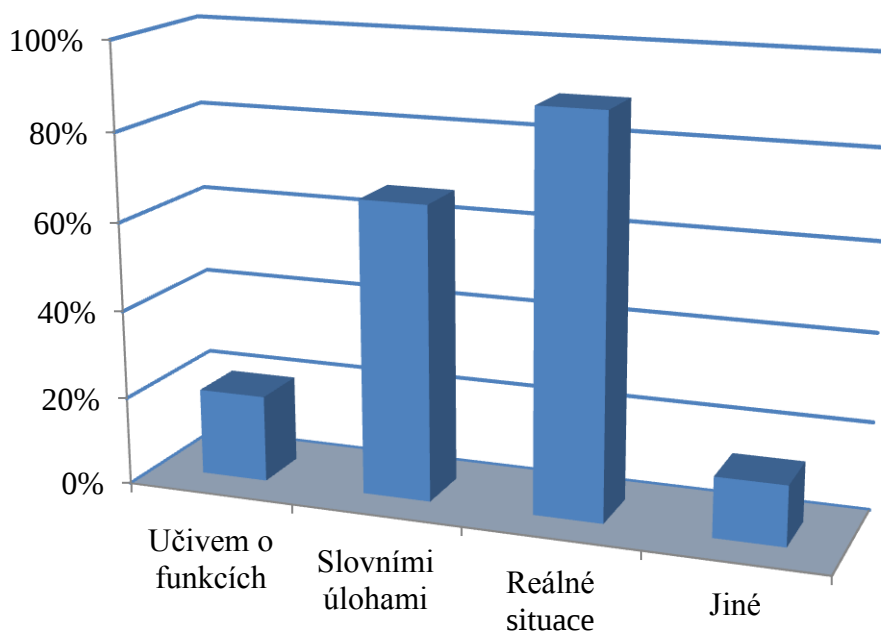
Další typy otázek zjišťovaly, jakými prostředky lze funkční myšlení rozvíjet u žáků, jaké konkrétní funkce se učí na 1. stupni ZŠ, v jaké podobě jsou tyto funkce reprezentovány v rámci učiva na primární škole a ve kterém ročníku považují učitelé za vhodné seznámit žáky primární školy s propedeutikou funkcí. U těchto otázek mohli respondenti zatrhnout více odpovědí najednou. Výsledky ukazují následující tabulky a grafy.

Otázka: „Jakými prostředky je možné funkční myšlení rozvíjet u žáků?“

Velká část respondentů (89 %) uvedla, že funkční myšlení lze rozvíjet především učivem o reálných situacích ze života. Za vhodný prostředek k rozvoji funkčního myšlení u žáků jsou považovány také slovní úlohy (67 %). Naopak samotné učivo o funkcích (20 %) nepovažují učitelé k rozvoji funkčního myšlení za podstatné. Dalo by se tedy říct, že z jejich pohledu učivo o funkcích rozvíjí funkční myšlení podstatně méně. Devět respondentů (14 %) využilo možnosti uvést jiné prostředky, patřily k nim - četba, vyprávění podle obrázků a popis dějů.

	Učivem o funkcích	Slovními úlohami	Reálné situace	Jiné	Celkem	Účastníků
Počet	13	44	59	9	125	66
Podíl	20 %	67 %	89 %	14 %	100 %	

Tabulka č. 7 Odpovědi na otázku „Jakými prostředky je možné funkční myšlení rozvíjet u žáků?“



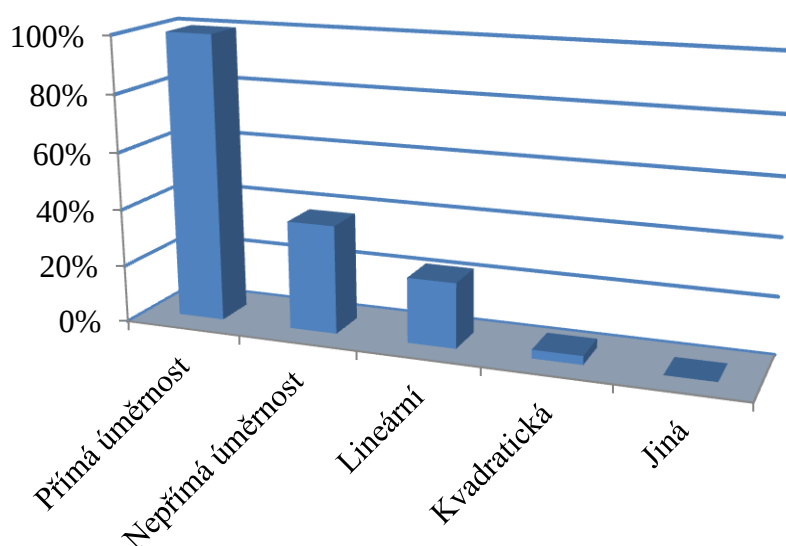
Graf č. 1 Odpovědi na otázku „Jakými prostředky je možné funkční myšlení rozvíjet u žáků?“

Otázka: „Jaké funkce se učí na 1. stupni ZŠ?“

Z uvedených odpovědí je zcela zřejmé, že všichni učitelé na prvním stupni vyučují přímou úměrnost (100 %). Nepřímá úměrnost spolu s lineárními funkcemi jsou již vyučovány podstatně méně. Děje se tak zřejmě proto, že přímá úměrnost patří mezi jednoduché příklady závislostí, patří sem např. délka strany a jeho obvod, ujetá dráha a doba jízdy. S přímou úměrností se setkáváme v běžném životě velice často a žáci ji dobře chápou. U nepřímé úměrnosti je to již složitější a pro žáky je často těžké rozpoznat rozdíl mezi přímou a nepřímou úměrností. Kvadratická funkce se na 1. stupni vyučuje opravdu jen výjimečně (3 %).

	Přímá úměrnost	Nepřímá úměrnost	Lineární	Kvadratická	Jiná	Celkem	Účastníků
Počet	66	25	15	2	0	108	66
Podíl	100 %	38 %	23 %	3 %	0 %	100 %	

Tabulka č. 8 Odpovědi na otázku „Jaké funkce se učí na 1. stupni ZŠ?“



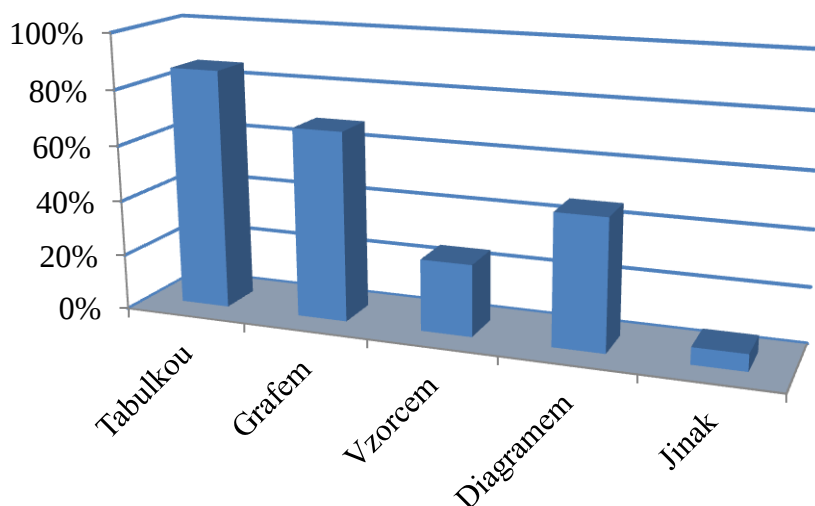
Graf č. 2 Odpovědi na otázku „Jaké funkce se učí na 1. stupni ZŠ?“

Otázka: „V jaké podobě jsou funkce na 1. stupni ZŠ prezentovány?“

Většina učitelů prezentuje funkce, závislosti svým žákům pomocí tabulek (86 %) zřejmě proto, že jsou pro žáky srozumitelné a žáci se s nimi brzy naučí pracovat. Vzhledem k tomu, že respondenti, kteří vyplňovali dotazník, byli učitelé 1. – 5. ročníku, se dá usoudit, že nejčastěji volili jako odpověď tabulku také proto, že se s nimi žáci setkají i v nižších ročnících základní školy. Kdežto s grafy a diagramy se žáci většinou seznamují až ve 4. a 5. třídě ZŠ. Grafy a diagramy bývají obtížnější, pro některé méně přehledné a navíc jejich sestavení činí žákům většinou problém. Prezentaci pomocí grafů uvedlo 68 % a pomocí diagramu 47 %. Prezentaci pomocí vzorců uvedlo 26 %.

	Tabulkou	Grafem	Vzorcem	Diagramem	Jinak	Celkem	Účastníků
Počet	57	45	17	31	4	154	66
Podíl	86 %	68 %	26 %	47 %	6 %	100 %	

Tabulka č. 9 Odpovědi na otázku „V jaké podobě jsou funkce na 1. stupni ZŠ prezentovány?“



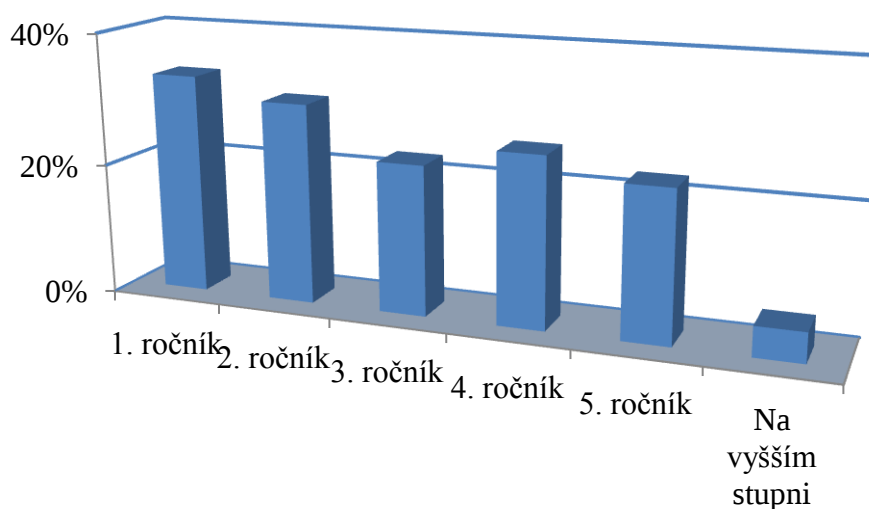
Graf č. 3 Odpovědi na otázku „V jaké podobě jsou funkce na 1. stupni ZŠ prezentovány?“

Otázka: „Ve kterém ročníku považujete za podstatné seznámit žáky s propedeutikou funkcí?“

U této otázky je vidět, že mezi učiteli nepřevládá jednotný názor, kdy s propedeutikou funkcí u žáků začít. Odpovědi jsou téměř vyrovnané. Každá možnost našla určitou míru svého zastoupení. Z uvedených odpovědí také vyplývá skutečnost, že začít s propedeutikou funkcí na druhém stupni ZŠ je již pozdě.

	1. ročník	2. ročník	3. ročník	4. ročník	5. ročník	Na vyšším stupni	Celkem	Účastníků
Počet	22	20	15	17	15	3	92	66
Podíl	33 %	30 %	23 %	26 %	23 %	5 %	100 %	

Tabulka č. 10 Odpovědi na otázku „Ve kterém ročníku považujete za podstatné seznámit žáky s propedeutikou funkcí?“



Graf č. 4 Odpovědi na otázku „Ve kterém ročníku považujete za podstatné seznámit žáky s propedeutikou funkcí?“

Dále nás zajímalo, s jakými učebnicemi učitelé pracují, zda si myslí, že je v těchto učebnicích dobře propracována propedeutika funkcí v souladu s RVP ZV pro 1. stupeň ZŠ a jestli tyto učebnice podporují funkční myšlení u žáků. Bylo zjištěno, že nejčastěji používané učebnice jsou tyto:

- Prodos,

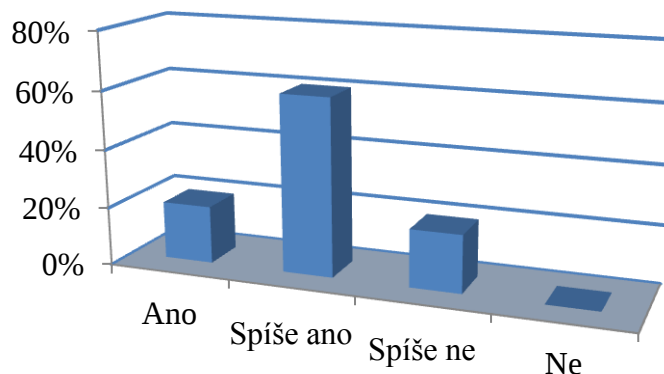
- Alter,
- SPN,
- Nová škola,
- Fraus,
- Didaktis.

Otázka: „Myslíte, že je v učebnicích, které používáte k výuce, dobře propracována propedeutika funkcí?“

Pouze 20 % dotázaných je spokojeno s propedeutikou funkcí v učebnicích, které používají při výuce. Podstatně větší procento (61 %) respondentů má určité výhrady. Učitelé požadují, aby je v této problematice učebnice vedla a pomáhala jim naplnit očekávané výstupy RVP ZV. 20 % jich uvádí, že učebnice tuto funkci nemá. Otázkou však zůstává o jaké učebnice se jedná. Velká část učitelů totiž v předchozí otázce uvedla více druhů učebnic, se kterými ve výuce pracují (tato problematika však nebyla cílem našeho šetření).

	Ano	Spíše ano	Spíše ne	Ne	Celkem
Počet	13	40	13	0	66
Podíl	20 %	61 %	20 %	0 %	100 %

Tabulka č. 11 Odpovědi na otázku „Myslíte si, že je v nich dobře propracována propedeutika funkcí (v souladu s RVP ZV pro 1. stupeň ZŠ)?“



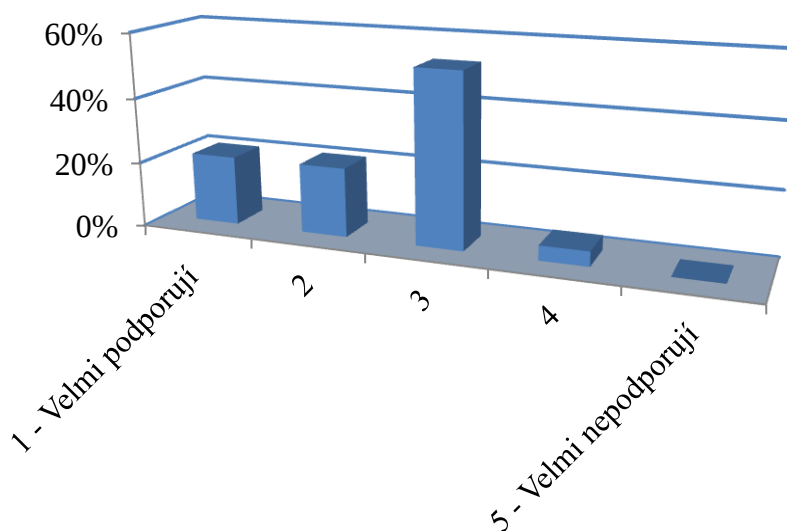
Graf č. 5 Propracovanost propedeutiky funkcí v učebnicích.

Otázka: „Podporují tyto učebnice funkční myšlení u žáků?“

Z uvedených odpovědí je opět patrné, že učitelé nejsou úplně spokojeni se zpracováním propedeutiky funkcí v učebnicích, které používají k výuce. Pouze 21 % učitelů si myslí, že učebnice, které používají ve výuce, podporují funkční myšlení u jejich žáků. Větší část učitelů (53 %) má k podpoře funkčního myšlení v učebnicích určité výhrady a 5 % ve svých učebnicích nenachází podporu funkčního myšlení téměř vůbec.

