

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Nicola Rotterová

Matematické kompetence žáků základních škol

Prohlašuji, že diplomovou práci s názvem Matematické kompetence žáků základních škol jsem zpracovala samostatně pod vedením Mgr. Jitky Hodaňové, Ph.D. Použité literární a jiné odborné zdroje jsem řádně citovala v souladu s právními předpisy. Souhlasím se zveřejněním práce pro účely soukromého studia a výzkumu. Dále prohlašuji, že elektronická verze nahraná do IS/STAG je totožná s verzí odevzdané diplomové práce.

V Olomouci dne

.....

Bc. Nicola Rotterová

Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucí práce paní Mgr. Jitce Hodaňové, Ph.D. za podporu při zpracovávání diplomové práce, milý a trpělivý přístup, a především za cenné připomínky a rady. Chtěla bych také poděkovat rodině, která mi byla vždy oporou. Díky nim jsem se dostala ke konci svého cíle.

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Nicola Rotterová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D.
Rok obhajoby:	2020

Název práce:	Matematické kompetence žáků základních škol.
Název v angličtině:	Mathematical competences of secondary school students.
Anotace práce:	Diplomová práce bude zaměřena na matematické kompetence žáků vybraných základních škol. Jejím cílem je srovnat matematické znalosti žáků s tradiční výukou matematiky a s výukou matematiky pomocí Hejného metody. V teoretické části je objasněn pojem matematická gramotnost a jsou zde rozebrány přístupy k matematice. Praktická část je zaměřena na srovnání znalostí, které byly ověřeny pomocí nestandardizovaného didaktického testu. Na základě získaných výsledků je na závěr práce poskytnut praktický námět do výuky, který propojuje testované metody.
Klíčová slova:	Matematická gramotnost, testování PISA, testování TIMSS, transmisivní přístup, konstruktivistický přístup
Anotace v angličtině:	My thesis will be focused on mathematical competence of pupils of selected secondary schools. Its aim is to compare maths knowledge of pupils educated in the traditional way to those who have experienced Hajný's method. In the theory part, the expression "maths literacy" is explained and different types of teaching mathematics are analysed. The practical part concentrates on assessment of acquired skills which were tested through non-standardized didactic examination. Based on the results, in the conclusion of my dissertation, I suggest a way which combines both tested methods.

Klíčová slova v angličtině:	Mathematical literacy, testing of PISA, testing od TIMSS, transmissive approach, constructivist approach
Přílohy vázané v práci:	Nestandardizovaný didaktický test
Rozsah práce:	81 stran (bez přílohy)
Jazyk práce:	Český jazyk

Obsah

Úvod	8
1 Matematická gramotnost a její testování.....	10
1.1 Matematická gramotnost.....	10
1.2 Testování matematické úrovně	14
2 Matematika a kurikulární dokumenty	20
2.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělání	20
2.2 Školní vzdělávací program	24
3 Přístupy k výuce matematiky	26
3.1 Transmisivní přístup	26
3.2 Konstruktivistický přístup.....	28
3.2.1 Konstruktivismus v matematice	29
3.3 Další přístupy k matematice	31
4 Matematické kompetence žáků vybraných základních škol	36
4.1 Cíl výzkumu.....	36
4.2 Výzkumný soubor.....	37
4.3 Výzkumný nástroj a způsob realizace výzkumu.....	38
5 Výsledky nestandardizovaného didaktického testu.....	40
5.1 Číslo a proměnná	40
5.2 Geometrie v rovině a v prostoru	46
5.3 Celkový výsledek testu	51
6 Interpretace výsledků	53
6.1 Vyhodnocení hlavního výzkumného cíle	53
6.2 Interpretace dílčích otázek	60
6.3 Celkové shrnutí výsledků.....	64
7 Diskuse výsledků.....	67
7.1 Námět do výuky	69

7.1.1	Vzorec pro výpočet objemu kvádrů	69
7.1.2	Procvičování výpočtu objemu kvádrů	71
	Závěr	73
	Seznam použitých zkratek	75
	Seznam použité literatury a zdrojů	76
	Seznam obrázků, grafů a tabulek	79
	Seznam příloh	81

Úvod

Matematické kompetence žáků jsou stále diskutované téma, které bývá spojováno především s přijímacími zkouškami na střední školu nebo státními maturitami z matematiky. Matematická gramotnost je pouze jednou ze základních gramotností, kterou by měl člověk ovládat. Gramotní lidé jsou základem pro rozvoj státu a společnosti, ve které žijeme. Výsledkem gramotností, které se učí žáci ve škole, by mělo být využití znalostí a dovedností v běžném životě. S matematikou se lidé setkávají téměř denně. Málokdo si však uvědomuje, že za běžnými každodenními aktivitami se může skrývat matematika, například při vaření či nakupování. Matematika není pouze o počítání příkladů, jejím úkolem je mimo jiné rozvíjet logické myšlení, přesnost a soustředěnost.

Učitelé matematiky mají nelehký úkol – jak všechny tyto znalosti a dovednosti žákům předat, aby se z nich stali lidé schopni orientovat se ve svém budoucím životě. Matematika se pro mnohé může zdát složitá a špatně pochopitelná, proto se učitelé snaží přijít na metody, kterými žákům ukáží krásu a využitelnost matematiky. Snahou je, aby se žáci matematiky nebáli, ba naopak – aby je bavila a těšili se na ni. Každý učitel považuje za správnou cestu jinou metodu výuky. Cílem diplomové práce bude srovnat znalosti žáků základních škol, ve kterých se matematika vyučuje různými přístupy a na základě tohoto zjištění posoudit, který přístup je pro výuku matematiky vhodnější.

Diplomová práce se skládá ze dvou částí, a to teoretické a praktické. V teoretické části je popsáno, co je to matematická gramotnost, z čeho se skládá a jak se rozvíjí. Dále jsou zde zmíněny dvě testování matematické gramotnosti – PISA a TIMSS. V kapitole Matematika a kurikulární dokumenty je zmapován pohled na matematiku a její aplikace podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. V teoretické části jsou popsány přístupy, které lze využít ve výuce matematiky. Praktická část je zaměřena na srovnání znalostí žáků škol, ve kterých se vyučuje matematika na prvním stupni různými metodami. Tyto znalosti jsou zjišťovány pomocí nestandardizovaného didaktického testu. Na základě srovnání bude konstatováno, který přístup je pro výuku matematiky vhodnější. V poslední části práce výzkumník navrhl náměty do výuky, ve kterých se snaží co nejvíce zapojit žáky.

Tato práce byla vytvořena jako pomoc učitelům, kteří váhají, jakou metodou mají matematiku vyučovat. Dále by mohla být užitečná testovaným školám, které získají informace o tom, jaké mají jejich žáci znalosti, a co je potřeba zlepšit.

TEORETICKÁ ČÁST

1 Matematická gramotnost a její testování

Matematická gramotnost žáků základních, ale i středních škol je v posledních letech často zmiňované téma. Neúspěšnost žáků při maturitních zkouškách z matematiky vychází především z toho, že žáci nedovedou vymezit problém a poté jej řešit za pomoci matematických znalostí a dovedností. V hodinách matematiky by si žáci měli tyto schopnosti osvojit pomocí vzdělávání, jehož výsledkem by měl být matematicky gramotný člověk, který bude schopen využívat matematiku v běžném životě.

1.1 Matematická gramotnost

V této kapitole bude uvedena definice matematické gramotnosti podle mezinárodního šetření PISA, a také podle profesora Františka Kuřiny. Budou zmíněny složky matematické gramotnosti a možnosti, jak ji rozvíjet. Všechny tyto pojmy budou zmíněny především proto, že bez matematické gramotnosti bychom nebyli schopni rozlišit, čeho by žáci měli dosáhnout.

