Posudek a hodnocení diplomové práce

„J. Kmec: Numerická realizace úloh s pružně plastickými tělesy“

Smyslem práce bylo, aby se student seznámil s problematikou elastoplasticity, především z numerického hlediska. K tomuto účelu byl vybrán zjednodušený (statický) model zahrnující von Misesovo kritérium plasticity a izotropní zpevnění. Pro lepší pochopení problematiky byly dále uvažovány dva pomocné modely, které mají jednodušší strukturu na konstitutivní úrovni: elastický a elasto-perfektně plastický Henckyho model. Cílem práce nebyla pouhá implementace vhodného řešiče úlohy, ale také důkladný rozbor problému, který je důležitý nejen pro analýzu řešitelnosti, ale také pro konvergenční analýzu zvolené numerické metody.

Práce je členěna do devíti kapitol. První a poslední kapitola obsahují úvod a závěr. Druhá kapitola shrnuje potřebný teoretický aparát zahrnující vybrané výsledky z konvexní analýzy, variačního počtu, funkcionální analýzy či prostorů funkcí. Mimo jiné jsou zde uvedeny pojmy jako semihladké funkce nebo zobecněné projektivní zobrazení na konvexní množinu.

Pro pochopení problematiky je klíčová třetí kapitola, ve které jsou představeny tři uvažované konstitutivní modely a jejich typické vlastnosti. Tato kapitola byla po technické stránce náročná, protože bylo zapotřebí pracovat s tenzorovými funkcemi, jejími derivacemi nebo rozkladem tenzorů na deviatorickou a volumetrickou část. Student navíc nedostal zadané explicitní tvary konstitutivních vztahů, ale vycházel s projektivních definic uvažovaných modelů, jak je to v elastoplasticitě běžné, a jeho úkolem bylo odvodit si explicitní tvary. Při zpracování této kapitoly student prokázal samostatné myšlení a při odvozování se obešel bez studia literatury, ačkoliv i tato alternativa byla možná. Třetí kapitola dále shrnuje klasickou formulaci problému a dimenzionální redukci 3D úlohy pomocí rovinné deformace.

Ve čtvrté kapitole je odvozena slabá a variační formulace zkoumaných problémů. Nechybí ani analýza řešitelnosti úloh, při které bylo zapotřebí hlavně ověřit koercivitu, ryzí konvexitu a spojitou diferencovatelnost příslušných energetických funkcionálů na základě vlastností odvozených ve třetí kapitole.

Pátá kapitola se věnuje diskretizaci problémů pomocí metody konečných prvků. Je i stručně odvozena konvergence posloupnosti řešení diskretizovaných problémů k řešení spojitého problému. Dále je pro 2D úlohu rovinné deformace odvozena algebraická formulace problémů, což pro elastoplastický problém není tak snadné, jak by se na první pohled dalo očekávat. Standardně se totiž používá jiná algebraická reprezentace pro tenzory napětí a deformace. Navíc, na rozdíl od elasticity, je do algebraické formulace nutné zahrnout také složku napětí σ_{33}, neboť ovlivňuje konstitutivní vztah. Studentem provedený algebraický přepis nelineárních operátorů má velice jednoduchou strukturu. Je zde dobře patrný vztah mezi algebraickým funkcionálem a jeho první a druhou derivací, což v odborné literatuře není vůbec samozřejmostí. Díky kvalitnímu přepisu elastoplastického problému do algebraické podoby pak proběhla vlastní implementace na počítači bez větších obtíží.

V šesté kapitole je uvedena semihladká Newtonova metoda s tlumením, která je vhodná pro řešení uvažovaného elastoplastického problému. Studentovým úkolem zde bylo ověřit, zda-li jsou splněny předpoklady, které zaručují globální konvergenci metody a kvadratický řád konvergence v okolí řešení. Oproti původně navrženému způsobu výpočtu koeficientů tlumení, student představil výpočet pomocí Armijovy metody, který pak následně použil při výpočtech.

Sedmá kapitola obsahuje numerické experimenty se dvěma různými geometriemi. První (obdélníkovou) geometrii si student navrhl sám a vyzkoušel si na ní, jaký vliv na nelineární chování mají různě zadané povrchové síly a objemová síla reprezentující tíhu tělesa. Byl zde také pokus zkoumat numerické výsledky v závislosti na jemnosti dělení. Druhá geometrie obsahuje kruhový výřez v tělese a byla použita pro ověření správnosti studentových numerických výsledků, což proběhlo úspěšně. Na této geometrii si student mimo jiné také vyzkoušel konstrukci zátěžové cesty pro monotónní proces zatěžování a otestoval vliv parametru zpevnění na celkovou materiálovou odezvu v rámci tohoto procesu. Dále byl proveden experiment ilustrující superlineární řád konvergence.