	1 - Velmi podporují	2	3	4	5 - Velmi nepodporují	Celkem
Počet	14	14	35	3	0	66
Podíl	21 %	21 %	53 %	5 %	0 %	100 %

Tabulka č. 12 Odpovědi na otázku „Podporují tyto učebnice funkční myšlení u žáků?“



Graf č. 6 Odpovědi na otázku „Podporují tyto učebnice funkční myšlení u žáků?“

V poslední části dotazníku nás zajímalo, zda učitelé považují za vhodné testovat žáky na konci 5. třídy pomocí ilustračních úloh, které jsou uvedeny ve Standardu matematiky. Zkoumali jsme, zda jsou tyto úlohy pro žáky lehké nebo příliš těžké, vhodné nebo nevhodné, jaké jevy se v těchto

úlohách objevují. V poslední otázce měli učitelé odhadnout, kolik procent jejich žáků by bylo schopno danou úlohu vyřešit.

Úloha č. 1:

V tabulce je uveden počet diváků, kteří se během uvedených tří dnů přišli podívat do pražských kin na film *Kuky se vrací*.

DEN	středa	pátek	neděle
Počet návštěvníků	490	1 509	1 954

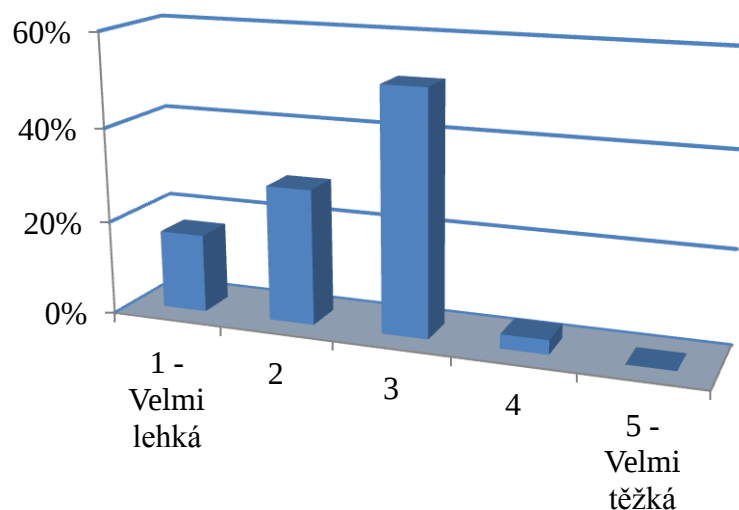
- O kolik bylo návštěvníků v pátek více než ve středu? _____
- Kolik návštěvníků celkem vidělo film v uvedených dnech? _____
- Je z údajů možné určit, kolik návštěvníků vidělo tento film v sobotu?
ANO – NE (zakroužkuj pravdivou odpověď)

Otázka: „Je tato úloha pro žáky: Velmi lehká 1 2 3 4 5 velmi těžká?“

První úlohu, ve které mají žáci za úkol porovnat data z uvedené tabulky, považuje přibližně polovina (52 %) dotazovaných respondentů za středně obtížnou. Jako velmi lehkou ji považuje 17 % dotazovaných, jako lehkou 29 % a pouhé 3 % respondentů ji považují za obtížnou. Za velmi těžkou ji nepovažuje nikdo z dotazovaných respondentů.

	1 - Velmi lehká	2	3	4	5 - Velmi těžká	Celkem
Počet	11	19	34	2	0	66
Podíl	17 %	29 %	52 %	3 %	0 %	100 %

Tabulka č. 13 Odpovědi na obtížnost úlohy č. 1.



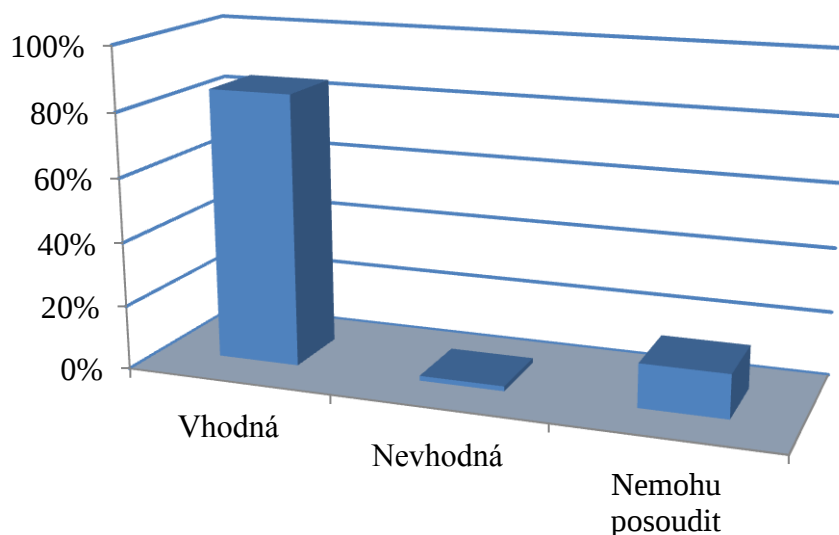
Graf č. 7 Míra obtížnosti úlohy č. 1.

**Otázka: „Je tato úloha pro žáky: a) vhodná,
b) nevhodná,
c) nemohu posoudit.“**

Velká část dotazovaných respondentů (85 %) se shodla na tom, že úloha č. 1 je pro žáky vhodná, pouze jeden dotazovaný (2%) považuje úlohu za nevhodnou a zbylých 14 % vhodnost nemohlo posoudit vhodnost úlohy pro žáky. Učitelé jako důvod proč nemohou úlohu posoudit, uváděli skutečnost, že neučí v daném ročníku – učí buď 1. nebo 2. třídu, kde se ještě tato problematika nevyučuje.

	Vhodná	Nevhodná	Nemohu posoudit	Celkem
Počet	56	1	9	66
Podíl	85 %	2 %	14 %	100 %

Tabulka č. 14 Výsledky vhodnosti úlohy č. 1 pro žáky ZŠ.



Graf č. 8 Výsledky vhodnosti úlohy č. 1 pro žáky ZŠ.

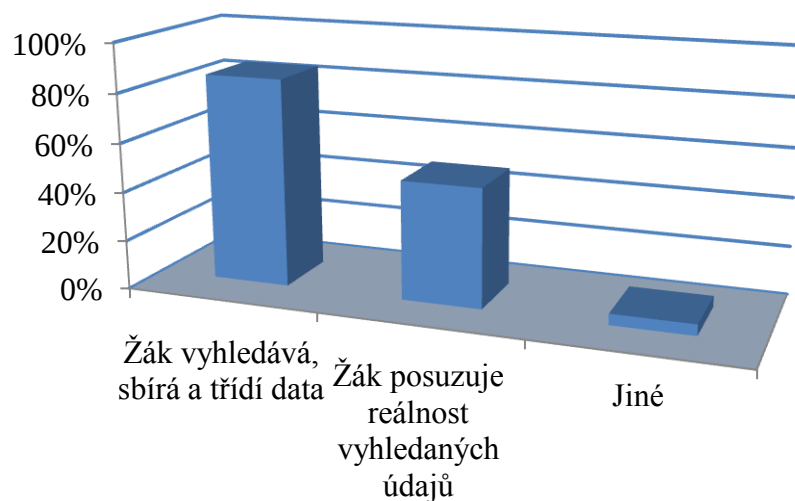
Otázka: „Jaké jevy se v této otázce objevují?

- a) žák vyhledává, sbírá a třídí data,**
- b) žák posuzuje reálnost vyhledávaných údajů,**
- c) jiné (uved'te jaké):** _____.

Nejvíce učitelů (85 %) uvedlo, že v úloze č. 1 *žák vyhledává, sbírá a třídí data*. Jen 48 % učitelů si myslí, že *žák také posuzuje reálnost vyhledávaných údajů*. Mezi *jiné jevy*, které se v této úloze vyskytují, 3 učitelé uvedli *jev žák sčítá, odčítá a vyhledává data*.

	Žák vyhledává, sbírá a třídí data	Žák posuzuje reálnost vyhledávaných údajů	Jiné	Celkem	Účastníků
Počet	56	32	3	91	66
Podíl	85 %	48 %	5 %	100 %	

Tabulka č. 15 Jaké jevy se v úloze č. 1 objevují.



Graf č. 9 Výsledky šetření jaké jevy se v úloze č. 1 objevují.

Na závěr nás zajímalo, jak dobře znají učitelé své žáky a jak jsou tudíž schopni odhadnout, kolik procent jejich žáků danou úlohu v testu splní.

Odhad učitelů, kolik jejich žáků by tuto úlohu vyřešilo, se pohyboval v rozmezí 60% - 95%. Nejčastější odhad byl 70 %.

Úloha č. 2:

Na informační tabuli o příjezdech vlaků jsou tyto údaje:

Číslo vlaku	Směr	Pravidelný příjezd	Zpoždění v minutách
Os 1	Kolín – Český Brod	12:35	70

Vyber z nabídky, v kolik hodin přijede zpožděný vlak:

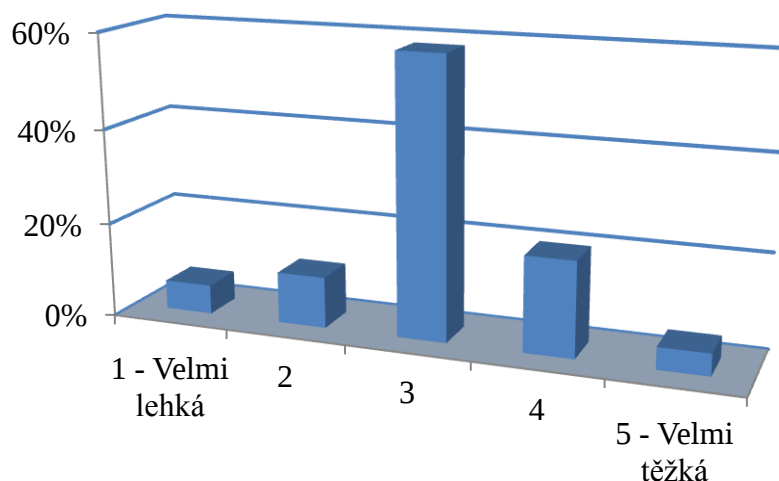
- a) 19:35 b) 13:45 c) 13:35 d) 13:05

Otázka: „Je tato úloha pro žáky: Velmi lehká 1 2 3 4 5 velmi těžká?“

Druhou úlohu, ve které mají žáci za úkol porovnat data z uvedené tabulky, považuje 58 % dotazovaných respondentů za středně obtížnou. Jako velmi lehkou ji považují 6 % dotazovaných, jako lehkou ji posoudilo 12 % respondentů a 20 % respondentů se vyjádřilo, že je tato úloha pro žáky těžká. Objevil se i názor (5 %), že je úloha pro žáky velmi těžká.

	1 - Velmi lehká	2	3	4	5 - Velmi těžká	Celkem
Počet	4	8	38	13	3	66
Podíl	6 %	12 %	58 %	20 %	5 %	100 %

Tabulka č. 16 Odpovědi na obtížnost úlohy č. 2.



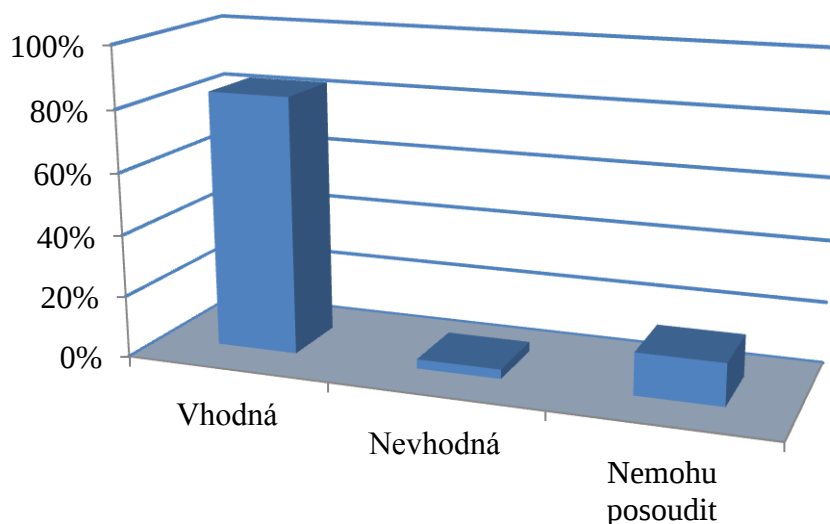
Graf č. 10 Míra obtížnosti úlohy č. 2.

**Otázka: „Je tato úloha pro žáky: a) vhodná,
b) nevhodná,
c) nemohu posoudit.“**

Velká část dotazovaných respondentů (83 %) se opět shodla na tom, že úloha č. 2 je pro žáky vhodná, pouze dva dotazovaní (3 %) považují úlohu za nevhodnou a zbylých 14 % vhodnost nemohlo posoudit. Učitelé jako důvod, proč nemohou úlohu posoudit, uváděli skutečnost, že neučí v daném ročníku – učí buď 1. nebo 2. třídu, kde se ještě tato problematika nevyučuje.

	Vhodná	Nevhodná	Nemohu posoudit	Celkem
Počet	55	2	9	66
Podíl	83 %	3 %	14 %	100 %

Tabulka č. 17 Výsledky vhodnosti úlohy č. 2 pro žáky ZŠ.



Graf č. 11 Výsledky vhodnosti úlohy č. 2 pro žáky ZŠ.

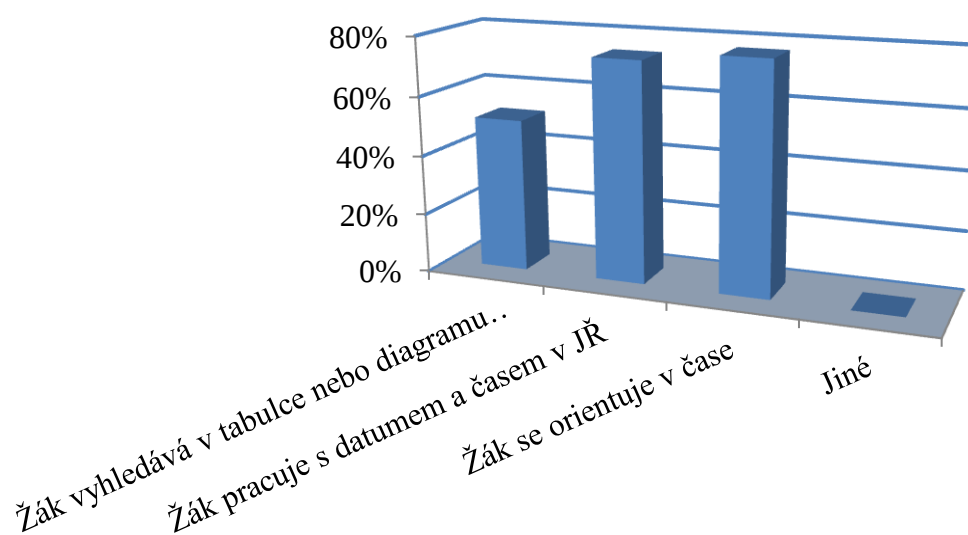
Otázka: „Jaké jevy se v této otázce objevují?

- a) žák vyhledává v tabulce nebo diagramu požadovaná data a porozumí vztahům mezi nimi (nejmenší, největší hodnota apod.),**
- b) žák používá jednoduchých převodů jednotek času při práci s daty v jízdních řádech,**
- c) orientuje se v čase,**
- d) jiné (uved'te jaké): _____.**

U této otázky nejvíce učitelů (77 %) zvolilo za nejčastěji se vyskytující jev *orientace v čase*. Neznatelně menší procentuální zastoupení pak má jev *žák používá jednoduchých převodů jednotek času při práci s daty v jízdních řádech* (74 %). 52 % respondentů uvedla, že se také vyskytuje jev *žák vyhledává v tabulce nebo diagramu požadovaná data a porozumí vztahům mezi nimi (nejmenší, největší hodnota apod.)*. Kolonka *jiné jevy* zůstala u této otázky prázdná.

	Žák vyhledává v tabulce nebo diagramu požadovaná data a porozumí jim	Žák pracuje s datem a časem v JŘ	Žák se orientuje v čase	Jiné	Celkem	Účastníků
Počet	34	49	51	0	134	66
Podíl	52 %	74 %	77 %	0 %	100 %	

Tabulka č. 18 Jaké jevy se v úloze č. 2 objevují.