Definice matematické gramotnosti

Pojem matematická gramotnost nelze jednoznačně definovat. V roce 2012 mezinárodní testování PISA vytvořilo pro účely šetření definici matematické gramotnosti takto: *„Matematická gramotnost je schopnost jedince formulovat, používat a interpretovat matematiku v různých kontextech. Zahrnuje matematické myšlení, používání matematických pojmů, postupů, faktů a nástrojů k popisu, vysvětlování a předpovídání jevů. Pomáhá jedinci si uvědomit, jakou roli matematika hraje ve světě a díky tomu správně usuzovat a rozhodovat se tak, jak to vyžaduje konstruktivní, angažované a reflektivní občanství.“* (Palečková, 2013, s. 9) Definice matematické gramotnosti od pana profesora Kuřiny uvádí, že jí nemůže dosáhnout každý člen společnosti, ale měl by jí dosáhnout každý absolvent příslušného typu školy. Jeho definice zní: *„Matematickou gramotností na úrovni n-té třídy k-tého stupně školy rozumíme schopnost porozumět matematickému textu (slovnímu, symbolickému nebo obrázkovému), schopnost vybavovat si potřebné matematické pojmy, postupy a teorie a dovednost řešit úlohy, které nemají problémový charakter. K řešení úloh problémového charakteru je třeba určitá míra tvořivosti, která představuje vyšší úroveň matematické gramotnosti. Tato úroveň patrně nemůže být požadována od celé populace. Základní matematickou gramotnost by ovšem měl dosáhnout každý absolvent příslušného typu školy. Pěstování matematické gramotnosti je nejdůležitější úkol každého stupně školy.“* (Bečvářová, 2007)

Zmiňované definice uvádějí, čeho by měl matematicky gramotný člověk dosáhnout. Pokud matematickou gramotnost shrneme, pak je to schopnost, jak aplikovat matematické znalosti a dovednosti v životních situacích a pochopit tak důležitost matematiky ve světě. Tato slova nejvíce vystihuje definice z roku 2003 mezinárodního výzkumu PISA, který matematickou gramotnost popisuje jako: „*schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana*“.

(Palečková, Tomášek, 2005, s. 13)

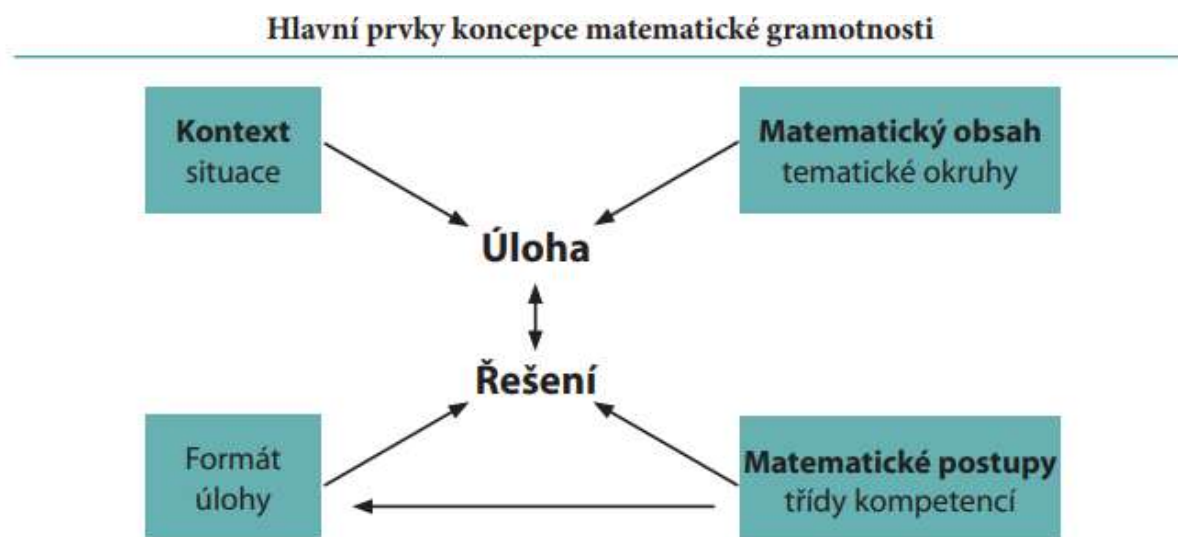
Složky matematické gramotnosti

Matematická gramotnost se skládá ze tří složek:

- Situace a kontexty. Problémy vsazené do různých situací by měli být schopni žáci vyřešit za pomoci aplikace již získaných vědomostí a dovedností.
- Kompetence, mezi které řadíme matematické uvažování, matematickou argumentaci, matematickou komunikaci, modelování, vymezování problémů a jejich řešení, užívání matematického jazyka, užívání pomůcek a nástrojů. Všechny tyto kompetence slouží k efektivnějšímu řešení zadaných problémů. Díky nim je žák schopen porozumět matematické komunikaci jak v písemné, tak ústní podobě, je schopen formulovat a upřesnit zadaný problém, rozpoznat, na jaký problém se má zaměřit a jak si jej ověřit v praktickém životě.
- Matematický obsah, který je vytvořen tak, aby došlo ke správné formulaci matematického problému. Využívá pojmů, jako jsou:
 - kvantita, tedy význam čísel či představa o velikosti čísel,
 - prostor a tvar, což je důležité pro orientaci v prostoru i rovině,
 - změna a vztah, které slouží k popisu závislosti, proměnných, základních funkcí a vyjádření vztahů pomocí symbolů či tabulek,
 - neurčitost, zde se uplatňuje kombinatorika a pravděpodobnost, sběr dat a jejich analýza.

(Nemčíková a kol., 2011, str. 6-7)

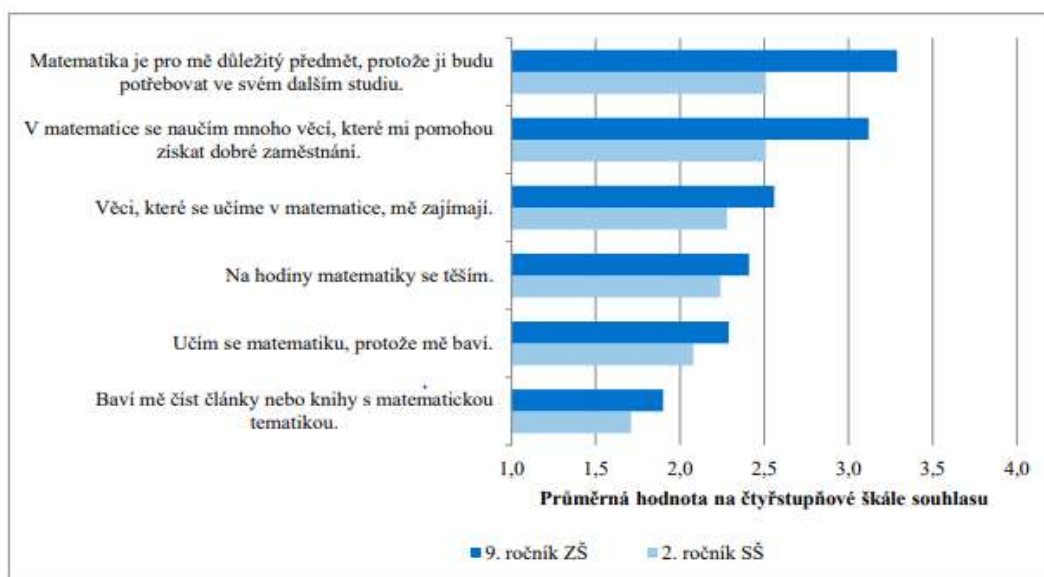
Pro přehlednost vzájemné souvislosti těchto složek je zde přiloženo schéma, které slouží k lepšímu pochopení provázanosti těchto složek.



Obrázek 1: Hlavní prvky konceptu matematické gramotnosti (Palečková, Tomášek, 2005, s. 13)