Osmá kapitola pak obsahuje obrázkovou a tabulkovou přílohu k numerickým experimentům, což mohlo být v sedmé kapitole a úvodu práce více zdůrazněno. Součástí práce je i přiložené CD obsahující hlavně matlabovský kód a nalezené vektory posunutí a napětí pro případnou kontrolu numerických výsledků.

Student měl zadané poměrně náročné a komplexní téma zahrnující nejen numerickou matematiku, ale také matematickou analýzu. Při zpracování problematiky prokázal student samostatnost i schopnost pracovat s odbornou literaturou a tématu docela dobře porozuměl. Vzhledem k rozsahu práce ale bylo pro studenta náročné text vyladit, jak po metodické tak po stylistické stránce, aby byl čitelnější i pro čtenáře nezasvěcené do problematiky. Dále součástí posudku je příloha se seznamem drobných nepřesností a nejasností. Počet nalezených nepřesností je přiměřený délce textu. Vzhledem k výše uvedenému, **doporučuji práci k obhajobě a hodnotím stupněm A.**

V Ostravě dne 30.4.2014,

Mgr. Stanislav Sysala, Ph.D.
(vedoucí diplomové práce)

Příloha 1 – drobné nepřesnosti a nejasnosti

Str. 8, první odstavec: čtvrtá věta v tomto odstavci je trochu nesrozumitelná – buď tam nějaké slovo chybí nebo je navíc.

3. kapitola: někde by mělo být zdůrazněno, že je uvažován homogenní materiál pro všechny tři modely, a proto materiálové parametry lambda, mu, H, Y jsou kladnými konstantami v celé oblasti.

Str. 31, 3. Řádek důkazu Lemma 3.4: není správně napsáno, čemu je rovno f(0) a f(1).

Str. 34, 3. řádek shora: funkční hodnoty zobrazení P nepatří do prostoru R.

Str. 39, Věta 3.5: zobrazení T, tj. (3.54), bych neoznačoval jako projekci, protože projekce, jak plyne z její definice, není obecně silně monotónní zobrazení.

Str. 44, 4. řádek shora: místo H^1(\Omega) má být [H^1(\Omega)]^3.

Str. 53, důkaz Lemma 5.2: Má tam být odkaz na Lemma 5.1 a ne na Lemma 5.2.

Str. 57, 5. řádek shora: psát \varphi_i^K.

Str. 57, 6. řádek shora: překlep v definici funkce \varphi_i^K – chybí "y".

Str. 60: V posledním odstavci se píše, že položení diagonálních prvků v matici A hodnotě jedna vede na špatně podmíněnou matici. Přesto to tak bylo při implementaci použito. Osobně bych se raději při implementaci přikláněl řádky a sloupce odpovídající Dirichletovým okrajovým podmínkám vyredukovat.

Str. 64: ve vzorci (5.27) je místo konstanty Y jednou uvedeno "c".

Str. 67: v rámečku s algoritmem 1 chybí ve třetím řádku část textu.

Str. 69: zastavovací kritérium není vhodné, pokud parametr tlumení je příliš malý, což je někdy pozorováno v důsledku zaokrouhlovacích chyb. Proto bych do čitatele dal raději normu p_k, případně vyzkoušel i jiná zastavovací kritéria.

7. kapitola: zmínit, že obrázky 3-12 lze najít v příloze 8.1. Uvést, jaké hodnoty parametru beta a koef byly nakonec použity. V algoritmu 2 je zmíněno beta=0.01, ale v kódu je použito 0.1. Hodnota beta=0.1 je moc velká, pokud H=1000, což je docela malá hodnota parametru zpevnění.

Str. 74, 3. řádek shora: Co se myslí pojmem „relativní chyba výpočtu“?

Str. 76: kolize ve značení – písmenko beta bylo rezervováno pro něco jiného.

Poznámka k implementaci: Kód je dostačující spíše pro hrubší dělení zkoumaných oblastí. Pro jemnější dělení už by ale bylo vhodné kód optimalizovat, především sestavování tangenciálních matic tuhosti, které se provádí v každé iteraci. S těmito maticemi se bohužel nepracuje jako s řídkými, ačkoliv to software Matlab umožňuje užitím příkazu „sparse“. Inspiraci lze nalézt např. ve veřejně dostupných kódech od C. Carstensena. Nejde při tom jenom o rychlost výpočtu, ale také o přesnost.

V počítači měla být provedena kontrola pravopisu za účelem odstranění gramatických chyb.