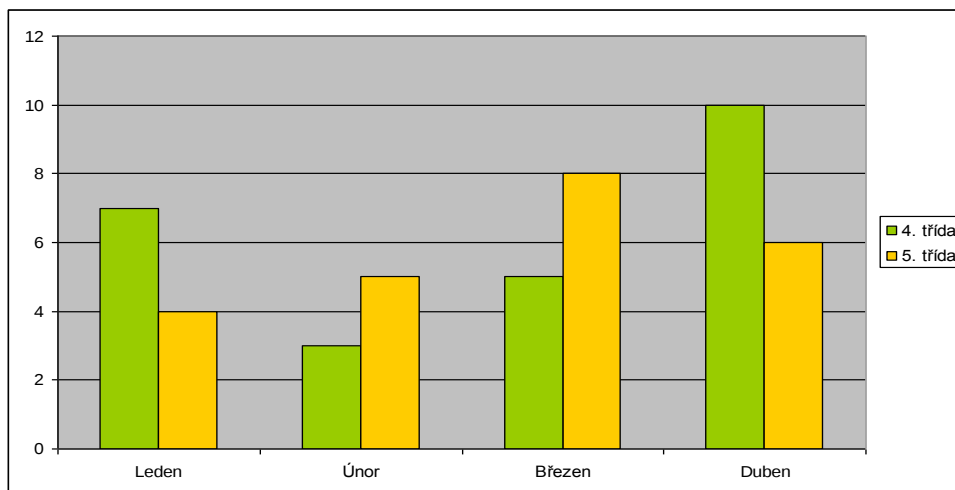
Graf č. 12 Výsledky šetření jaké jevy se v úloze č. 2 objevují.

Na závěr nás zajímalo, jak dobře znají učitelé své žáky a jak jsou tudíž schopni odhadnout, kolik procent jejich žáků danou úlohu v testu splní.

Odhad učitelů, kolik jejich žáků by tuto úlohu vyřešilo, se pohyboval v rozmezí 60% - 95%. Nejčastější odhad byl 60 %.

Úloha č. 3:

Diagram udává počet domácích úloh z matematiky ve čtyřech po sobě jdoucích měsících ve 4. třídě a v 5. třídě.



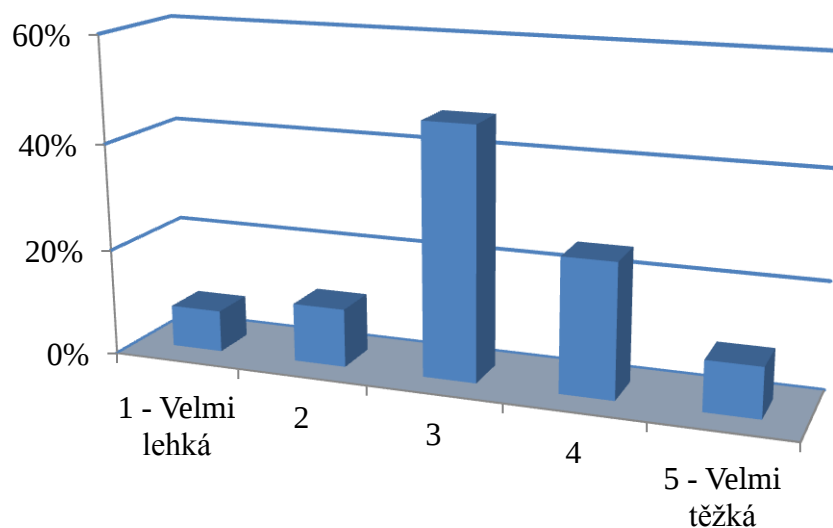
- Která třída dostala v uvedených měsících více úloh?
- Jaký byl největší počet úloh za měsíc v jednotlivých třídách?
- Jaký byl průměrný počet úloh za měsíc ve 4. třídě a v 5. třídě?

Otázka: „Je tato úloha pro žáky: Velmi lehká 1 2 3 4 5 velmi těžká?“

Třetí úlohu, ve které mají žáci za úkol porovnat data z diagramu, považuje 47 % dotazovaných respondentů za středně obtížnou. Za obtížnou považuje tuto úlohu 25 % a za velmi těžkou 9 %. Naopak za velmi jednoduchou ji považuje 8 % respondentů a za jednoduchou 11 %.

	1 - Velmi lehká	2	3	4	5 - Velmi těžká	Celkem
Počet	5	7	30	16	6	64
Podíl	8 %	11 %	47 %	25 %	9 %	100 %

Tabulka č. 19 Odpovědi na obtížnost úlohy č. 3.



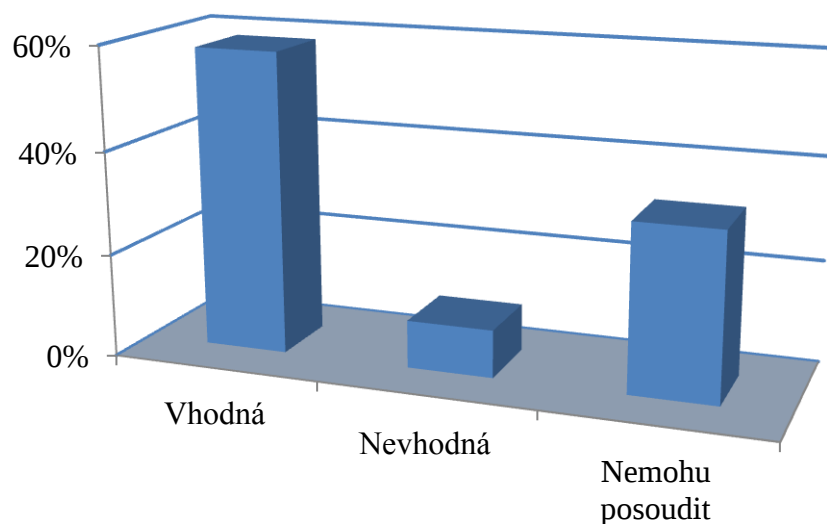
Graf č. 13 Míra obtížnosti úlohy č. 3.

**Otázka: „Je tato úloha pro žáky: a) vhodná,
b) nevhodná,
c) nemohu posoudit.“**

O vhodnosti úlohy je přesvědčeno 58 % dotázaných. Jako nevhodnou úlohu č. 3 označilo 9% respondentů a 32 % nemohlo vhodnost úlohy pro žáky posoudit.

	Vhodná	Nevhodná	Nemohu posoudit	Celkem
Počet	38	6	21	65
Podíl	58 %	9 %	32 %	100 %

Tabulka č. 20 Výsledky vhodnosti úlohy č. 3 pro žáky ZŠ.



Graf č. 14 Výsledky vhodnosti úlohy č. 3 pro žáky ZŠ.

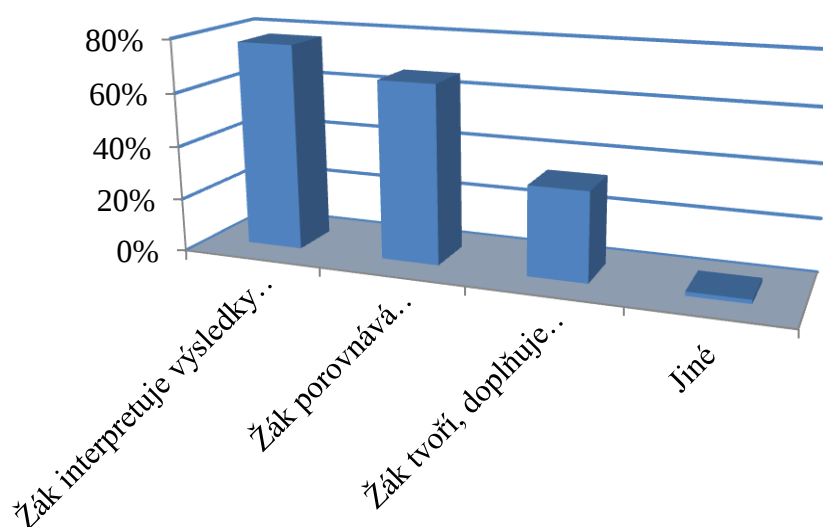
Otázka: „Jaké jevy se v této otázce objevují?

- a) žák interpretuje výsledky získané porovnáváním souborů dat,**
- b) žák porovnává kvantitativní vztahy mezi soubory dat zadaných tabulkami, grafy a diagramy,**
- c) žák tvoří a doplňuje tabulky, schémata,**
- d) jiné (uved'te jaké): _____.**

Mezi jevy, které se v úloze č. 3 objevují učitelé nejvíce uvedli jev *žák interpretuje výsledky získané porovnáním souborů dat* (77 %) a jev *žák porovnává kvantitativní vztahy mezi soubory dat získaných tabulkami, grafy a diagramy* (67 %). 33 % uvedlo, že *žák tvoří a doplňuje tabulky, schémata* uvedlo. Mezi *jiné jevy*, které se v této úloze vyskytují, uvedl jeden respondent jev *žák čte z dat*.

	Žák interpretuje výsledky získané porovnáváním souborů	Žák porovnává kvantitativní vztahy mezi soubory dat zadaných tabulkami, grafy a diagramy	Žák tvoří, doplňuje tabulky, schémata	Jiné	Celkem	Účastníků
Počet	51	44	22	1	118	66
Podíl	77 %	67 %	33 %	2 %	100 %	

Tabulka č. 21 Jaké jevy se v úloze č. 3 objevují.



Graf č. 15 Výsledky šetření jaké jevy se v úloze č. 3 objevují.

Na závěr nás zajímalo, jak dobře znají učitelé své žáky, jak odhadují, na kolik procent by splnili danou úlohu v testu.

Odhad učitelů, kolik jejich žáků by tuto úlohu vyřešilo, se pohyboval mezi 10% - 95%. Nejčastější odhad byl 40 %.

1.3 Shrnutí výsledků dotazníkového šetření

Z výše uvedeného dotazníkového šetření vyplývá, že učitelé považují funkční myšlení za důležitou složku žáka. K rozvíjení funkčního myšlení u žáků nejčastěji používají tyto dva prostředky – slovní úlohy a reálné situace ze života. Všichni dotazovaní respondenti vyučují na 1. stupni ZŠ přímou úměrnost, k jejíž reprezentaci používají nejčastěji tabulky, grafy a diagramy.

Učitelé požadují, aby byla v učebnicích, které používají k výuce, více propracovaná propedeutika funkcí. Učebnice, které používají, totiž podporují propedeutiku funkcí jen částečně.

Všichni dotazovaní učitelé zhodnotili dané ilustrační úlohy ze Standardu matematiky jako středně obtížné a vhodné pro žáky 5. ročníku ZŠ.

1.4 Analýza a interpretace výsledků dat šetření nestandardního testu

Od 1. září 2007 je pro ZŠ závazný Rámcový vzdělávací program, který uvádí konkrétní cíle, které by měli žáci zvládnout na konci 2. období v jednotlivých tematických okruzích, tedy i v okruhu „Závislosti, vztahy a práce s daty.“ Zajímalo nás, zda žáci vybraných škol zvládnou vypočítat úlohy, které jsou zadány ve Standardech matematiky jako ilustrační úlohy. Ilustrační úlohy by se měly stát závaznými pro splnění očekávaných výstupů v jednotlivých obdobích.

Výzkumu se zúčastnilo 92 žáků ze dvou základních škol. Mezi zapojené školy patřily městské plně-organizované školy.

Zapojené školy:

ZŠ Tyršova, Nový Jičín

5. A – 11 žáků (sportovní třída)

5. B – 23 žáků

5. C – 24 žáků

ZŠ Komenského 68, Nový Jičín

5. A – 19 žáků

5. B – 15 žáků

Test byl psán v obou školách za stejných podmínek. Testování proběhlo v druhém týdnu měsíce března školního roku 2011/2012. Žákům byl rozdán dvojlist s přiloženým papírem na výpočty. Test byl anonymní, žáci měli pouze uvést svoji známku z předmětu matematiky v 1. pololetí školního roku 2011/2012.

Učitelé vždy seznámili žáky s úkoly tak, že jim přečetli zadání a zeptali se, zda je vše jasné. Pokud byly nějaké nejasnosti, dotazy zodpověděli. Poté žáci přistoupili k samotnému řešení testu. Žáci měli na test přibližně 35 minut čistého času, použít mohli pouze psací potřeby a pravítko.

Před testováním žáků třídní učitelé jednotlivých tříd v dotazníku odhadli, kolik procent žáků by vyřešilo dané úlohy – jednalo se však pouze o úlohy, které byly použity ze Standardu matematiky a které byly také součástí dotazníku.

Pro hodnocení testu byly použity dvě metody hodnocení. Nejdříve jsem testy opravila a hodnocení jednotlivých úloh jsem rozdělila do čtyř kategorií:

- *zcela správně* – žáci danou úlohu vyřešili zcela bez chyby,
- *chybně* – žáci danou úlohu splnili s malou chybou nebo vypracovali jen část úlohy,
- *zcela chybně* – žáci se dopustili závažné chyby nebo vypracovali úlohu zcela chybně,
- *neřešil (a)* – žáci danou úlohu ani nepokusili řešit.

Celkové výsledky výše uvedeného hodnocení uvádí následující tabulka:

Úlohy celkem		Výsledky žáků							
		Zcela správně		Chybně		Zcela chybně		Neřešil (a)	
Úloha č. 1	a	73	79%	14	15%	4	4%	1	1%
	b	81	88%	8	9%	3	3%	0	0%
	c	70	76%	0	0%	21	23%	1	1%
Úloha č. 2	a	14	15%	3	3%	67	73%	8	9%
	b	26	28%	10	11%	43	47%	13	14%
	c	33	36%	4	4%	32	35%	23	25%
Úloha č. 3		65	71%	0	0%	26	28%	1	1%
Úloha č. 4		73	79%	16	17%	2	2%	1	1%
Úloha č. 5		74	80%	9	10%	4	4%	5	5%

Tabulka č. 22 Celková úspěšnost žáků v řešených úlohách.

Podrobné výsledky řešení jednotlivých úloh podle výše uvedeného hodnocení je uvedeno v následujících kapitolách.

Druhou metodou hodnocení bylo nejčastěji používané hodnocení testu – *bodování jednotlivých testových úloh*. Obodovala jsem jednotlivé úlohy odpovídajícím počtem bodů a sestavila jsem bodovou stupnici s bodovým rozsahem pro klasifikaci žáků. Maximální počet bodů byl 23. Bodování úkolu odpovídalo náročnosti dané úlohy.

Druhá metoda hodnocení a její výsledky se staly základem pro statistické šetření pomocí testu nezávislosti chí-kvadrát, jehož výsledky jsou uvedeny v kapitole 1. 10 .

Tabulka klasifikace	
Škála bodů	Známka
23 - 21	1
20 - 17	2
16 - 10	3
9 - 6	4
5 - 0	5

Tabulka č. 23 Klasifikační tabulka

1.5 Testová úloha č. 1 a její řešení žáky 5. třídy ZŠ

V tabulce je uveden počet diváků, kteří se během uvedených tří dnů přišli podívat do pražských kin na film *Kuky se vrací*.

DEN	středa	pátek	neděle
Počet návštěvníků	490	1 509	1 954

- a) O kolik bylo návštěvníků v pátek více než ve středu?
b) Kolik návštěvníků celkem vidělo film v uvedených dnech?
c) Je z údajů možné určit, kolik návštěvníků vidělo tento film v sobotu?
ANO – NE (zakroužkuj pravdivou odpověď)

Cílem první úlohy bylo zjistit, zda žák umí

- vybírat a porovnávat ze zadané úlohy data podle daného kritéria,
- posoudit reálnost vyhledávaných údajů.