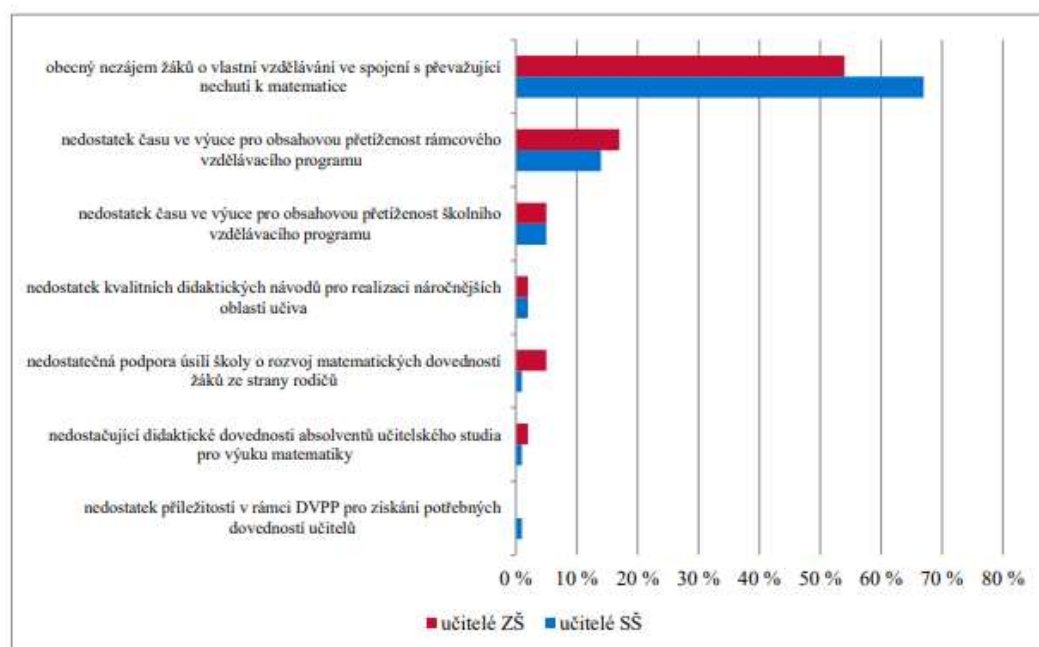
Rozvoj matematické gramotnosti

Pro život v současné době je nutné, aby žáci disponovali matematickou gramotností na takové úrovni, aby byli schopni řešit situace samostatně pomocí matematických znalostí. Ve školách je potřeba vytvářet takové prostředí, které žákům tyto životní situace ilustruje a žáci tak pochopí jejich důležitost. K tomu, aby docházelo ke správnému rozvoji, je třeba, aby učitel zavedl změny, které posunou vyučování matematiky kupředu. Česká školní inspekce ve školním roce 2017/2018 uskutečnila tematické šetření, které mělo za cíl posoudit podmínky a průběh rozvoje matematické gramotnosti. Toto šetření se konalo na 106 školách, z toho bylo 71 základních škol a 47 středních škol. V závěrech a doporučeních Česká školní inspekce uvedla, že matematika u většiny žáků představuje málo oblíbený předmět a na základě této skutečnosti žáci nevěří svým znalostem v oblasti matematiky. I přesto, že matematika nepatří mezi oblíbený vyučovací předmět, žáci chápou její důležitost pro budoucí život, což lze vidět v následujícím grafu, který ukazuje důležitost a oblíbenost matematiky. (Česká školní inspekce, 2019)



Graf 1: Největší překážky účinnějšího rozvoje matematické gramotnosti žáků. (Česká školní inspekce, 2019, s. 33)

Učitelé matematiky pozorovali u žáků vůči tomuto předmětu nezáměr a nechuť, což považují za významnou překážku v rozvoji matematické gramotnosti. Mezi další bariéry řadili nedostatek času ve výuce kvůli obsahové přetíženosti RVP, dále nízkou celospolečenskou podporu matematiky nebo využívané metody výuky. Následující graf uvádí největší překážky, které brání rozvoji matematické gramotnosti z pohledu učitelů. (Česká školní inspekce, 2019)



Graf 2: Důležitost a oblíbenost matematiky (Česká školní inspekce, 2019, s. 8)

Mezi doporučení České školní inspekce patří především to, aby se zvyšoval zájem žáků o matematiku, například pomocí vhodných úloh ze života, či zaváděním inovací do výuky nebo vytvářením podmínek pro rozvoj napříč předměty. (Česká školní inspekce, 2019)

Ředitelé mají zájem o změny, které povedou k zefektivnění výuky matematiky, a to tak, že chtějí do výuky více zapojit konstruktivistický přístup, plánují zlepšit materiální vybavenost tříd a zajištění či zachování odborné kvalifikovanosti výuky matematiky. Zlepšení úrovně matematické gramotnosti může být dosaženo nejen zapojením konstruktivistického přístupu do výuky, ale také využíváním digitálních prostředků, například Smart tabulí, počítačů a tabletů ve výuce a výběrem vhodných aplikací k procvičování učiva. Ke zjištění znalostí žáků lze realizovat srovnávací testy na základních školách a zavedení povinné maturitní zkoušky. Díky těmto informacím mohou ředitelé zjistit, jaké mají žáci jejich škol matematické znalosti, a na základě tohoto zjištění výuku matematiky zefektivnit.

1.2 Testování matematické úrovně

Důležitou roli ve zjišťování matematické gramotnosti mají především dvě mezinárodní testování, a to výzkum PISA (Programme for International Student Assessment) a výzkum TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Vzhledem k tomu, že cílem práce je analyzování matematických kompetencí, je důležité poukázat na to, jaká je úroveň žáků v této oblasti v mezinárodním měřítku.

Testování PISA

Výzkum PISA je projektem organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj a považuje se za jeden z nejdůležitějších výzkumů, který má za úkol provádět mezinárodní šetření výsledků vzdělávání. Projekt se opakuje v pravidelných tříletých intervalech již od roku 2000. Testováním se zjišťuje úroveň patnáctiletých žáků ve čtenářské, matematické a přírodovědné gramotnosti. V každém intervalu se vybírá jedna hlavní oblast, která je pro testování stěžejní. Matematická gramotnost byla hlavní oblastí v roce 2003 a 2012, což lze vidět v následující tabulce o přehledu cyklů projektu PISA. (Blažek, Příhodová, 2016)

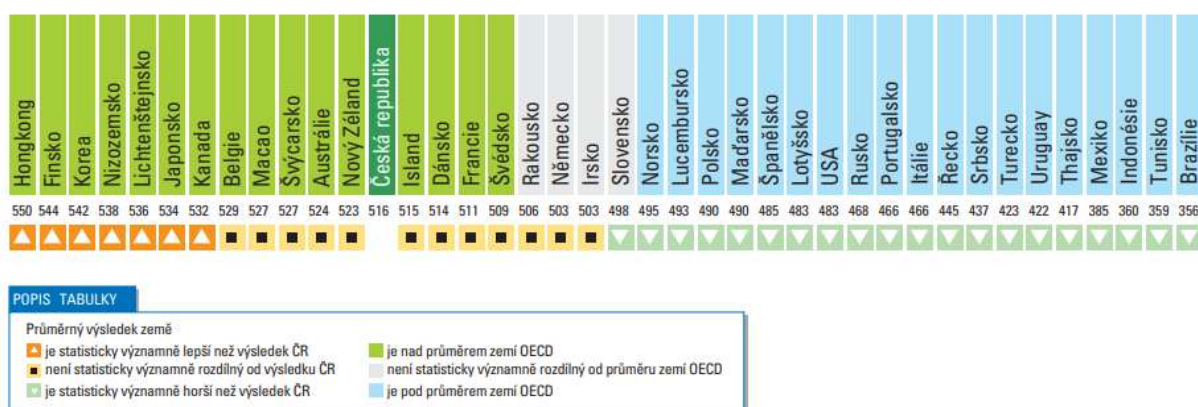
Rok	Hlavní testovaná oblast	Počet zemí	Počet škol v ČR	Počet žáků v ČR
2000	Čtenářská gramotnost	32	253	9 400
2003	Matematická gramotnost	41	260	9 900
2006	Přírodovědná gramotnost	56	246	9 000
2009	Čtenářská gramotnost	65	290	7 500
2012	Matematická gramotnost	69	297	6 535
2015	Přírodovědná gramotnost	75	345	7 000

Tabulka 1: Přehled uskutečněných cyklů projektu PISA (Blažek, Příhodová, 2016, s. 10)

V rámci matematické gramotnosti se v testování PISA rozlišují tři složky matematické gramotnosti, které jsou popsány v kapitole 1.1.2, proto zde nebudou znovu uvedeny.

V roce 2003 žáci v matematické gramotnosti dosáhli nadprůměrného výsledku, lepších výsledků dosáhli pouze žáci sedmi zemí. Srovnatelné výsledky s žáky České republiky mělo dvanáct zemí a horší výsledek mělo dvacet zemí. Česká republika se tak umístila mezi devátým až čtrnáctým místem mezi členskými zeměmi OECD a mezi dvanáctým až sedmnáctým místem mezi všemi zúčastněnými zeměmi. (Palečková, Tomášek, 2005)

Pro lepší orientaci ve výsledcích tohoto šetření je zde přiložena tabulka průměrných výsledků žáků jednotlivých zemí. Vyplývá z ní, že Česká republika spolu s dalšími šestnácti zeměmi mají výsledky nad průměrem OECD. Dále lze vyčíst, že pouze sedm zemí má statisticky významně lepší výsledek než Česká republika, což vypovídá o výborném výsledku zkoumaných českých žáků.



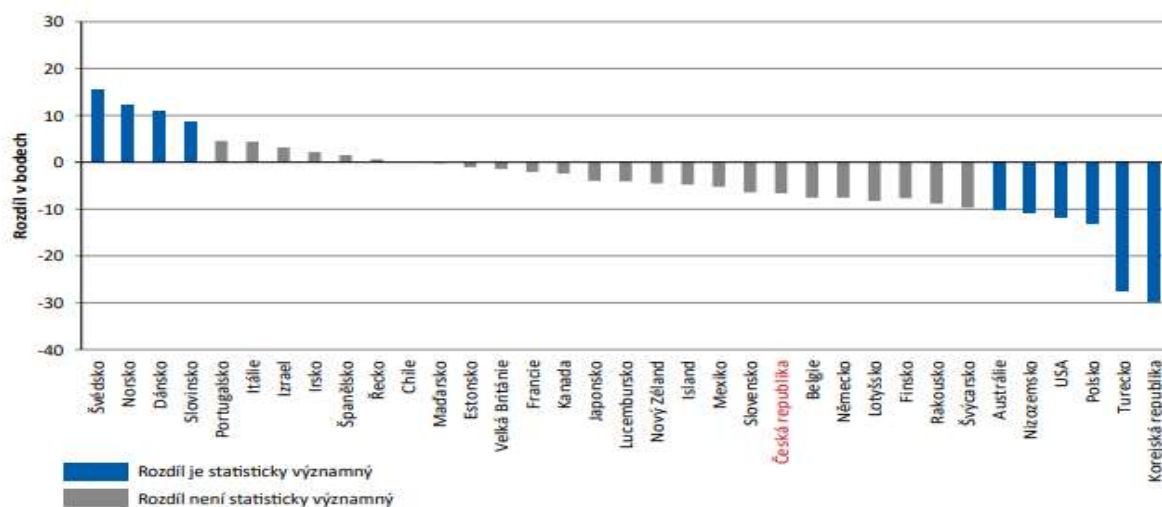
Obrázek 2: Průměrný výsledek žáků jednotlivých zemí. (Koucký, Kovařovic, Palečková, Tomášek, 2004, s. 4)

V tomto roce bylo rozlišeno šest úrovní matematické gramotnosti, které jsou odstupňovány podle toho, jaké mají žáci dovednosti a matematické kompetence. V nejnižší úrovni jsou žáci schopni řešit úlohy, které obsahují všechny potřebné informace a jasně formulované otázky. Při řešení příkladů využívají rutinních postupů. Naopak nejvyšší úrovně

dosáhnou ti žáci, kteří jsou schopni zobecňovat, propojovat různé zdroje informací. Při řešení úloh si vytváří strategie a nové přístupy. (Palečková, Tomášek, 2005)

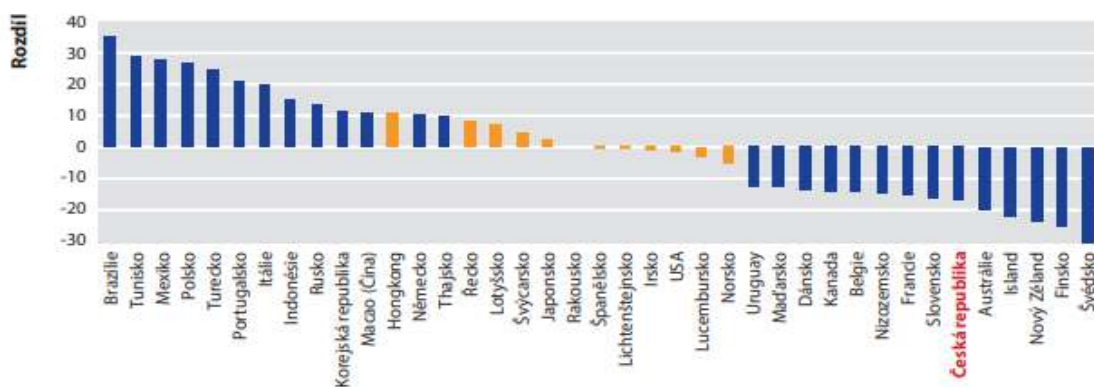
Na matematickou gramotnost se šetření PISA zaměřilo i v roce 2012. V tomto roce se zhoršily nejen výsledky českých žáků, ale i žáků z dalších 13 zemí. Na druhou stranu stejný počet zemí zaznamenal u svých žáků zlepšení. Výsledky ukázaly zhoršení o 17 bodů a tím se žáci České republiky posunuli z nadprůměrných do průměrných.

Následující graf znázorňuje změny ve výsledcích mezi roky, kdy hlavní oblastí šetření byla matematická gramotnost.



Graf 3: Změny ve výsledcích zemí mezi roky 2003 a 2012 (Palečková, Tomášek, 2013, s. 17)

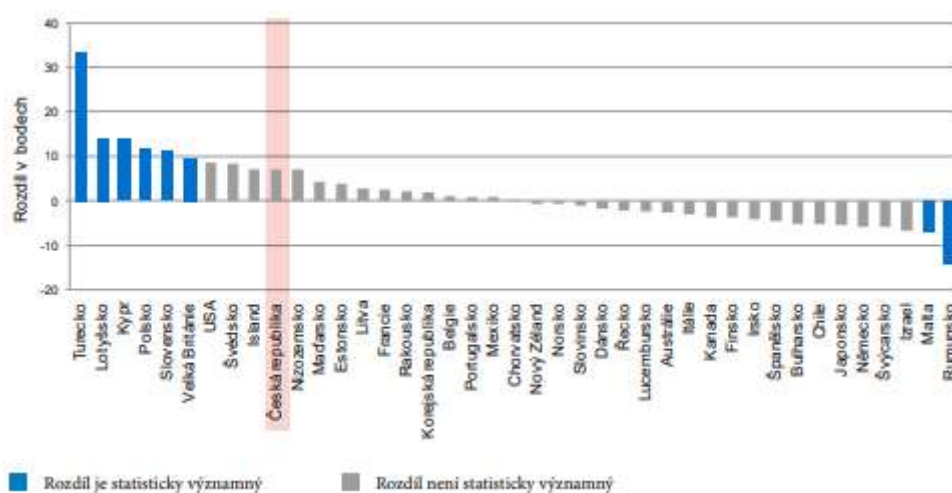
V roce 2015 proběhlo další testování PISA, jehož hlavní oddíl testování byla gramotnost přírodovědná. Znalosti matematiky českých žáků jsou stále na úrovni průměru v zemích OECD. Výsledky se opět mírně zhoršily, ale toto zhoršení není statisticky významné oproti roku 2012, což dokazuje následující graf.



Graf 4: Změny ve výsledcích v matematické gramotnosti v zemích OECD mezi roky 2012 a 2015 (Blažek, Příhodová, 2016, s.27)

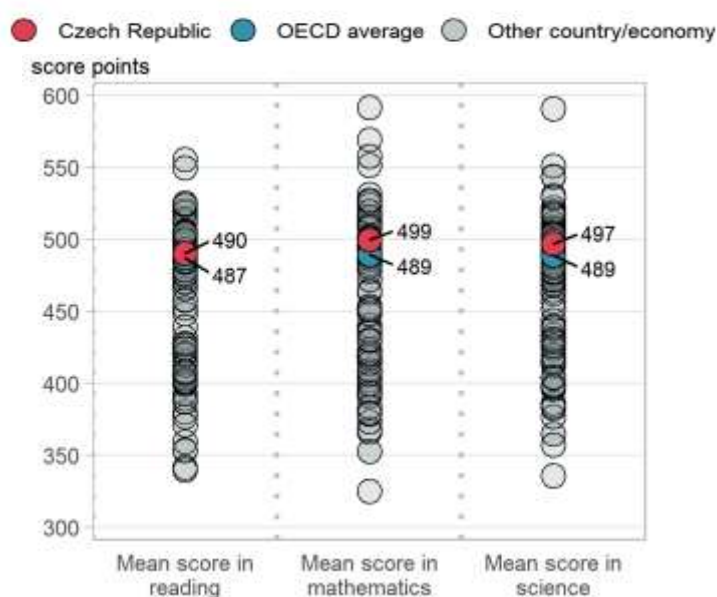
Poslední testování proběhlo v roce 2018, jehož hlavní zkoumanou oblastí byla čtenářská gramotnost. V oblasti matematické gramotnosti došlo u znalostí žáků k mírnému zlepšení. Šetření ukázalo, že výsledky českých žáků jsou statisticky významně nad průměrem zemí OECD. (Blažek, Janotová, Potužníková, Basl, 2019)

V následujícím grafu je vidět změna ve výsledcích testování matematické gramotnosti mezi lety 2015 a 2018.