Na jednotlivé otázky žáci většinou odpověděli správně. První podotázka žákům nečinila větší problém. Zcela správně podotázku vyřešilo 79 % žáků. Pokud se objevily chyby, byly to chyby početního charakteru – numerická chyba při odčítání. Chybně podotázku vyřešilo 15 % žáků. Pouze ve čtyřech případech žáci chybovali úplně (4 %) – zvolili špatnou početní operaci (místo odčítání sčítali) a v jednom případě (1 %) žák úlohu vůbec neřešil. Ve druhé podotázce se také objevily pouze početní chyby. Zcela správně druhou úlohu vyřešilo 88 %. Žáci správně poznali, že data z tabulky mají sčítat, ale několik z nich (12 %) se dopustilo početní chyby nebo chybovali při přepisování čísel na přiložený papír, aby si mohli udělat pomocný výpočet. Za zcela chybou odpověď jsem považovala řešení, kdy žáci místo početní operace sčítání zvolili početní operaci odčítání. Stalo se tak ve třech případech (3 %). Ve třetí podotázce, kde žáci měli určit, zda mezi jednotlivými údaji v tabulce je nebo není nějaká závislost, už chybovalo

podstatně více žáků. Téměř 21 % určilo, že mezi danými údaji existuje závislost – zřejmě nepochopili, co uvedená data v tabulce ukazují. Zbylých 76 % žáků určilo správně, že mezi danými údaji v tabulce není závislost. Jeden žák (1 %) úlohu neřešil vůbec. Celkově se dá říct, že první úlohu žáci zvládli bez větších problémů.

Následující obrázek ukazuje nejčastější chybu, která se objevila v řešení úlohy č. 1. Jedná se o chybu, kdy si žák špatně přepsal číslo z tabulky a měl pak chybný výsledek.

① a)
$$\begin{array}{r} 1509 \\ - 490 \\ \hline 1019 \end{array}$$

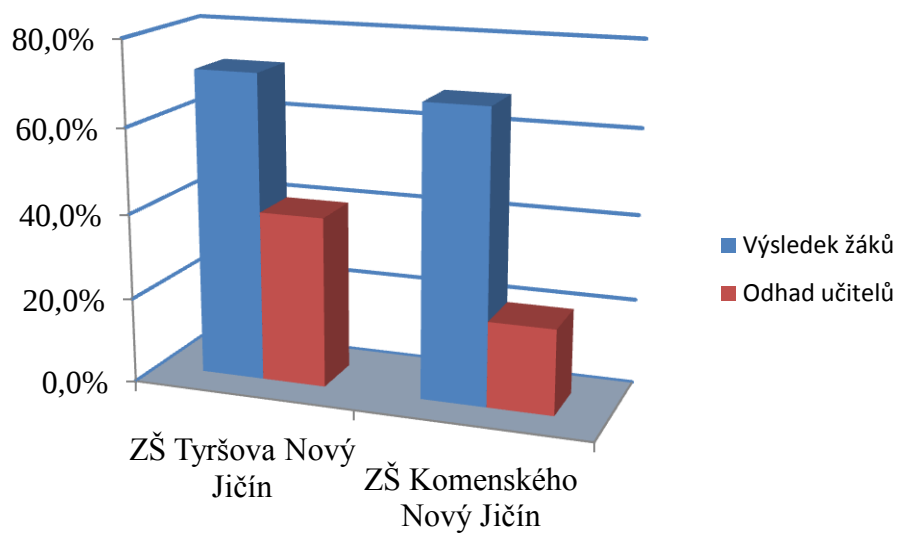
b)
$$\begin{array}{r} 409 \\ 1509 \\ \hline 1954 \\ 3872 \\ \hline 1918 \end{array}$$

Obr. č. 9 Častá chyba v úloze č. 1..

Zajímalo nás, jak učitelé odhadli úspěšnost řešení úlohy č. 1 u svých žáků a konfrontovali jsme jejich odhad se skutečným výsledkem. Výsledky žáků a odhady učitelů jednotlivých škol uvádí tabulka č. 23 a graf č. 16.

	Výsledek žáků	Odhad učitelů
Škola		
ZŠ Tyršova Nový Jičín	75 %	70 %
ZŠ Komenského Nový Jičín	75 %	50 %

Tabulka č. 24 Úspěšnost řešení testů žáky v úloze č. 1 a odhad učitelů úspěšnosti jejich žáků v dané úloze

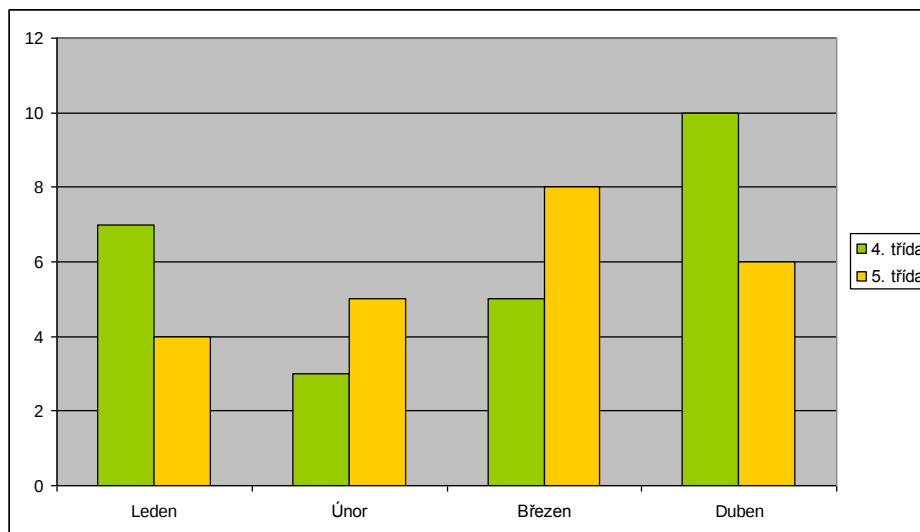


Graf č. 16 Úspěšnost řešení testů žáky v úloze č. 1 a odhad učitelů úspěšnosti jejich žáků v dané úloze.

Z výše uvedeného grafu je vidět, že úlohu zvládli žáci na obou školách bez větších problémů. Odhad učitelů ZŠ Tyršova odpovídal schopnostem jejich žáků, naopak učitelé ZŠ Komenského své žáky značně podcenili.

1.6 Testová úloha č. 2 a její řešení žáky 5. třídy ZŠ

Diagram udává počet domácích úloh z matematiky ve čtyřech po sobě jdoucích měsících.



- Která třída dostala v uvedených měsících více úloh?
- Jaký byl největší počet úloh za měsíc v jednotlivých třídách?
- Jaký byl průměrný počet úloh za měsíc ve 4. třídě a v 5. třídě?

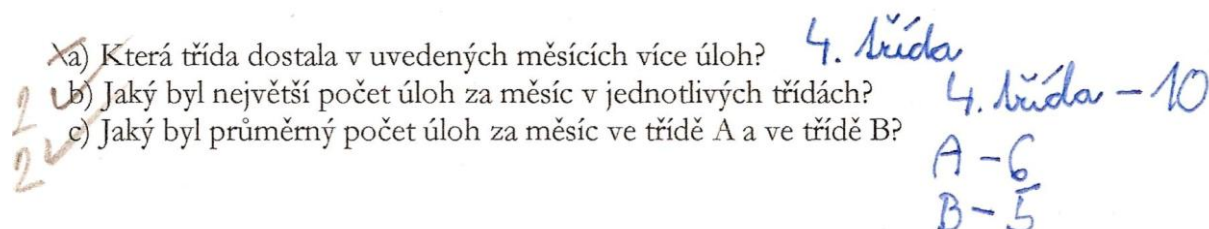
Cílem druhé úlohy bylo zjistit, zda žák umí:

- převádět údaje z diagramu do textu,
- interpretovat výsledky získané porovnáním souborů dat,
- vyhledat a vyjádřit vztahy mezi uvedenými údaji v diagramu.

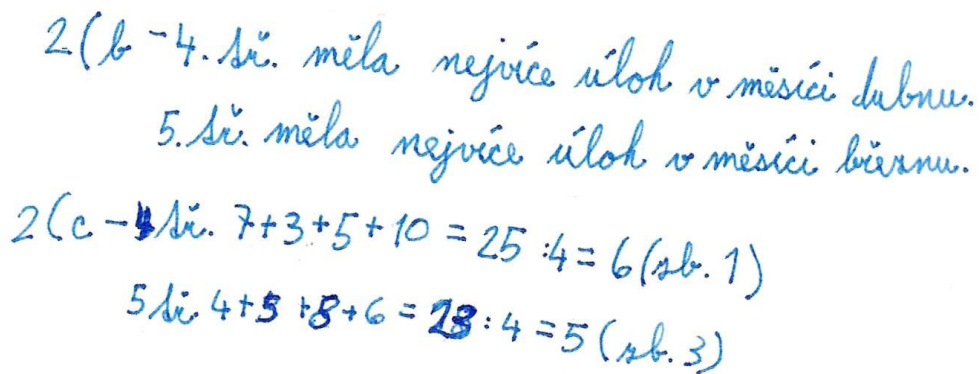
Druhá úloha dělala žákům problémy. V první podotázce měli žáci rozlišit, která třída dostala v uvedených měsících více úloh. Zcela bezchybně splnilo podotázku pouhých 15 %. Naopak zcela chybně splnilo podotázku 73 % žáků. Chyba spočívala v tom, že si zřejmě špatně přečetli zadání a v odpovědi uvedli pouze jednu třídu. Jako chybnou odpověď jsem považovala odpověď, kdy žáci neuvedli všechny měsíce (3 %). Osm žáků (9 %) se nepokusilo podotázku řešit. Druhou podotázku splnilo bezchybně více žáků (28 %), ale i zde se našlo mnoho chyb pramenících zřejmě ze špatného pochopení otázky.

Velmi častým jevem bylo, že žáci vypsali měsíc a třídu, ve kterém bylo nejvíce úloh, ale neuvedli, o jaký počet úloh se jedná. Tyto odpovědi jsem považovala za zcela chybné (47 %), protože otázka zněla „jaký byl největší počet úloh ... „Jako chybný jsem hodnotila jev, kdy žáci uvedli pouze počet úloh v jedné třídě, chyby se dopustilo 10 žáků (11 %). Tři žáci (14 %) se úlohu nepokusili řešit. Třetí podotázka se týkala průměrného počtu úloh v jednotlivých třídách. Podle výsledků uvedených v tabulce č. 21 vychází tato podotázka jako nejméně problematická. Splnilo ji zcela bezchybně 36 %. Pokud se objevily chyby ve výpočtu průměrného počtu (chyby při dělení) považovala jsem toto řešení za chybné (4 %). Za zcela chybné jsem považovala řešení, kde žáci uvedli pouze číslo, které vyjadřovalo většinou největší hodnotu v počtu úloh za měsíc březen, chyby se dopustilo 35 % žáků. Velké procento žáků (25 %) se vůbec nesnažilo třetí podotázku vyřešit. Z celkového řešení druhé úlohy tedy vyplývá, že žákům činí problém čtení dat z diagramu a pochopení položené otázky.

V následujících obrázcích jsou ukázány nejčastější chyby, které se objevili v řešení úlohy č. 2.



Obr. č. 10 Častá chyba v úloze č. 2a.

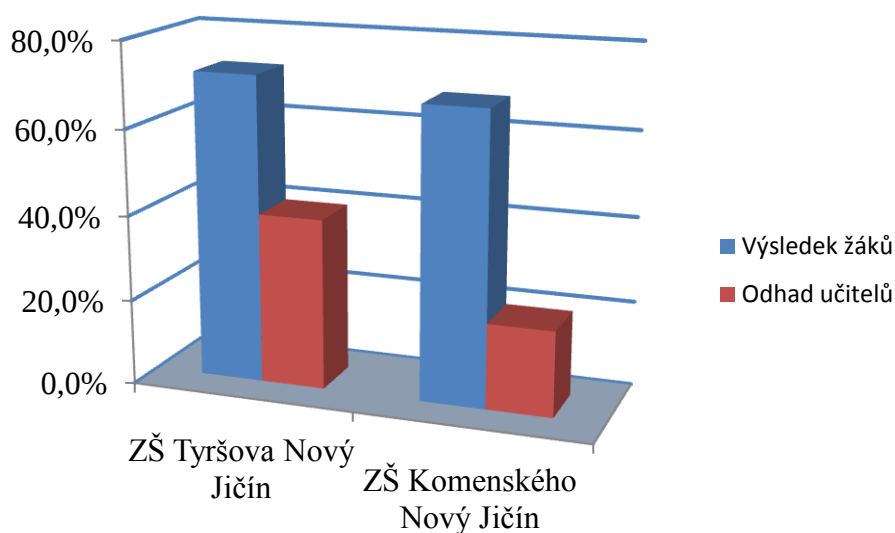


Obr. č. 11 Častá chyba v úloze č. 2b.

Zajímalo nás, jak učitelé odhadli úspěšnost řešení úlohy č. 2 u svých žáků a konfrontovali jsme jejich odhad se skutečným výsledkem. Výsledky žáků a odhady učitelů jednotlivých škol uvádí tabulka č. 24 a graf č. 17.

Škola	Výsledek žáků	Odhad učitelů
ZŠ Tyršova Nový Jičín	35 %	80 %
ZŠ Komenského Nový Jičín	12 %	30 %

Tabulka č. 25 Úspěšnost řešení testů žáky v úloze č. 2 a odhad učitelů úspěšnosti jejich žáků v dané úloze.



Graf č. 17 Úspěšnost řešení testů žáky v úloze č. 2 a odhad učitelů úspěšnosti jejich žáků v dané úloze.

Z výše uvedeného grafu je vidět, že úlohu zvládli žáci s velkými potížemi na obou testovaných školách. Ve školách ZŠ Tyršova a ZŠ Komenského učitelé podcenili dovednosti svých žáků.

1.7 Testová úloha č. 3 a její řešení žáky 5. třídy ZŠ

Na informační tabuli o příjezdech vlaků jsou tyto údaje:

Číslo vlaku	Směr	Pravidelný příjezd	Zpoždění v minutách
Os 1	Kolín – Český Brod	12:35	70

Vyber z nabídky, v kolik hodin přijede zpožděný vlak:

- a) 19:35 b) 13:45 c) 13:35 d) 13:05

Cílem třetí úlohy bylo zjistit, zda žák umí:

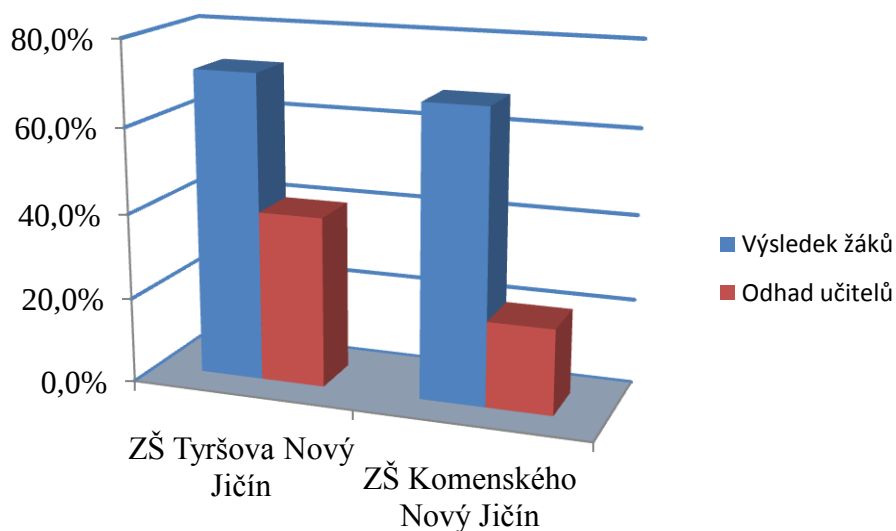
- vyhledat v tabulce požadovaná data a porozumět vztahům mezi nimi,
- používat jednoduchých převodů jednotek času při práci s daty v jízdních řádech.