Graf 5: Změny ve výsledcích v zemích OECD a EU mezi roky 2015 a 2018 (Blažek, Janotová, Potužníková, Basl, 2019, s. 31)

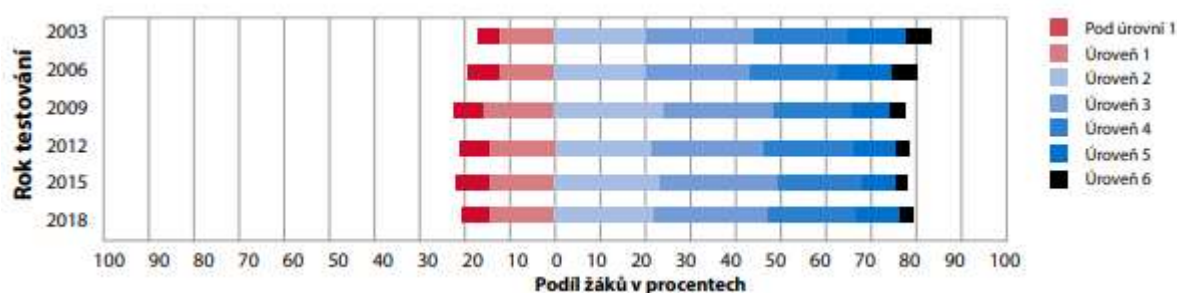
Průměrný výsledek žáků zemí OECD v matematice byl 489 bodů, z následujícího grafu lze vypočítat, že čeští žáci dosáhli průměrného výsledku 499 bodů, což je nad průměrem zemí OECD. Dále je z grafu patrné, že získali v průměru nejvíce bodů ze všech tří testovaných kategorií. (OECD, 2019)



Graf 6: Výkony žáků v oblasti čtení, matematiky a vědy (OECD, 2019, s. 1)

Jak již bylo zmíněno, v roce 2003 byly stanoveny úrovně matematické gramotnosti. Při nejnovějším testování bylo zjištěno, že 13 % žáků z České republiky dosahuje dvou nejvyšších úrovní matematické gramotnosti.

Následující graf udává přehled úrovní matematických gramotností českých žáků od roku 2003 až po nejnovější testování v roce 2018. Je zde přehledně uvedeno, v jakých úrovních se žáci v jednotlivých letech pohybovali. Nejvyšší úrovně 6 dosáhli žáci v roce 2003, v dalších letech se postupně snižovala. Pod úrovní 1 bylo nejvíce žáků v roce 2015. V roce 2018 byl největší podíl žáků v úrovni 3.



Graf 7: Zastoupení českých žáků v matematických gramotnostních úrovních od roku 2003 (Blažek, Janotová, Potužníková, Basl, 2019, s. 31)

Srovnáním výsledků matematické gramotnosti v testovaných letech můžeme zjistit, že čeští žáci získali nejvíce bodů v roce 2003, a to 516. V dalších letech docházelo k poklesu získaných bodů až na 493 v roce 2009. V roce 2012 došlo k mírnému zlepšení na 499 bodů, stejného výsledku dosáhli žáci i v roce 2018. Nejnižší dosažený výsledek, 492 bodů, byl v roce 2015. Z uvedeného souhrnu je patrné, že mezi znalostmi matematické gramotnosti českých žáků v testovaných letech nejsou výrazné rozdíly, přesto má klesající tendenci a stále nebyl překonán nejlepší výsledek z roku 2003.

Testování TIMSS

Projekt TIMSS je výzkumem mezinárodní asociace IEA. Asociace organizuje srovnávání různých oblastí vzdělávání a zjišťuje úroveň matematických a přírodovědných gramotností u žáků 4. a 8. tříd. Tímto zjišťováním chtějí dosáhnout zlepšení výuky zmíněných předmětů a zvýšit tak jejich úroveň. Kromě znalostí TIMSS zkoumají i rodinné zázemí žáků, podmínky školního vzdělávání a průběh výuky. Tyto informace slouží k posuzování výsledků a vysvětlování rozdílů. V České republice proběhlo první testování v roce 1995 a od té doby se opakuje každé čtyři roky, ale testují se pouze žáci 4. tříd. (Tomášek, Basl, Janoušková, 2016)

I přesto, že je práce zaměřena na znalosti žáků druhého stupně, bude zmíněna aktuální úroveň žáků 4. ročníku z posledního proběhlého testování. Tyto informace jsou uvedeny z toho důvodu, abychom měli představu, na jaké úrovni matematické gramotnosti se nachází žáci prvního stupně základních škol, a zda se úroveň zhoršuje i na prvním stupni či pouze na druhém stupni, jak ukázalo testování PISA.

V roce 2015 byly výsledky žáků 4. tříd v oblasti matematiky nadprůměrné. Avšak výsledky žáků jsou oproti prvnímu testování nižší, a tím se Česká republika začlenila spolu s Nizozemskem mezi země, které mají výsledky posledního testování horší než v testování konané v roce 1995. Tuto skutečnost popisuje následující tabulka, ve které je výčet zemí zúčastněných ve všech šetřeních od roku 1995. (Tomášek, Basl, Janoušková, 2016)

Země	Rozdíl 1995-2015	Průměrný výsledek v matematice								
		2015		2011		2007		2003		1995
Portugalsko	99	541	Δ	532	Δ					442
Anglie	62	546	Δ	542	Δ	541	Δ	531	Δ	484
Slovinsko	58	520	Δ	513	Δ	502	Δ	479	Δ	462
Kypr	48	523	Δ	...		...		510	Δ	475
Singapur	28	618	Δ	606	Δ	599		594		590
Korejská republika	27	608	Δ	605	Δ	...		...		581
Japonsko	26	593	Δ	585	Δ	568		565		567
Irsko	24	547	Δ	527		...		...		523
Austrálie	22	517	Δ	516	Δ	516	Δ	499		495
Nový Zéland	22	491	Δ	486	Δ	492	Δ	493	Δ	469
USA	21	539	Δ	541	Δ	529	Δ	518		518
Norsko	17	493	Δ	465	Δ	473		451		476
Maďarsko	8	529		515		510	▽	529		521
Česká republika	-13	528	▽	511	▽	486	▽	...		541
Nizozemsko	-19	530	▽	540	▽	535	▽	540	▽	549

Tabulka 2: Rozdíl mezi výsledky šetření v letech 1995-2015 (Tomášek, Basl, Janoušková, 2016, s. 10)

2 Matematika a kurikulární dokumenty

Na základě kurikulární reformy, která se snaží o to, aby žáci byli vybaveni nejen znalostmi, ale i schopností porozumět a orientovat se v dnešním světě, vzniklo dvoustupňové kurikulum: stupeň státní úrovně (rámcové vzdělávací programy) a stupeň školní úrovně (školní vzdělávací programy), jak ukazuje následující schéma.

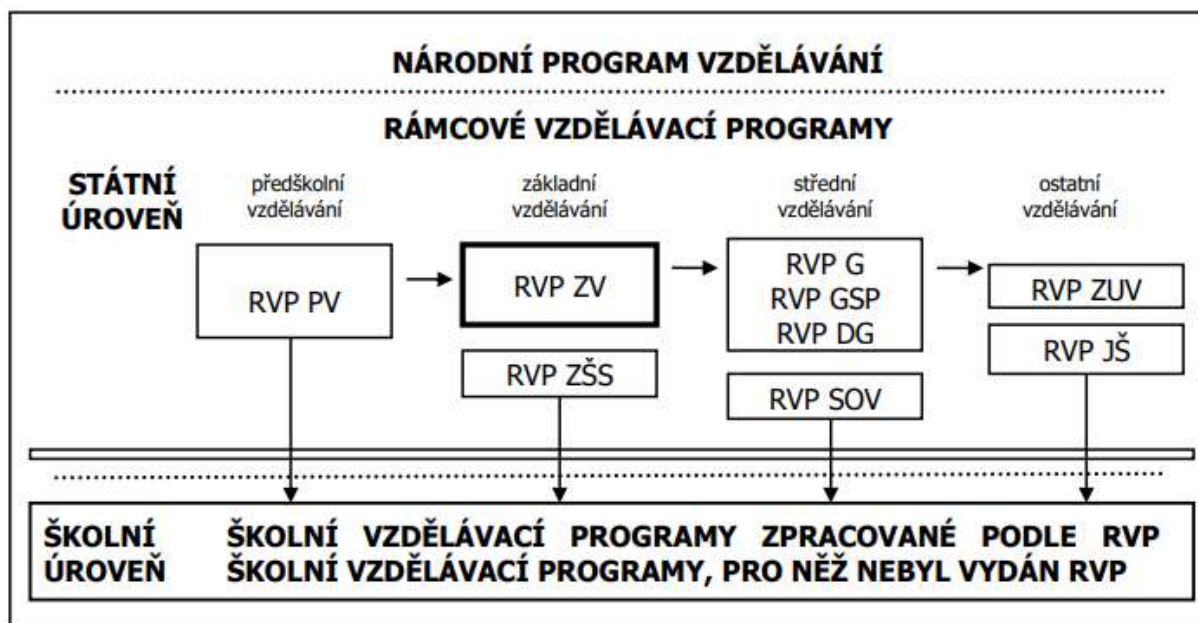


Schéma 1: Systém kurikulárních dokumentů (RVP ZV, 2017)

Rámcové vzdělávací programy jsou v České republice vytvořeny pro jednotlivé etapy vzdělávání. V této práci budou zjišťovány znalosti žáků základních škol, proto zde bude uveden a rozebrán Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, standardy základního vzdělávání a jejich propojení se školními vzdělávacími programy.

2.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělání

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání navazuje na Rámcový vzdělávací program předškolního vzdělávání. Je v něm vymezeno, čeho mají žáci dosáhnout, aby byli schopni pokračovat v dalším navazujícím studiu. Klade důraz na rozvoj klíčových kompetencí tak, aby toto vzdělávání připravilo žáka pro život v současné společnosti.

Rámcový vzdělávací program je rozdělen do čtyř částí. V prvních dvou je uvedeno vymezení RVP ZV v systému kurikulárních dokumentů a charakteristika základního vzdělávání. Nejobsáhlejší je část C, ve které jsou uvedeny cíle a pojetí základního vzdělávání, klíčové kompetence, vzdělávací oblasti, průřezová témata a rámcový učební plán. V poslední

části je vymezeno vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami, žáků nadaných a mimořádně nadaných, materiální a jiné podmínky pro uskutečňování RVP ZV, ale především zásady pro zpracování, vyhodnocování a úpravy školního vzdělávacího programu, kterému bude věnována další podkapitola. (RVP ZV, 2017)

Jak již bylo zmíněno, RVP ZV je rozděleno do vzdělávacích oblastí, které jsou dále rozčleněny na obsahově blízké vzdělávací obory. Matematika se nachází ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace a je rozdělena do čtyř tematických okruhů:

- číslo a proměnná,
- závislosti, vztahy a práce s daty,
- geometrie v rovině a v prostoru,
- nestandardní aplikační úlohy a problémy. (RVP ZV, 2017)

ČÍSLO A PROMĚNNÁ

Tento tematický okruh zahrnuje schopnost provádět početní operace s celými čísly, zlomky, desetinnými čísly. Žák by měl být schopen pracovat a řešit úlohy na procenta a poměr, dělitelnost v oboru přirozených čísel (například najít největší společný dělitel či nejmenší společný násobek dvou čísel). Při početních operacích by měl být schopen využít výpočtu druhých mocnin a odmocnin. Dále okruh obsahuje výrazy a rovnice, v rámci čehož by měl být žák schopen popsat reálné situace pomocí proměnných, formovat a řešit reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav. (RVP ZV, 2017)

ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

V daném okruhu by měl žák být schopen vyhledávat data a porovnávat je. Naučí se, jak vypočítat aritmetický průměr, vyjadřovat vztahy pomocí tabulek, rovnic či grafů, a to vše aplikovat do reálných situací. Další součástí tohoto okruhu jsou funkce, kde se žák seznámí s přímou a nepřímou úměrností a lineární funkcí. (RVP ZV, 2017)

GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU

Okruh je zaměřen na prostorové a rovinné útvary, se kterými se žák učí pracovat. Žák by měl být schopen rozlišit a charakterizovat základní útvary, vypočítat objem a povrch těles. Zde je rozvíjena nejvíce psychomotorická dovednost a sice tím, že žák črtá a sestavuje základní tělesa a rovinné útvary. V souvislosti s touto dovedností musí být schopen využívat potřebnou

symboliku. Nezbytná je také znalost pojmů, jako je úhel, osová a středová souměrnost a jiné. (RVP ZV, 2017)

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY

V tomto tematickém okruhu žák využívá logickou úvahu, zapojuje představivost a nalézá různá řešení zadaných problémů, zároveň propojuje znalosti z různých tematických okruhů a vzdělávacích oblastí. (RVP ZV, 2017)

Standardy rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání

Matematika a její aplikace má vymezeny tzv. „Standardy RVP ZV“. Tyto standardy mají za úkol přesněji vymezit cíle základního vzdělávání. Nejsou však vytvořené pro všech devět vzdělávacích oblastí, nýbrž jen pro český jazyk a literaturu, matematiku a její aplikace a cizí jazyky (německý, anglický, francouzský). Standardy jsou rozděleny pro první (5. ročník) a druhý stupeň (9. ročník) základního vzdělávání.

Ve standardech Matematika a její aplikace jsou uvedeny tematické okruhy, k nim očekávané výstupy z RVP ZV, indikátory a ilustrativní úloha. Pro ilustraci bude uvedena jedna úloha k tematickému okruhu.

Z tematického okruhu Číslo a proměnná, která je ve Standardech pojmenována jako Číslo a početní operace, byla vybrána ilustrativní úloha k očekávanému výstupu: „Žák zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností, účelně využívá kalkulátor.“ (RVP, 2017, s. 34)

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Ročník	9.
Tematický okruh	1. Číslo a početní operace
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-1-02 Žák zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností, účelně využívá kalkulátor
Indikátory	1. žák zaokrouhluje čísla s danou přesností 2. žák využívá pro kontrolu výsledku odhad 3. žák účelně a efektivně využívá kalkulátor
Ilustrativní úloha	
Vypočti a výsledek zaokrouhli na jedno desetinné místo:	
a) $1,2^2 + 0,5 =$	
b) $0,03 \cdot (-7 + 14) =$	
c) $0,7 \cdot 0,5 =$	
Poznámky k ilustrativní úloze	M-9-1-02.1 M-9-1-02.3

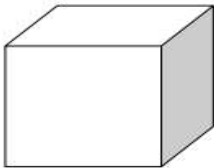
Obrázek 3: Ilustrativní úloha 1 - Číslo a početní operace (Standardy pro základní vzdělávání, 2013, s.75)

Z okruhu Závislost, vztahy a práce s daty byla vybrána ilustrativní úloha týkající se přímé a nepřímé úměrnosti. Tento typ úloh se většinou vyučuje v 7. třídě základní školy, ve které bude probíhat zjišťování znalostí.

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Ročník	9.
Tematický okruh	2. Závislosti, vztahy a práce s daty
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-2-03 Žák určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti
Indikátory	1. žák vytvoří tabulku pro přímou a nepřímou úměrnost na základě textu úlohy 2. žák rozliší přímou a nepřímou úměrnost z textu úlohy
Ilustrativní úloha	
Urči, jaká úměrnost platí v dané situaci: a) Jeden kilogram banánů stojí 28 Kč. Maminka za 1,5 kilogramu zaplatila 42 Kč. b) Když půjdeš do školy pěšky rychlostí 4 km/h, bude ti cesta trvat déle, než když pojedeš na in-line bruslích rychlostí 7 km/h.	
Poznámky k ilustrativní úloze	M-9-2-03.2

Obrázek 4: Ilustrativní úloha 2 - Závislosti, vztahy a práce s daty (Standardy pro základního vzdělávání, 2013, s. 85)

Geometrie v rovině a prostoru obsahuje 13 ilustrativních úloh. Pro tuto práci se zdála být vhodná úloha k očekávanému výstupu RVP ZV: „Žák odhaduje a vypočítá objem a povrch těles.“ (RVP ZV, 2017, s. 36)

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Ročník	9.
Tematický okruh	3. Geometrie v rovině a prostoru
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-3-10 Žák odhaduje a vypočítá objem a povrch těles
Indikátory	1. žák odhaduje a vypočítá povrch krychle, kvádru a válce 2. žák odhaduje a vypočítá objem krychle, kvádru a válce 3. žák používá a převádí jednotky objemu
Ilustrativní úloha	
Jaký je objem krychle s hranou délky 6 dm? Vejde se do takové duté krychle 200 litrů vody? Nápověda: $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litr}$  6 dm	
Poznámky k ilustrativní úloze	M-9-3-10.2 M-9-3-10.3

Obrázek 5: Ilustrativní úloha 3 - Geometrie v rovině a prostoru (Standardy pro základní vzdělávání, 2013, s. 97)

Posledním tematickým okruhem jsou Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Pro ilustraci byla vybrána úloha, která je zaměřena na logickou úvahu a kombinační úsudek.