Testovaná úloha č. 3 většině žáků nedělala problém. Všichni žáci pouze zakroužkovali odpověď – ani u jednoho jsem nenašla náznak nějaké zápisu nebo pomocného řešení. Pokud tedy zakroužkovali chybnou odpověď, nelze usoudit, z jakého důvodu k tomu došlo. Zda došlo ke špatnému převodu jednotek nebo k chybě numerické při součtu minut a hodin zůstává tedy otázkou. Proto není v kategorii *chybně* uveden žádný žák. Zcela správně úlohu vyřešilo 71 % žáků, zcela chybně 28 % a jeden žák (1 %) úlohu neřešil. Celkově lze však říci, že žáci umí používat jednoduché převody jednotek času při práci s daty v jízdních řádech.

Zajímalo nás, jak učitelé odhadli úspěšnost řešení úlohy č. 3 u svých žáků a konfrontovali jsme jejich odhad se skutečným výsledkem. Výsledky žáků a odhady učitelů jednotlivých škol uvádí tabulka č. 25 a graf č. 18.

Škola	Výsledek žáků	Odhad učitelů
ZŠ Tyršova Nový Jičín	72 %	40 %
ZŠ Komenského Nový Jičín	68 %	20 %

Tabulka č. 26 Úspěšnost řešení testů žáky v úloze č. 3 a odhad učitelů úspěšnosti jejich žáků v dané úloze.



Graf č. 18 Úspěšnost řešení testů žáky v úloze č. 3 a odhad učitelů úspěšnosti jejich žáků v dané úloze.

Z výše uvedeného grafu je vidět, že úlohu zvládli žáci bez větších potíží. Ve školách ZŠ Tyršova a ZŠ Komenského učitelé značně podcenili dovednosti svých žáků.

1.8 Testová úloha č. 4 a její řešení žáky 5. třídy ZŠ:

Paní Kratochvílová prodává hrníčky. Jeden hrníček stojí 60 Kč. Kolik korun utrží při prodeji pěti (deseti, dvanácti, patnácti, dvaceti) hrníčků? Zapiš do tabulky.

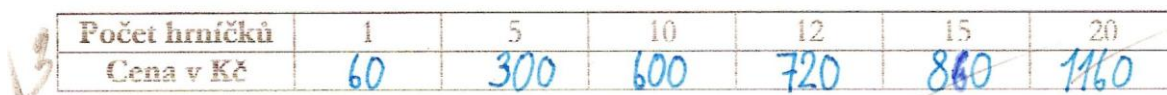
Počet hrníčků	1	5	10	12	15	20
Cena v Kč						

Cílem čtvrté úlohy bylo zjistit, zda žák umí:

- doplnit údaje do připravené tabulky.

V úloze č. 4 měli žáci za úkol vyplnit tabulku závislosti zaplacené částky na množství hrníčků. Úloha nečinila žákům velké problémy, tabulku vyplnilo zcela bezchybně 73 žáků (79 %). Chyby se objevily pouze v násobilce – nejvíce chyb bylo ve velké násobilce. Žáci, kteří měli uvedený špatný počet díky chybnému výpočtu, nevyužili možnosti vynásobit si čísla pod sebou na přiložený papír, počítali z paměti. Tento jev jsem hodnotila jako chybný, dopustilo se ho 17 % žáků. Za zcela chybné řešení jsem považovala jev, kdy žák vyplnil tabulku, ale zcela chybně – ani jedno číslo nebylo správné. Této chyby se dopustili dva žáci (2 %). Pouhé 1% žáků úlohu vůbec nepočítalo. Celkově lze říci, že úloha nečinila žákům problém, žáci tedy umí doplnit údaje do předem připravené tabulky.

Následující obrázek ukazuje nejčastější chybu, která se objevila v řešení úlohy č. 4.



Počet hrníčků	1	5	10	12	15	20
Cena v Kč	60	300	600	720	860	1160

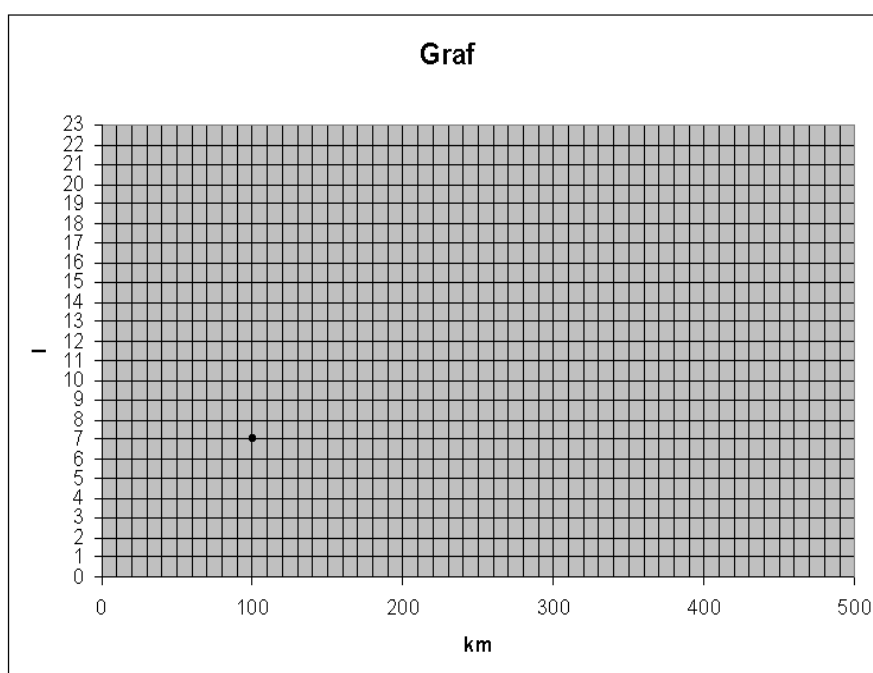
Obr. č. 12 Častá chyba v úloze č. 4.

Úloha č. 4 nebyla součástí dotazníku pro učitele, protože není převzata ze Standardů matematiky, ale z učebnice pro 4. ročník ZŠ. Nemůžeme tedy uvést odhady učitelů, kolik procent jejich žáků by úlohu zvládlo.

1.9 Testová úloha č. 5 a její řešení žáky 5. třídy ZŠ

Průměrná spotřeba Škody Fabia pana Kroutila je 7 l na 100 km. Pomoz panu Kroutilovi sestrojit graf vyjadřující množství spáleného benzínu v závislosti na ujetých kilometrech.

Ujeté kilometry	100					
Spotřeba benzínu	7					



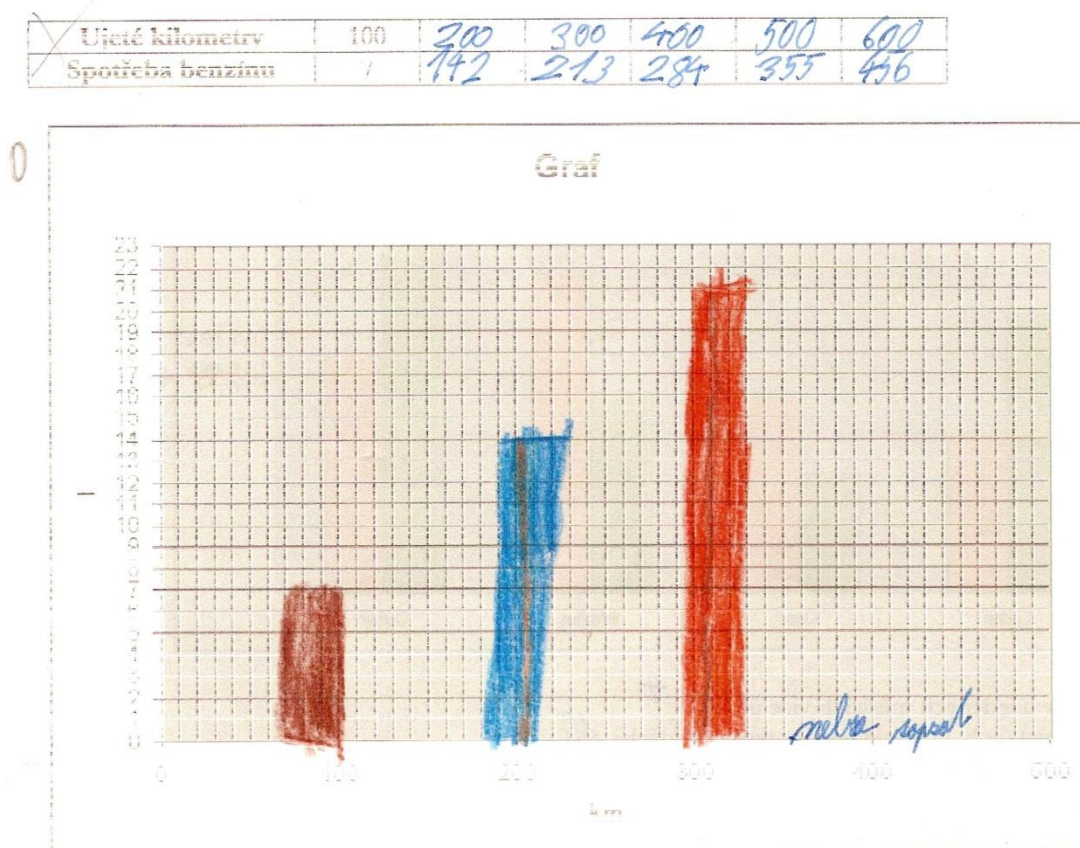
Cílem páté úlohy bylo zjistit, zda žák umí:

- doplnit údaje do připravené tabulky,
- vyhledat v tabulce potřebná data k sestrojení grafu.

V úloze č. 5 měli žáci za úkol vyplnit tabulku závislosti spotřeby benzínu na počtu ujetých kilometrů a vytvořit odpovídající graf. V úloze dosáhli žáci největší úspěšnosti z celého testu. Úkol splnilo zcela správně 80% žáků. Chybovali velice málo. Chyby spočívali ve špatném výpočtu spotřeby benzínu nebo ve špatném zakreslení údajů do grafu. Pokud nevyplnili celou tabulku nebo nevyznačili všechny body do grafu, hodnotila jsem úlohu za chybnou (10 %). Za zcela chybný jsem hodnotila jev, kdy žáci

špatně vyplnili tabulku nebo chybně zakreslili body do grafu. Stalo se tak ve čtyřech případech (4 %). Pět žáků (5 %) úlohu neřešilo. Celkově můžeme říct, že žáci dobře zvládli zadaný úkol, umí tedy vyhledat v tabulce potřebná data k sestrojení grafu.

Následující obrázek ukazuje nejčastější chyby, které se objevily v řešení úlohy č. 5. Jde o chybné vyplnění tabulky a zároveň chybné vykreslení grafu.



Obr. č. 13 Častá chyba v úloze č. 5.

Úloha č. 5 nebyla součástí dotazníku pro učitele, protože není převzata ze Standardů matematiky, ale z učebnice pro 4. ročník ZŠ. Nemůžeme tedy uvést odhady učitelů, kolik procent jejich žáků by úlohu zvládlo.

1.10 Závislost výsledku testu na klasifikaci žáků

V diplomové práci jsme se pokusili odpovědět na otázku, zda výsledek v testu závisí na školním výkonu žáků v pololetí. Ke statistickému výkonu byl použit test nezávislosti chí-kvadrát test dobré shody. Při výpočtu jsem postupovala podle vzorového příkladu uvedeného v knize Metody pedagogického výzkumu od prof. PhDr. Miroslava Chrásky, CSc.

Test nezávislosti chí-kvadrát se často využívá v případech, kdy rozhodujeme, zda existuje souvislost (závislost) mezi dvěma pedagogickými jevy, které byly zachyceny pomocí nominálního šetření. (Chráska, 2005)

Získané výsledky nejdříve zapíšeme do tabulky (tabulka č. 23). Čísla uvedená v tabulce č. 23 vyjadřují četnosti žáků, kteří splnili test na daný počet bodů a dostali odpovídající známku. Například číslo 10 v tabulce znamená, že 10 žáků dosáhlo více než 21 bodů z písemné práce a bylo hodnoceno známkou 1. Čísla uvedená v posledním řádku tabulky a posledním sloupci jsou takzvané *marginální* (okrajové) četnosti. Jedná se o součty četností v řádcích a sloupcích tabulky.

	Počet bodů v testu						
Známka z matematiky	23 - 21	20 - 17	16 - 10	9 - 6	5 - 0	Σ	
1	10	23	6	2	0	41	$n_{1.}$
2	2	12	19	1	1	35	$n_{2.}$
3	0	1	8	3	1	13	$n_{3.}$
4	0	0	2	0	1	3	$n_{4.}$
Σ	12	36	35	6	3	92	
	$n_{.1}$	$n_{.2}$	$n_{.3}$	$n_{.4}$	$n_{.5}$		n

Tabulka č. 27 Tabulka skutečných četností.

Před samotným testováním je nutné formulovat nulovou a alternativní hypotézu:

H_0 Výkon v testu nezávisí na klasifikaci žáka v pololetí.

H_A Výkon v testu závisí na klasifikaci žáka v pololetí.

Testování významnosti provedeme na hladině významnosti $\alpha = 0,05$.

V dalším kroku vypočteme *očekávané četnosti* $n_{i\cdot}$ pro každé pole tabulky č. 23. Očekávané četnosti jsou teoretické četnosti, které by potvrzovaly nulovou hypotézu. Vypočteme je podle následujícího vzorce a jednotlivé výsledky zapíšeme do tabulky (tabulka č. 24).

$$n_{i\cdot} = \sum_{j=1}^s n_{ij}; n_{\cdot j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}$$

Výpočet očekávaných výstupů:

$$\begin{array}{llll} O_{11} = \frac{12 \times 41}{92} = 5,348 & O_{12} = \frac{36 \times 41}{92} = 16,043 & \dots\dots\dots & \\ O_{21} = \frac{12 \times 35}{92} = 4,565 & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \end{array}$$

	Počet bodů v testu					
Známka z matematiky	23 - 21	20 - 17	16 - 10	9 - 6	5 - 0	Σ
1	5,348	16,043	15,598	2,674	1,337	41
2	4,565	13,696	13,315	2,283	1,141	35
3	1,696	5,087	4,946	0,848	0,424	13
4	0,391	1,174	1,141	0,196	0,098	3
Σ	12	36	35	6	3	92

Tabulka č. 28 Vypočtené očekávané výstupy.

V této chvíli, když již máme sestaveny obě tabulky četností, jsme schopni vypočítat testové kritérium χ^2 podle následujícího vzorce:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \frac{(n_{ij} - n'_{ij})^2}{n'_{ij}}$$

$$\chi^2 = \frac{(10 - 5,348)}{5,348} + \frac{(23 - 16,043)}{16,043} + \dots + \frac{(1 - 0,098)}{0,098} = 43,131$$

Vypočtená hodnota χ^2 je ukazatelem velikosti rozdílu mezi skutečností a vyslovenou nulovou hypotézou. Pro posouzení vypočítané hodnoty χ^2 je ještě třeba určit počet stupňů volnosti tabulky. Pro tabulku o r řádcích a s sloupcích se určí podle vztahu:

$$f = (r - 1) \times (s - 1)$$

V našem případě vychází počet volnosti:

$$f = (4 - 1) \times (5 - 1) = 12$$

Pro vypočítaný počet stupňů volnosti a pro zvolenou hladinu významnosti 0,05 nalezneme ve statistických tabulkách kritickou hodnotu testovaného kritéria:

$$\chi^2_{1-\alpha;(r-1)(s-1)} = \chi^2_{1-0,95;(4-1)(5-1)} = \chi^2_{0,05;(12)} = 21,026$$

Srovnáme-li vypočítanou hodnotu testovaného kritéria s hodnotou kritickou, zjišťujeme, že vypočítaná hodnota je vyšší, a proto je nutné odmítnout nulovou hypotézu a přijímáme hypotézu alternativní.

Ze statistického šetření vyplývá, že výkon v testu závisí na klasifikaci žáka v pololetí. Dalo by se tedy říct, že výborných výsledků dosáhli žáci s výborným nebo chvalitebným hodnocením v pololetí. Naopak slabších výsledků dosáhli žáci, kteří byli v pololetí klasifikováni známkou dobře a dostatečně.

Závěr

Diplomová práce chtěla přispět k problematice vnímání pojmu funkce a funkčního myšlení u žáků i učitelů na 1. stupni ZŠ v závislosti s kurikulárními dokumenty, tj. se zaměřením na tematický okruh RVP ZV „Závislosti, vztahy a práce s daty“. Tento tematický okruh je do kurikulárních dokumentů zařazen nově a mnozí učitelé s ním ještě neumí pracovat. Jeho význam je však pro praktické využití velmi významný, proto je na místě mu věnovat pozornost.

Cílem bylo zmapovat názor dotazovaných učitelů na výše zmíněnou problematiku a na vzorku žáků se pokusit popsat problémy při řešení úloh daného tématu.

V teoretické části jsou shrnuty základní poznatky vztahující se k poznatkové základně tematického okruhu RVP ZV „Závislosti, vztahy a práce s daty“. Teoretická část obsahuje také základní pojmy, které se týkají kurikulárních dokumentů a Standardů matematiky.

Praktická část prezentuje výstupy výzkumného šetření mezi učiteli a žáky. Jako nástroj pro realizaci výzkumného šetření jsem zvolila dotazník, který byl určen pro učitele 1. stupně ZŠ a nestandardizovaný didaktický test vlastní konstrukce pro žáky 5. ročníku ZŠ. Výzkumné šetření přineslo poměrně očekávané zjištění, že téma diplomové práce je pro učitele nezvyklé, v řadě případů jim dělá potíže vhodným způsobem využít tématu ve školním vyučování. Z tohoto hlediska požadují lépe zpracované učebnice.

Při vypracovávání diplomové práce jsme měla možnost hlouběji proniknout do problematiky funkcí a funkčního myšlení, seznámit se s indikátory uvedenými ve Standardech matematiky a využít poznatků ve své budoucí praxi tak, aby tohoto tématu bylo co nejlépe využito.

.

Seznam použitých pramenů a literatury

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 4. Všeň: Alter, 2009, 62 s. ISBN 978-80-7245-186-9 (1. Díl : BROŽ.).

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 4. Všeň: Alter, 2008, 62 s. ISBN 978-80-7245-159-3 (2. Díl : BROŽ.).

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 4. Všeň: Alter, 2009, 62 s. ISBN 978-80-7245-187-6 (3. Díl : BROŽ.).

CAKL, Ondřej. *Průvodce výukou dle RVP na 1. stupni ZŠ: očekávané výstupy: klíčové kompetence: mezipředmětové souvislosti: průřezová témata*. Olomouc: Prodos, 2008, 228 s. Modrá řada. ISBN 978-807-2302-352.

DIVÍŠEK, Jiří. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989, 269 s. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 80-042-0433-3.

HERMAN, Jiří, Vítězslava CHRÁPAVÁ, Eva JANČOVIČOVÁ a Jaromír ŠIMŠA. *Matematika pro nižší ročníky víceletých gymnázií: funkce*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2006, 154 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-719-6182-5.

CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. Vydání 1. Praha: Grada Publishing, 2007, 265 s. ISBN 978-80-247-1369-4.

JELÍNEK, Miloš. *Relace a funkce*. 1. vyd. Praha: SPN, 1974, 127 s.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Praha: Alter, 2010, 62 s. ISBN 978-80-7245-212-5 (1. Díl : BROŽ.).

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Praha: Alter, 2010, 62 s. ISBN 978-80-7245-213-2 (2. Díl : BROŽ.).

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Praha: Alter, 2010, 62 s. ISBN 978-80-7245-214-9 (3. Díl : BROŽ.).

KOPECKÝ, Milan. *Základy algebry*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 1998. ISBN 80-706-7891-7.

KUŘINA, František a Jana CACHOVÁ. *Matematika a porozumění světu: setkání s matematikou po základní škole*. Vyd. 1. Praha: Academia, 2009, 332 s. ISBN 978-802-0017-437.

KVĚTOŇ, Pavel. *Kapitoly z didaktiky matematiky I*. 2. vyd. Ostrava: Pedagogická fakulta v Ostravě, 1990, 241 s.

KVĚTOŇ, Pavel. *Kapitoly z didaktiky matematiky II*. 1. vyd. Ostrava: Pedagogická fakulta v Ostravě, 1986, 217 s.

MIKULENKOVÁ, Hana, Josef MOLNÁR a Bohumil NOVÁK. *Matematika pro 1. ročník: příručka pro učitele*. Olomouc: Prodos, 1998, 192 s. ISBN 80-723-0003-2.

MIKULENKOVÁ, Hana, Josef MOLNÁR a Bohumil NOVÁK. *Matematika pro 2. ročník: příručka pro učitele*. Olomouc: Prodos, 1998, 192 s. ISBN 80-723-0016-4.

MOLNÁR, Josef a Bohumil NOVÁK. *Matematika pro 3. ročník: příručka pro učitele*. Olomouc: Prodos, 1998, 192 s. ISBN 80-723-0021-0.

NOVÁK, Bohumil. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematik 2: (pro studium učitelství pro 1. stupeň ZŠ)*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. Pedagogická fakulta, 2004, 66 s. ISBN 80-244 0916-X.

NOVÁK, Bohumil a Josef MOLNÁR. *Matematika pro 4. ročník: příručka pro učitele*. Olomouc: Prodos, 1998, 192 s. ISBN 80-723-0006-7.

NOVÁK, Bohumil a Josef MOLNÁR. *Matematika pro 5. ročník: příručka pro učitele*. Olomouc: Prodos, 1998, 192s. ISBN 80-7230-014-8.

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 9. ročník základní školy*. 2. vyd. Praha: Prometheus, c2000, 91 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-719-6282-1.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: Funkce*. 4. vyd. Praha: Prometheus, 2011, 168 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-357-8 (BROŽ.).

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 8. vyd. Praha: Prometheus, 2005, 608 s. ISBN 80-719-6267-8.

STOPENOVÁ, Anna. *Základy matematiky 3*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005, 65 s. Texty k distančnímu vzdělávání v rámci kombinovaného studia. ISBN 80-244-1069-9.

SVOBODNÍKOVÁ, Jana. *Průvodce výukou dle RVP na 1. stupni ZŠ: očekávané výstupy : klíčové kompetence : mezioborové souvislosti : průřezová témata*. Olomouc: Prodos, c2006, 202 s. Modrá řada. ISBN 80-723-0169-1.

ŠEDIVÝ, Jaroslav. *Světónázorové problémy matematiky II.: Kapitoly z historie matematiky a logiky*. 1. vyd. Praha: SPN, 1984, 219 s.

Dějiny Matematiky. *Http// dml.cz*. [online]. [cit. 2012-03-10]. Dostupné z http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400887/DejinyMat_33-2007-1_6.pdf

Didaktika matematiky. *Http//matematika.chytrak.cz*. [online]. [cit. 2011-12-04]. Dostupné z http://www.matematika.chytrak.cz/pedak/dims1/Didaktika_matematiky.doc

Funkční myšlení. *Http://kmd.fp.tul.cz*. [online]. [cit. 2012-03-10]. Dostupné z http://kmd.fp.tul.cz/lide/kopackova/DM2_funkcni_mysleni_uvod.pdf

Rozvoj funkčního myšlení. *http://class.pedf.cuni.cz*. [online]. [cit. 2012-03-10]. Dostupné z <http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/FileDownload.aspx?FileID=95>

RVP ZV 2007. *Http//www.msmt.cz*. [online]. [cit. 2012-01-04]. Dostupné z <http://www.msmt.cz/vzdelavani/ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani-verze-2007>

Standardy vzdělávání. *Http//www.msmt.c.z* [online]. [cit. 2012-01-04]. Dostupné z <http://www.msmt.cz/vzdelavani/standardy-vzdelavani>

Seznam zkratek

APOD.	A PODOBNĚ
ATD.	A TAK DÁLE
CIEM	KOMISE PRO VYUČOVÁNÍ MATEMATICE (LA COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE)
ČR	ČESKÁ REPUBLIKA
MŠMT	MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
NAPŘ.	NAPŘÍKLAD
N. L.	NAŠEHO LETOPOČTU
RVP VZ	RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM PRO ZÁKLADNÍ VZDĚLÁVÁNÍ
STOL. PŘ. N. L.	STOLETÍ PŘED NAŠÍM LETOPOČTEM
ŠVP	ŠKOLSKÝ VZDĚLÁVACÍ PLÁN
TJ.	TO JE
TZV.	TAK ZVANĚ
ZŠ	ZÁKLADNÍ ŠKOLA

Seznam grafů

GRAF Č. 1	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „JAKÝMI PROSTŘEDKY JE MOŽNÉ FUNKČNÍ MYŠLENÍ ROZVÍJET U ŽÁKŮ?“	- 40 -
GRAF Č. 2	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „JAKÉ FUNKCE SE UČÍ NA 1. STUPNI ZŠ?“	- 41 -
GRAF Č. 3	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „V JAKÉ PODOBĚ JSOU FUNKCE NA 1. STUPNI ZŠ PREZENTOVÁNY?“	- 42 -
GRAF Č. 4	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „VE KTERÉM ROČNÍKU POVAŽUJETE ZA PODSTATNÉ SEZNÁMIT ŽÁKY S PROPEDEUTIKOU FUNKCÍ?“	- 43 -
GRAF Č. 5	PROPRACOVANOST PROPEDEUTIKY FUNKCÍ V UČEBNÍCÍCH.	- 44 -
GRAF Č. 6	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „PODPORUJÍ TYTO UČEBNICE FUNKČNÍ MYŠLENÍ U ŽÁKŮ?“	- 45 -
GRAF Č. 7	MÍRA OBTÍŽNOSTI ÚLOHY Č. 1.	- 47 -
GRAF Č. 8	VÝSLEDKY VHODNOSTI ÚLOHY Č. 1 PRO ŽÁKY ZŠ.	- 48 -
GRAF Č. 9	VÝSLEDKY ŠETŘENÍ JAKÉ JEVY SE V ÚLOZE Č. 1 OBJEVUJÍ.....	- 49 -
GRAF Č. 10	MÍRA OBTÍŽNOSTI ÚLOHY Č. 2.	- 51 -
GRAF Č. 11	VÝSLEDKY VHODNOSTI ÚLOHY Č. 2 PRO ŽÁKY ZŠ.	- 52 -
GRAF Č. 12	VÝSLEDKY ŠETŘENÍ JAKÉ JEVY SE V ÚLOZE Č. 2 OBJEVUJÍ.....	- 53 -
GRAF Č. 13	MÍRA OBTÍŽNOSTI ÚLOHY Č. 3.	- 55 -
GRAF Č. 14	VÝSLEDKY VHODNOSTI ÚLOHY Č. 3 PRO ŽÁKY ZŠ.	- 56 -
GRAF Č. 15	VÝSLEDKY ŠETŘENÍ JAKÉ JEVY SE V ÚLOZE Č. 3 OBJEVUJÍ.....	- 57 -
GRAF Č. 16	ÚSPĚŠNOST ŘEŠENÍ TESTŮ ŽÁKY V ÚLOZE Č. 1 A ODHAD UČITELŮ ÚSPĚŠNOSTI JEJICH ŽÁKŮ V DANÉ ÚLOZE.	- 63 -
GRAF Č. 17	ÚSPĚŠNOST ŘEŠENÍ TESTŮ ŽÁKY V ÚLOZE Č. 2 A ODHAD UČITELŮ ÚSPĚŠNOSTI JEJICH ŽÁKŮ V DANÉ ÚLOZE.	- 66 -
GRAF Č. 18	ÚSPĚŠNOST ŘEŠENÍ TESTŮ ŽÁKY V ÚLOZE Č. 3 A ODHAD UČITELŮ ÚSPĚŠNOSTI JEJICH ŽÁKŮ V DANÉ ÚLOZE.	- 68 -

Seznam obrázků

OBR. Č. 1	GRAF LINEÁRNÍCH FUNKCÍ $y = x + 1$, $y = x + 2$	19 -
OBR. Č. 2	GRAF KLESAJÍCÍ LINEÁRNÍ FUNKCE $y = -x + 1$	20 -
OBR. Č. 3	GRAF ROSTOUCÍ LINEÁRNÍ FUNKCE $y = x - 1$	20 -
OBR. Č. 4	GRAF PŘÍMÉ ÚMĚRNOSTI $y = x$	21 -
OBR. Č. 5	GRAF KONSTANTNÍ FUNKCE $y = 1$	22 -
OBR. Č. 6	GRAF KVADRATICKÝCH FUNKCÍ $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = 4x^2$, $y = -x^2$, $y = -2x^2$, $y = -4x^2$	24 -
OBR. Č. 7	GRAF NEPŘÍMÉ ÚMĚRNOSTI $y = 1/x$, $y = -1/x$	26 -
OBR. Č. 8	KLÍČOVÉ KOMPETENCE	28 -
OBR. Č. 9	ČASTÁ CHYBA V ÚLOZE Č. 1.	62 -
OBR. Č. 10	ČASTÁ CHYBA V ÚLOZE Č. 2A.	65 -
OBR. Č. 11	ČASTÁ CHYBA V ÚLOZE Č. 2B.	65 -
OBR. Č. 12	ČASTÁ CHYBA V ÚLOZE Č. 4	69 -
OBR. Č. 13	ČASTÁ CHYBA V ÚLOZE Č. 5.	71 -

Seznam tabulek

TABULKA Č. 1	VLASTNOSTI LINEÁRNÍCH FUNKCÍ.	- 18 -
TABULKA Č. 2	VLASTNOSTI KVADRATICKÝCH FUNKCÍ.	- 23 -
TABULKA Č. 3	VLASTNOSTI NEPŘÍMÉ ÚMĚRNOSTI.	- 25 -
TABULKA Č. 4	OČEKÁVANÉ VÝSTUPY RVP ZV	- 33 -
TABULKA Č. 5	CHARAKTERISTIKA ZKOUMANÉHO SOUBORU PODLE POHLAVÍ RESPONDENTŮ.	- 38 -
TABULKA Č. 6	CHARAKTERISTIKA ZKOUMANÉHO SOUBORU PODLE DÉLKY PEDAGOGICKÉ PRAXE.	- 38 -
TABULKA Č. 7	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „JAKÝMI PROSTŘEDKY JE MOŽNÉ FUNKČNÍ MYŠLENÍ ROZVÍJET U ŽÁKŮ?“	- 40 -
TABULKA Č. 8	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „JAKÉ FUNKCE SE UČÍ NA 1. STUPNI ZŠ?“	- 41 -
TABULKA Č. 9	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „V JAKÉ PODOBĚ JSOU FUNKCE NA 1. STUPNI ZŠ PREZENTOVÁNY?“	- 42 -
TABULKA Č. 10	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „VE KTERÉM ROČNÍKU POVAŽUJETE ZA PODSTATNÉ SEZNÁMIT ŽÁKY S PROPEDEUTIKOU FUNKCÍ?“	- 43 -
TABULKA Č. 11	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „MYSLÍTE SI, ŽE JE V NICH DOBŘE PROPRACOVÁNA PROPEDEUTIKA FUNKCÍ (V SOULADU S RVP ZV PRO 1. STUPEŇ ZŠ)?“	- 44 -
TABULKA Č. 12	ODPOVĚDI NA OTÁZKU „PODPORUJÍ TYTO UČEBNICE FUNKČNÍ MYŠLENÍ U ŽÁKŮ?“	- 45 -
TABULKA Č. 13	ODPOVĚDI NA OBTÍŽNOST ÚLOHY Č. 1.	- 46 -
TABULKA Č. 14	VÝSLEDKY VHODNOSTI ÚLOHY Č. 1 PRO ŽÁKY ZŠ.	- 47 -
TABULKA Č. 15	JAKÉ JEVY SE V ÚLOZE Č. 1 OBJEVUJÍ.	- 48 -
TABULKA Č. 16	ODPOVĚDI NA OBTÍŽNOST ÚLOHY Č. 2.	- 50 -
TABULKA Č. 17	VÝSLEDKY VHODNOSTI ÚLOHY Č. 2 PRO ŽÁKY ZŠ.	- 51 -
TABULKA Č. 18	JAKÉ JEVY SE V ÚLOZE Č. 2 OBJEVUJÍ.	- 53 -
TABULKA Č. 19	ODPOVĚDI NA OBTÍŽNOST ÚLOHY Č. 3.	- 54 -
TABULKA Č. 20	VÝSLEDKY VHODNOSTI ÚLOHY Č. 3 PRO ŽÁKY ZŠ.	- 55 -
TABULKA Č. 21	JAKÉ JEVY SE V ÚLOZE Č. 3 OBJEVUJÍ.	- 57 -
TABULKA Č. 22	CELKOVÁ ÚSPĚŠNOST ŽÁKŮ V ŘEŠENÝCH ÚLOHÁCH.	- 60 -
TABULKA Č. 23	KLASIFIKAČNÍ TABULKA	- 60 -
TABULKA Č. 24	ÚSPĚŠNOST ŘEŠENÍ TESTŮ ŽÁKY V ÚLOZE Č. 1 A ODHAD UČITELŮ ÚSPĚŠNOSTI JEJICH ŽÁKŮ V DANÉ ÚLOZE	- 62 -
TABULKA Č. 25	ÚSPĚŠNOST ŘEŠENÍ TESTŮ ŽÁKY V ÚLOZE Č. 2 A ODHAD UČITELŮ ÚSPĚŠNOSTI JEJICH ŽÁKŮ V DANÉ ÚLOZE.	- 66 -
TABULKA Č. 26	ÚSPĚŠNOST ŘEŠENÍ TESTŮ ŽÁKY V ÚLOZE Č. 3 A ODHAD UČITELŮ ÚSPĚŠNOSTI JEJICH ŽÁKŮ V DANÉ ÚLOZE.	- 68 -
TABULKA Č. 27	TABULKA SKUTEČNÝCH ČETNOSTÍ.	- 72 -
TABULKA Č. 28	VYPOČTENÉ OČEKÁVANÉ VÝSTUPY.	- 73 -

Seznam příloh

PŘÍLOHA Č. 1 DOTAZNÍK PRO UČITELE.