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Ročník	9.
Tematický okruh	4. Nestandardní aplikační úlohy a problémy
Očekávaný výstup RVP ZV	M-9-4-01 Žák užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů, nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací
Indikátory	1. žák vyhledá v textu úlohy potřebné údaje a vztahy 2. žák řeší jednoduchou úlohu 3. žák ověří výsledek úlohy
Ilustrativní úloha	
Přemístěním dvou žetonů uspořádej čísla od největšího po nejmenší (sestupně). Jak to provedeš? 	
Poznámky k ilustrativní úloze	M-9-4-01.1 M-9-4-01.2 M-9-4-01.3

Obrázek 6: Ilustrativní úloha 4 - Nestandardní aplikační úlohy a problémy (Standardy pro základní vzdělávání, 2013, s. 101)

Na základě RVP ZV a standardů pro základní vzdělávání bude sestaven didaktický test, pomocí kterého budou v praktické části zjišťovány znalosti žáků 7. tříd základních škol. Tento didaktický test bude v souladu s ŠVP jednotlivých testovaných škol. Školnímu vzdělávacímu programu bude věnována následující podkapitola.

2.2 Školní vzdělávací program

Školní stupeň kurikula tvoří školní vzdělávací programy, které vycházejí z rámcových vzdělávacích programů. Vytvořit kvalitní školní vzdělávací program není jednoduchým úkolem, proto je v poslední části RVP vymezena struktura, kterou musí mít každý školní vzdělávací program. Jednotlivé části si škola může upravit a přizpůsobit svým možnostem a svému zaměření, zohlednit potřeby žáků, velikost školy a jiné okolnosti. Na tvorbě školního vzdělávacího programu se podílí koordinátor ŠVP, který má za úkol řídit postup při zpracování a spolupracovat s předmětovými komisemi. Za zpracování ŠVP odpovídá ředitel školy a schvaluje jej rada školy. Naplňování ŠVP kontroluje Česká školní inspekce. Tento dokument musí být přístupný veřejnosti k nahlédnutí.

Struktura ŠVP z RVP ZV:

1. Identifikační údaje – zahrnují název ŠVP, údaje o škole, zřizovateli a platnost dokumentu.

2. Charakteristika školy – informace o úplnosti a velikosti školy, charakteristika pedagogického sboru, dlouhodobé projekty. Dalšími doporučenými údaji mohou být charakteristika žáků, vlastní hodnocení školy, oblasti a cíle školy.
3. Charakteristika ŠVP – obsahuje zaměření školy, výchovné a vzdělávací strategie, zabezpečení výuky žáků se speciálními vzdělávacími potřebami, zabezpečení výuky žáků mimořádně nadaných a začlenění průřezových témat.
4. Učební plán – skládá se z tabulky učebního plánu a poznámek k němu. Tabulka musí mít výrazné oddělení 1. a 2. stupně a obsahovat výčet povinných předmětů s časovými dotacemi pro jednotlivé ročníky a pro volitelné předměty, dále celkové počty hodin v jednotlivých ročnících a celkové počty hodin realizované na 1. a 2. stupni.
5. Učební osnovy – zahrnují název vyučovacího předmětu, jeho charakteristiku a vzdělávací obsah vyučovacího předmětu. Mezi doporučené údaje k tomuto bodu patří mezipředmětové souvislosti nebo poznámky k realizaci vzdělávacího obsahu.
6. Hodnocení výsledků vzdělávání žáků – tato část popisuje pravidla pro hodnocení žáků.

(RVP ZV, 2017)

ŠVP jednotlivých škol se může upravovat, a to z důvodu změn v RVP ZV nebo reakce na potřeby školy, která se na základě svých zkušeností snaží o inovace. Změny by měly být prováděny s účinností od 1. září.

3 Přístupy k výuce matematiky

Vzhledem k tomu, že se matematika řadí mezi těžší a hůře pochopitelné předměty, mnozí učitelé se ji snaží svým žákům usnadnit. K tomu, jak uchopit výuku matematiky, existuje několik přístupů, jejichž cílem je právě snazší pochopení základních matematických jevů a postupů. V současné době se většina učitelů snaží, aby žáci na problematiku přišli sami, a k tomu využívají aktivizující metody ve výuce, což jsou účinné nástroje, které slouží k zapamatování učiva, jeho procvičování, a především k motivaci žáků. Avšak jsou stále tací, u nichž převládá názor, že je pro žáky jednodušší a pochopitelnější postavit před žáky hotovou informaci. Následující podkapitoly se budou věnovat dvěma přístupům k výuce.

3.1 Transmisivní přístup

V českém školství stále převažuje přístup, ve kterém jsou žákům předávány hotové informace. Děje se tak především proto, že je to způsob rychlejší, působí na větší množství žáků a je hluboce zakořeněn z dob minulých. Vzhledem k jeho dlouhé historii ho můžeme označit za tradiční způsob vyučování.

Transmisivní přístup k výuce zahrnuje tři pojetí. Jsou to výuková koncepce dogmatická, kde je prioritní předávání hotových poznatků, slovně-názorná, která je založená na poznání skutečností a jejich pochopení a koncepce verbálně-reprodukční, která upřednostňuje osvojování a zapamatování si bez porozumění. (Zormanová, 2012) Někteří autoři připodobňují transmisivní pojetí výuky k přidávání zboží do skladu, přičemž zboží jsou získané znalosti a sklad je žákova mysl, nezáleží na tom, co je v sousedním skladišti. (Kalhoust, Obst, 2002)

Podle Okoně (1966 cit. dle Peciny, Zormanové, 2009) se mezi znaky transmisivního pojetí výuky řadí:

- 1) Učitel se soustředí především na učební osnovy a obsah vyučování, čímž se potřeby žáka dostávají do pozadí vzhledem k nedostatku času.
- 2) Nejčastěji se využívá metoda výkladu, což znamená, že jsou žákům předávány hotové vědomosti.
- 3) Snadno může vzniknout ve výuce problém, který je způsoben indispozicí učitele (ztišení hlasu, neznámá slova) nebo nepozorností žáka, jejímž důsledkem je špatné porozumění dané látce.
- 4) Tempo výkladu je pro všechny žáky stejné, většinou se využívá tempo průměrných či slabších žáků.

5) Učitel není schopen zkontrolovat všechny vědomosti žáků.

V transmisivním přístupu se využívají výukové metody tradiční, ty jsou rychlé a zasáhnou velký počet žáků. Výukovými metodami se zabývají například autoři Maňák, Švec, kteří v roce 2003 klasifikovali metody do tří druhů: klasické, aktivizující a komplexní. V rámci transmisivního přístupu se ve výuce používají metody klasické, které se dále dělí na: metody slovní, metody názorně-demonstrační a metody dovednostně-praktické. V následující tabulce je přehledně zobrazeno dělení těchto metod. (Maňák, Švec, 2003)

1.	Klasické výukové metody
1.1	Metody slovní
1.1.1	Vyprávění
1.1.2	Vysvětlování
1.1.3	Přednáška
1.1.4	Práce s textem
1.1.5	Rozhovor
1.2	Metody názorně-demonstrační
1.2.1	Předvádění a pozorování
1.2.2	Práce s obrazem
1.2.3	Instruktaž
1.3	Metody dovednostně-praktické
1.3.1	Napodobování
1.3.2	Manipulování, laborování a experimentování
1.3.3	Vytváření dovedností
1.3.4	Produkční metody

Tabulka 3: Klasické výukové metody (Maňák, Švec, 2003, str. 48)

Příznivci konstruktivismu tvrdí, že transmisivním přístupem lze žáky naučit fakta a mechanismy, ale význam a smysl nemohou pochopit, protože nemůže být předán pouhým mluveným či psaným slovem. (Kalhous, Obst, 2002)

Podobně i Pecina a Zormanová doporučují tradiční výuku v následujících situacích:

- „Zprostředkování těžce pochopitelné látky, která vyžaduje širší znalosti i z dalších oblastí a odborných předmětů.
- Zprostředkování abstraktního nebo složitého učiva.
- V jazykové výuce k zprostředkování pouček a pravidel.“

(Pecina, Zormanová, 2009, s. 17)

Ve výuce matematiky je podle většiny učitelů výhodnější a spolehlivější, když žákům reprodukují hotovou informaci a postup, který si žáci osvojí a aplikují na dalších příkladech. Tento přístup je v současné době kritizován zejména z toho důvodu, že koncepce nepřipravuje žáky na řešení životních situací, nerozvíjí jejich představivost a nepracuje s prekoncepty žáka.