PŘÍLOHA Č. 2 NESTANDARDIZOVANÝ DIDAKTICKÝ TEST – NEŘEŠENÝ.

PŘÍLOHA Č. 3 ŘEŠENÝ NESTANDARDIZOVANÝ TEST – PLNÝ POČET BODŮ.

PŘÍLOHA Č. 4 ŘEŠENÝ NESTANDARDIZOVANÝ TEST – NEJMENŠÍ POČET BODŮ.

Příloha č. 1: Dotazník pro učitele

Vážená paní učitelko, Vážený pane učiteli,

Dovoluji si Vás požádat o vyplnění dotazníku k mé diplomové práci na téma: *Rozvíjení pojmu funkce ve školské matematice*.

Dotazník je anonymní a údaje budou zpracovány a použity pouze pro účely výše jmenované diplomové práce. U některých otázek je možné zatrhnout více odpovědí.

Součástí tohoto dotazníku jsou i tři standardizované úlohy – úlohy, prosím nepočítejte!!!
Odpovězte na otázky pod úlohami.

Děkuji Vám za Váš čas strávený vyplňováním následujících otázek.

Martina Večerková
Studentka oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ, UP Olomouc

Zatrhněte nebo vyplňte, prosím, následující údaje:

1. Jsem ŽENA x MUŽ.
2. Pracuji na MALOTŘÍDNÍ x PLNĚORGANIZOVANÉ ŠKOLE, která se nachází na VESNICI x ve MĚSTĚ.
3. Jaká je délka Vaší pedagogické praxe?
 - a) 0-5 let
 - b) 6-10 let
 - c) 11-15 let
 - d) 16 a více let
4. Jaké je Vaše nejvyšší dovršené vzdělání a jeho zaměření?
 - a) středoškolské: zaměření (typ střední školy)_____
 - b) vysokoškolské: zaměření (typ vysoké školy)_____
5. Ve které třídě učíte v letošním školním roce? _____
6. Co si představujete pod pojmem funkční myšlení:

7. Je funkční myšlení důležitou složkou osobnosti žáka?
 - a) ano
 - b) ne
8. Jakými prostředky je možné funkční myšlení rozvíjet u žáků?
 - a) učivem o funkcích
 - b) slovními úlohami
 - c) učivem o reálných situacích ze života

9. Jaké funkce se učí na 1. stupni ZŠ?

- a) přímá úměrnost
- b) kvadratická funkce
- c) nepřímá úměrnost
- d) lineární funkce

10. V jaké podobě jsou funkce na 1. stupni ZŠ prezentovány:

- a) tabulkou
 - b) grafem
 - c) vzorcem
 - d) diagramem
 - e) jiné:
-

11. Ve kterém ročníku považujete za podstatné seznámit žáky s propedeutikou funkcí:

- a) 1. ročník
- b) 2. ročník
- c) 3. ročník
- d) 4. ročník
- e) 5. ročník

12. Z kterého nakladatelství používáte učebnice matematiky?

13. Myslíte si, že je v nich dobře propracována propedeutika funkcí (v souladu s RVP pro 1. stupeň ZŠ)?

- a) ano
- b) spíše ano
- c) spíše ne
- d) ne

14. Podporují tyto učebnice funkční myšlení u žáků?

- a) ano
- b) částečně
- c) ne

Následující otázky, prosím, vyplňte bez ohledu na ročník, ve kterém učíte.

Úloha č. 1:

V tabulce je uveden počet diváků, kteří se během uvedených tří dnů přišli podívat do pražských kin na film *Kučky se vrací*.

DEN	středa	pátek	neděle
POČET NÁVŠTĚVNÍKŮ	490	1 509	1 954

- a) O kolik bylo návštěvníků v pátek víc než ve středu? _____
- b) Kolik návštěvníků celkem vidělo film v uvedených dnech? _____
- c) Je z údajů možné určit, kolik návštěvníků vidělo tento film v sobotu?
ANO – NE (zakroužkuj pravdivou odpověď)

1. Je tato úloha pro žáky:

- a) lehká
- b) přiměřená
- c) těžká
- d) nemohu posoudit

2. Je tato úloha pro žáky:

- a) vhodná
- b) nevhodná
- c) přiměřená
- d) nemohu posoudit

3. Jaké jevy se v této úloze objevují?

- a) žák vyhledává, sbírá a třídí data
- b) žák posuzuje reálnost vyhledaných údajů
- c) jiné (uveďte jaké) : _____

4. Kolik procent vašich žáků by tuto úlohu vyřešilo? _____

Úloha č. 2:

Na informační tabuli o příjezdech vlaků jsou tyto údaje:

Číslo vlaku	Směr	Pravidelný příjezd	Zpoždění v minutách
Os 1	Kolín – Český Brod	12:35	70

Vyber z nabídky, v kolik hodin přijede zpožděný vlak:

- a) 19:35 b) 13:45 c) 13:35 d) 13:05

1. Je tato úloha pro žáky:

- a) lehká
- b) přiměřená
- c) těžká
- d) nemohu posoudit

2. Je tato úloha pro žáky:

- a) vhodná
- b) nevhodná
- c) přiměřená
- d) nemohu posoudit

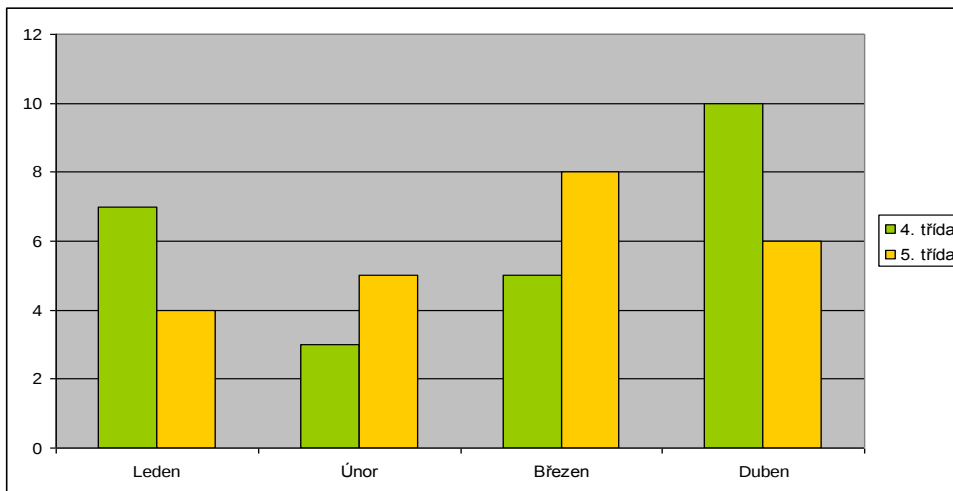
3. Jaké jevy se v této úloze objevují?

- a) žák vyhledává v tabulce nebo diagramu požadovaná data a porozumí vztahům mezi nimi (nejmenší, největší hodnota apod.)
- b) žák používá jednoduchých převodů jednotek času při práci s daty v jízdních řádech
- c) orientuje se v čase
- d) jiné (uved'te jaké): _____

4. Kolik procent vašich žáků by tuto úlohu vyřešilo? _____

Úloha č. 3:

Diagram udává počet domácích úloh z matematiky ve čtyřech po sobě jdoucích měsících ve 4. třídě a v 5. třídě.



- Která třída dostala v uvedených měsících více úloh?
- Jaký byl největší počet úloh za měsíc v jednotlivých třídách?
- Jaký byl průměrný počet úloh za měsíc ve 4. třídě a v 5. třídě?

1. Je tato úloha pro žáky:

- lehká
- přiměřená
- těžká
- nemohu posoudit

2. Je tato úloha pro žáky:

- vhodná
- nevhodná
- přiměřená
- nemohu posoudit

3. Jaké jevy se v této úloze objevují?

- žák interpretuje výsledky získané porovnáváním souborů dat
- žák porovná kvantitativní vztahy mezi soubory dat zadaných tabulkami, grafy a diagramy
- žák tvoří, doplňuje tabulky, schémata

d) jiné (uveďte jaké): _____

4. Kolik procent vašich žáků by tuto úlohu vyřešilo? _____

Děkuji Vám za Vaše odpovědi.
Martina Večerková

Příloha č. 2: Nestandardizovaný didaktický test - neřešený

Nestandardizovaný test z matematiky pro žáky 5. třídy

Test obsahuje 5 úloh.

- Časový limit pro řešení úloh je **40 minut**.
- Povolené pomůcky: psací potřeby, papír.

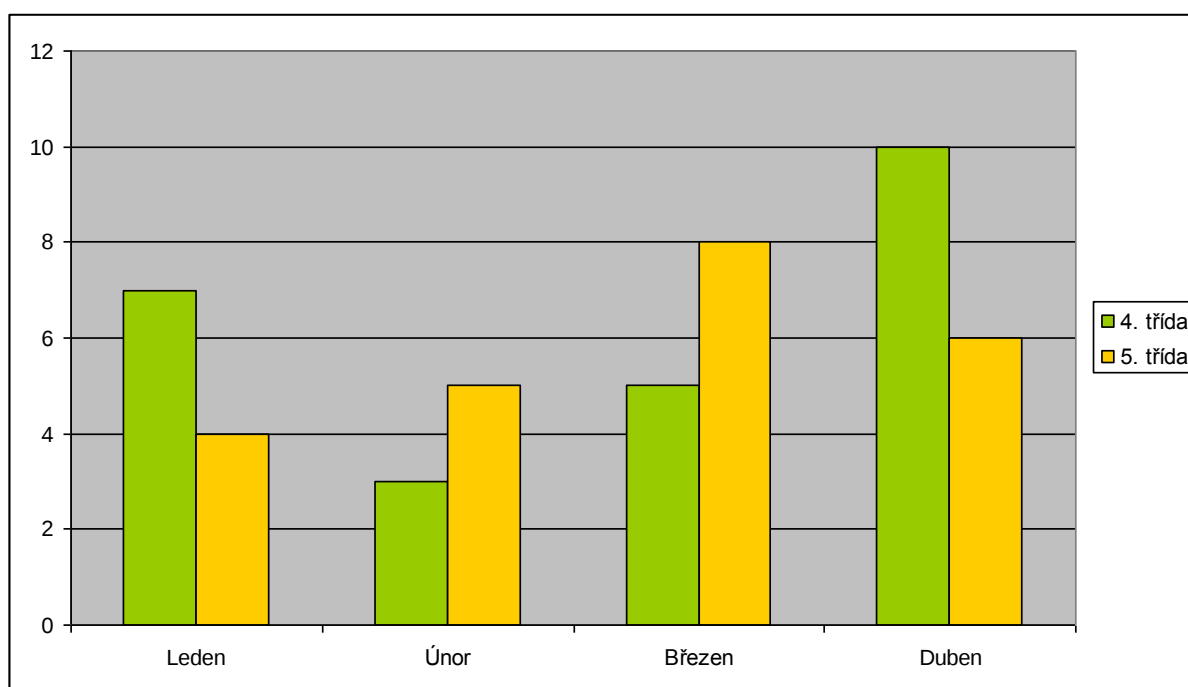
Tvoje známka z matematiky na letošním pololetním vysvědčení: _____

1. V tabulce je uveden počet diváků, kteří se během uvedených tří dnů přišli podívat do pražských kin na film *Kuky se vrací*.

DEN	středa	pátek	neděle
POČET NÁVŠTĚVNÍKŮ	490	1 509	1 954

- O kolik bylo návštěvníků v pátek víc než ve středu? _____
- Kolik návštěvníků celkem vidělo film v uvedených dnech? _____
- Je z údajů možné určit, kolik návštěvníků vidělo tento film v sobotu?
ANO – NE (zakroužkuj pravdivou odpověď)

2. Diagram udává počet domácích úloh z matematiky ve čtyřech po sobě jdoucích měsících.



- Která třída dostala v uvedených měsících více úloh?
- Jaký byl největší počet úloh za měsíc v jednotlivých třídách?
- Jaký byl průměrný počet úloh za měsíc ve 4. třídě a v 5. třídě?

3. Na informační tabuli o příjezdech vlaků jsou tyto údaje:

Číslo vlaku	Směr	Pravidelný příjezd	Zpoždění v minutách
Os 1	Kolín – Český Brod	12:35	70

Vyber z nabídky, v kolik hodin přijede zpožděný vlak

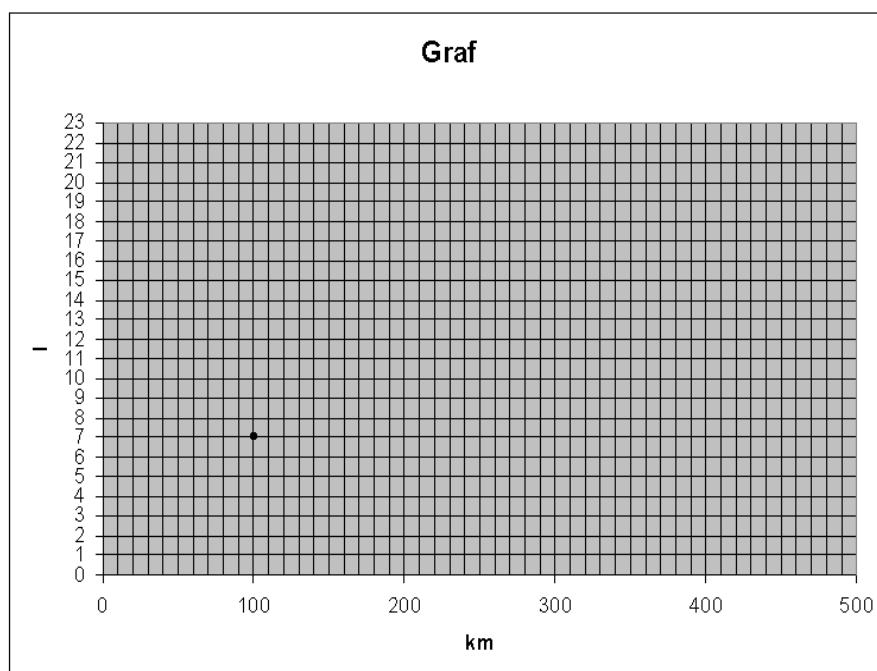
- a) 19:35
- b) 13:45
- c) 13:35
- d) 13:05

4. Paní Kratochvílová prodává hrníčky. Jeden hrníček stojí 60 Kč. Kolik korun utrží při prodeji pěti (deseti, dvanácti, patnácti, dvaceti) hrníčků? Zapiš do tabulky.

Počet hrníčků	1	5	10	12	15	20
Cena v Kč						

5. Průměrná spotřeba Škody Fabia pana Kroutila je 7 l na 100 km. Pomoz panu Kroutilovi sestrojit graf vyjadřující množství spáleného benzínu v závislosti na ujetých kilometrech.

Ujeté kilometry	100					
Spotřeba benzínu	7					



Příloha č. 3: Řešený nestandardizovaný test – plný počet bobů.

Nestandardizovaný test z matematiky pro žáky 5. třídy

Test obsahuje 5 úloh.

- Časový limit pro řešení úloh je **40 minut**.
- Povolené pomůcky: psací potřeby, papír.

Tvoje známka z matematiky na letošním pololetním vysvědčení: 1

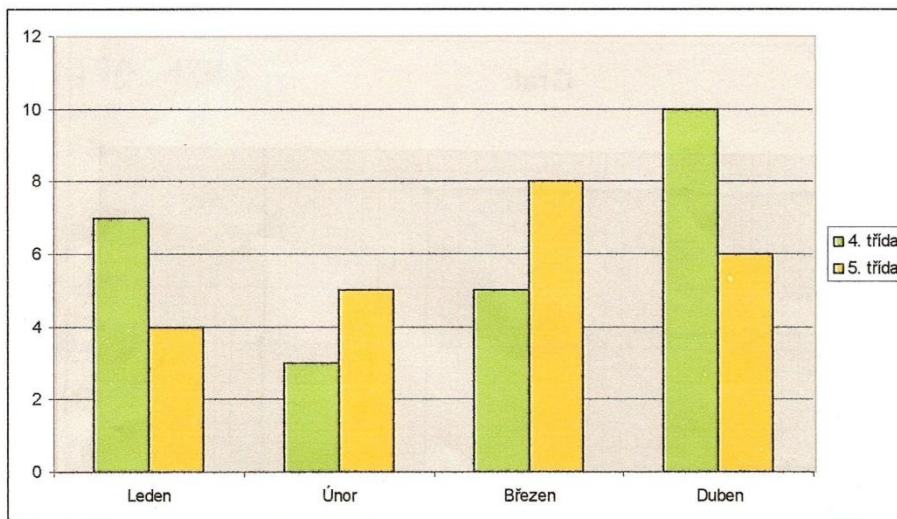
236

1. V tabulce je uveden počet diváků, kteří se během uvedených tří dnů přišli podívat do pražských kin na film *Kuky se vrací*.

DEN	středa	pátek	Neděle
Počet návštěvníků	490	1 509	1 954

- a) O kolik bylo návštěvníků v pátek víc než ve středu? 1019
- b) Kolik návštěvníků celkem vidělo film v uvedených dnech? 3953
- c) Je z údajů možné určit, kolik návštěvníků vidělo tento film v sobotu?
ANO – NE (zakroužkuj pravdivou odpověď)

2. Diagram udává počet domácích úloh z matematiky ve čtyřech po sobě jdoucích měsících.



- a) Která třída dostala v uvedených měsících více úloh?
- b) Jaký byl největší počet úloh za měsíc v jednotlivých třídách?
- c) Jaký byl průměrný počet úloh za měsíc ve třídě A a ve třídě B?

3. Na informační tabuli o příjezdech vlaků jsou tyto údaje:

Číslo vlaku	Směr	Pravidelný příjezd	Zpoždění v minutách
Os 1	Kolín – Český Brod	12:35	70

Vyber z nabídky, v kolik hodin přijede zpožděný vlak

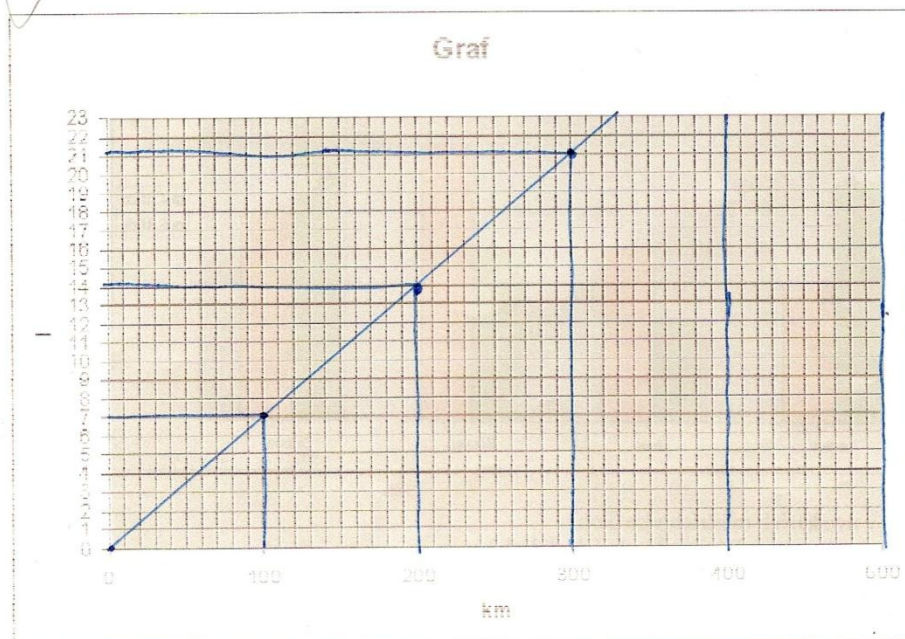
- a) 19:35
b) 13:45
 c) 13:35
 d) 13:05

4. Paní Kratochvílová prodává hrníčky. Jeden hrníček stojí 60 Kč. Kolik korun utrží při prodeji pěti (deseti, dvanácti, patnácti, dvaceti) hrníčků? Zapiš do tabulky.

Počet hrníčků	1	5	10	12	15	20
Cena v Kč	60	300	600	720	900	1 200

5. Průměrná spotřeba Škody Fabia pana Kroutila je 7 l na 100 km. Pomoz panu Kroutilovi sestavit graf vyjadřující množství spáleného benzínu v závislosti na ujetých kilometrech.

Ujeté kilometry	100	200	300	400	500	600
Spotřeba benzínu	7	14	21	28	35	42



$$1) - a: \begin{array}{r} 1\ 509 \\ - 490 \\ \hline 1\ 019 \end{array} \quad - b: \begin{array}{r} 490 \\ 1\ 509 \\ 1\ 954 \\ \hline 3\ 953 \end{array} \quad - c: NE$$

2) a: leden únor březen duben
4. bř. 5. bř. 5. bř. 4. bř.

- b: 4. bř. měla nejvíce 10 úloh v měsíci dubnu.
5. bř. měla nejvíce 8 úloh v měsíci březnu.

$$- c: 4. bř. 7 + 3 + 5 + 10 = 25 : 4 = 6 \text{ (ok. 1)} \\ 5. bř. 4 + 5 + 8 + 6 = 23 : 4 = 5 \text{ (ok. 3)}$$

$$3) 12:35 + 70 = 13:45$$

$$4) 5 \cdot 60 = 300$$

$$10 \cdot 60 = 600$$

$$12 \cdot 60 = 720$$

$$15 \cdot 60 = 900$$

$$20 \cdot 60 = 1\ 200$$

$$5) \begin{array}{l} \cancel{100} \Rightarrow 100 \text{ km} = 7 \text{ L} \\ 200 \text{ km} = 14 \text{ L} \\ 300 \text{ km} = 21 \text{ L} \\ 400 \text{ km} = 28 \text{ L} \\ 500 \text{ km} = 35 \text{ L} \\ 600 \text{ km} = 42 \text{ L} \end{array}$$

Příloha č. 4: Řešený nestandardizovaný test – nejmenší počet bodů

Nestandardizovaný test z matematiky pro žáky 5. třídy

Test obsahuje 5 úloh.

- Časový limit pro řešení úloh je **40 minut**.
- Povolené pomůcky: psací potřeby, papír.

Tvoje známka z matematiky na letošním pololetním vysvědčení: 4

36

1. V tabulce je uveden počet diváků, kteří se během uvedených tří dnů přišli podívat do pražských kin na film *Kuky se vrací*.

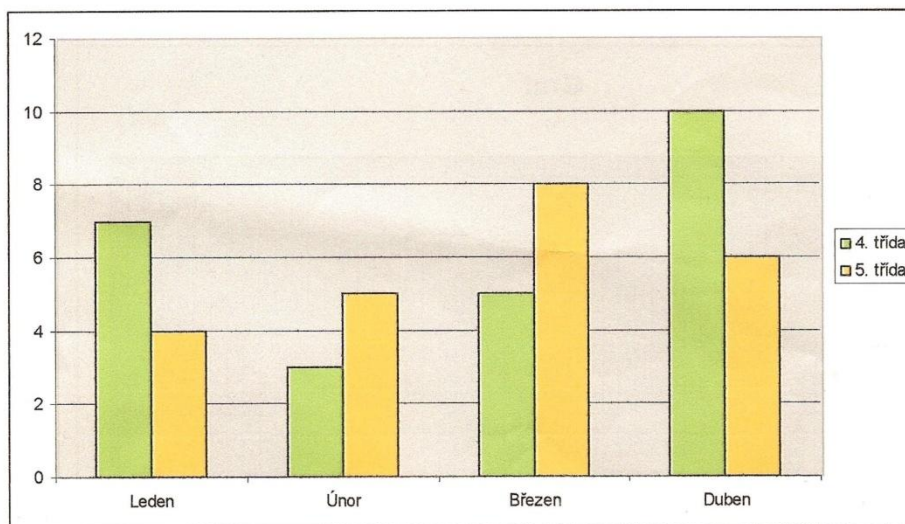
DEN	středa	pátek	Neděle
Počet návštěvníků	490	1 509	1 954

✓ a) O kolik bylo návštěvníků v pátek víc než ve středu? 1019 ✓

✓ b) Kolik návštěvníků celkem vidělo film v uvedených dnech? 3953 ✓

✗ c) Je z údajů možné určit, kolik návštěvníků vidělo tento film v sobotu?
ANO – NE (zakroužkuj pravdivou odpověď)

✗ 2. Diagram udává počet domácích úloh z matematiky ve čtyřech po sobě jdoucích měsících.



✗ a) Která třída dostala v uvedených měsících více úloh? 4. třída duben

✗ b) Jaký byl největší počet úloh za měsíc v jednotlivých třídách?

✓ c) Jaký byl průměrný počet úloh za měsíc ve třídě A a ve třídě B?

✓ 3. Na informační tabuli o příjezdech vlaků jsou tyto údaje:

Číslo vlaku	Směr	Pravidelný příjezd	Zpoždění v minutách
Os 1	Kolín – Český Brod	12:35	70

1 Vyber z nabídky, v kolik hodin přijede zpožděný vlak

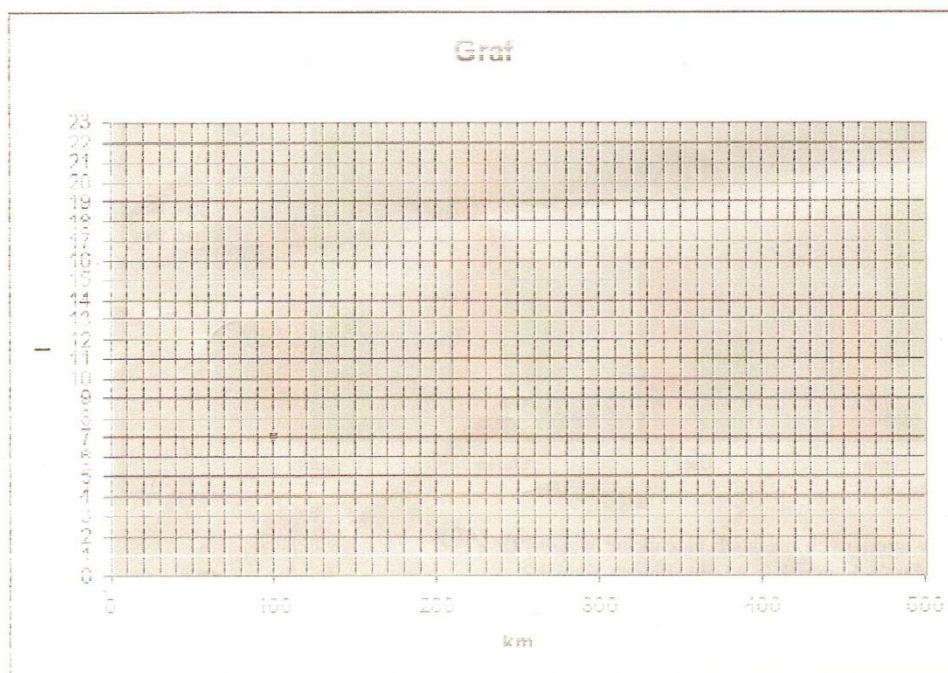
- ☐ a) 12:35
☒ b) 13:45
☐ c) 13:35
☐ d) 13:05

X 4. Paní Kratochvílová prodává hrníčky. Jeden hrníček stojí 60 Kč. Kolik korun utrží při prodeji pěti (deseti, dvanácti, patnácti, dvaceti) hrníčků? Zapiš do tabulky.

Počet hrníčků	1	5	10	12	15	20
Cena v Kč	60	300	600			

X 5. Průměrná spotřeba Škody Fabie pana Kroutila je 7 l na 100 km. Pomoz panu Kroutilovi sestavit graf vyjadřující množství spáleného benzínu v závislosti na ujetých kilometrech.

Ujeté kilometry	100					
Spotřeba benzínu	7					



ANOTACE

Jméno a příjmení:	Martina Večerková
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Rok obhajoby:	2012

Název práce:	Rozvíjení pojmu funkce ve vyučování matematiky na 1. stupni ZŠ
Název v angličtině:	The Development of a Concept of a Function while Teaching Mathematics in the 1 st Stage of Primary School
Anotace práce:	Diplomová práce s názvem: „Rozvíjení pojmu funkce ve vyučování matematiky na 1. stupni ZŠ“ je zaměřena na zjištění, jak učitelé 1. stupně ZŠ vnímají a interpretují pojem funkce a funkční myšlení v kontextu praxe vyučování matematiky na ZŠ a jak žáci 5. ročníku ZŠ dovedou řešit úlohy, které realizují tematický okruh RVP ZV „Závislosti, vztahy a práce s daty“. K realizaci výzkumného řešení je použit dotazník pro učitele a nestandardní didaktický test pro žáky 5. ročníku ZŠ. V závěru jsou shrnuty výsledky šetření a naznačeny některé závěry pro vlastní praxi.
Klíčová slova:	funkce, funkční myšlení, standardy matematiky, závislosti, vztahy, vlastnosti funkcí

Anotace v angličtině:	The thesis called 'The Development of a Concept of a Function while Teaching Mathematics in the 1 st Stage of Primary School' concentrates on finding how teachers of the 1 st stage of primary school perceive and interpret a concept of a function and functional thinking. The aim of the thesis was to find out whether the pupils of the fifth grade are able to solve tasks that implement the thematic area of RVP ZV 'Dependencies, relations and work with data'. The research was made by a questionnaire for teachers. Pupils of the fifth grade were asked to fill in a nonstandard didactic test. The end summarizes the results of the investigation as well as suggests some conclusions for their own practise.
Klíčová slova v angličtině:	function, functional thinking, mathematical standards, dependence, relations, properties of functions
Přílohy vázané v práci:	Příloha č. 1: Dotazník pro učitele. Příloha č. 2: Nestandardizovaný didaktický test – Neřešený. Příloha č. 3: Řešený nestandardizovaný test – plný počet bobů. Příloha č. 4: Řešený nestandardizovaný test – nejmenší počet bodů.
Rozsah práce:	84 s. + přílohy
Jazyk práce:	čeština