Hejný, Kuřina ve své knize popisují, že vzdělávání, které pouze přenáší hotové informace do paměti žáků, není dostatečné, je prospěšné pro rozvoj paměti, avšak nerozvíjí tvořivost žáků. Ve své knize uvádějí: „*Jak můžeme při transmisivním přístupu k vyučování naučit aplikovat poznatky? Existuje patrně jen jedna cesta: dát vzory, poskytnout instrukce.*“ (Hejný, Kuřina, 2015, s. 193)

Tato negativa se snaží překonat konstruktivistický přístup, kterému bude věnována následující podkapitola.

3.2 Konstruktivistický přístup

Konstruktivistický přístup se na rozdíl od transmisivního snaží pracovat s prekoncepty žáků a navazovat na ně. Bertrand uvádí, že: „*Prekoncepty však představují jediné nástroje, které má žák k dispozici; vždyť právě jimi dekoduje realitu. Současně je však třeba je neustále zpochybňovat, protože vedou nevyhnutelně k pocitu jasnosti a evidentnosti.*“ (Bertrand, 1998, s. 70) Z toho vyplývá, že žák má určitou představu o jevech a světě, který jej obklopuje, postupným rozvíjením a navazováním na tyto informace jim lépe porozumí.

Učení je aktivní, záměrné a konstruované z předložených informací a navozených zkušeností, které jsou zpracovány s ohledem na poznávací procesy žáka a ovlivněny jeho náladou, názory a již zmíněnými prekoncepty. Kalhous, Obst (2002, s. 49) tvrdí, že: „*Významy a porozumění smyslu jedinci sami konstruují, když aktivně pracují s přeloženými informacemi a zkušenostmi. Tato výstavba poznání je navíc zásadním způsobem ovlivněna dosavadními znalostmi, dovednostmi, zkušenostmi a mentálními strukturami, které žák již má.*“ Kalhous a Obst dále ve své knize zmiňují, že žák má od narození určitou představu o světě, kterou si přenáší do vzdělávacího procesu, a to je základem pro vnímání a porozumění dalším informacím.

Učitel vede žáka k aktivitě v hodině, kooperaci, komunikaci a rozvoji kritického myšlení. V tomto přístupu se uplatňují metody, které můžeme najít v klasifikaci výukových metod dle Maňáka a Švece. Mezi tyto metody se řadí metody aktivizující (situační metody, didaktické hry, metody diskusí, inscenační metody, metody řešení problémů), dále pak komplexní

výukové metody (frontální výuka, skupinová a kooperativní výuka, partnerská výuka, kritické myšlení, projektová výuka, aj.). V následující tabulce je uveden přehled metod pro konstruktivistický přístup k výuce. (Maňák, Švec, 2003)

2. Aktivizující metody 2.1 Metody diskusí 2.2 Metody heuristické, řešení problémů 2.3 Metody situační 2.4 Metody inscenační 2.5 Didaktické hry
3. Komplexní výukové metody 3.1 Frontální výuka 3.2 Skupinová a kooperativní výuka 3.3 Partnerská výuka 3.4 Individuální a individualizovaná výuka, samostatná práce žáků 3.5 Kritické myšlení 3.6 Brainstorming 3.7 Projektová výuka 3.8 Výuka dramatem 3.9 Otevřené učení 3.10 Učení v životních situacích 3.11 Televizní výuka 3.12 Výuka podporovaná počítačem 3.13 Sugestopedie a superlearning 3.14 Hypnopedie

Tabulka 4: Výukové metody (Maňák, Švec, 2003, s. 48)

Hejný a Kuřina tvrdí, že základním úkolem učitele je motivovat žáky k aktivitě tak, aby formulovali své vlastní nápady, názory a námítky. Tito autoři se zabývají konstruktivistickým přístupem v hodinách matematiky. Jejich teorii bude věnována následující podkapitola. (Hejný, Kuřina, 2015)

3.2.1 Konstruktivismus v matematice

Konstruktivismus ve výuce matematiky spočívá ve vytváření aktivní matematiky, která žáky motivuje k dalšímu poznání a pokládání otázek, což je v jejich získávání vědomostí posunuje dále.

Hejný, Kuřina vytvořili zásady odrážející jejich pojetí vyučování matematiky, které je nazváno jako didaktický konstruktivismus. Tyto zásady jsou shrnuty do deseti základních pouček neboli desatera konstruktivismu:

- 1) Aktivita – v matematice není důležitý pouze výsledek, který se formuje do definic, vět a důkazů, ale především aktivita.

- 2) Řešení úloh – důležité je hledat souvislosti, řešit úlohy a problémy, zobecňovat tvrzení a ta pak dokazovat.
- 3) Konstrukce poznatků – poznatky jsou individuální a nelze je přenést z knihy, časopisů či přednášek.
- 4) Zkušenosti – vytváření poznatků je podmíněno zkušenostmi toho, kdo poznává. Žák si je přináší ze svého života, ale měl by mít dostatek příležitostí je rozvíjet zkušenostmi ve škole.
- 5) Podnětné prostředí – je potřeba vytvářet prostředí, které podněcuje tvořivost. Takové prostředí je vytvářeno tvořivým učitelem, dostatkem podnětů a sociálním klimatem ve třídě.
- 6) Interakce – interakce ve třídě přispívá ke konstrukci poznatků.
- 7) Reprezentace a strukturování – je důležité pěstovat nejrozličnější druhy reprezentace a strukturální budování matematického světa.
- 8) Komunikace – důležité je pěstovat jazyk matematiky, především vyjadřování se pomocí matematické symboliky, vyjádření vlastních myšlenek a porozumění jazyku druhých.
- 9) Vzdělávací proces – má tři hlediska, a to porozumění matematice, zvládnutí matematického řemesla a aplikace matematiky.
- 10) Formální poznání – předávání informací prostřednictvím transmisivního přístupu nebo pomocí instruktivního vyučování, které dává návody, jak postupovat.

(Hejný, Kuřina, 2015)

František Kuřina v knize uvádí, že konstruktivistické vyučování předpokládá poznáníchtivého žáka. „*Není-li takových žáků „plná třída“, nastávají problémy. Učitel musí, chce-li pěstovat konstruktivismus, třídu pro tuto práci nejen připravit, ale i získat.*“ (Hejný, Kuřina, 2015, s. 200)

Autor zmiňuje, že i v tomto přístupu čeká na učitele i žáky určité úskalí, které je potřeba nejrozličnějšími způsoby odstranit a nejdůležitějším úkolem učitele je žáky motivovat k novému poznání. Formuloval zásady realistického konstruktivismu, které jsou podle něj východiskem pro eliminaci zmiňovaných pochybností. Mezi tyto zásady patří probuzení zájmu, který je důležitý pro vzdělávací proces. Tento zájem by měl být umocňován úspěchy žáků a projevuje se otázkami. Aktivitu by měl učitel rozvíjet na základě konstruování nových poznatků a těmito skutečnostem přizpůsobit výuku. (Hejný, Kuřina, 2015)

3.3 Další přístupy k matematice

Kromě konstruktivistického a transmisivního přístupu lze v matematice využívat další postupy, které se snaží eliminovat nedostatky výše zmíněných přístupů. Následující kapitola popisuje dva další způsoby uchopení matematiky, kterými jsou Hejného metoda a badatelský přístup.

Hejného metoda

V rozvíjení myšlenek konstruktivismu pokračovali oba profesorové, jak Kuřina, tak Hejný. Hejný bádá po dalších postupech, jak matematiku vyučovat tím nejlepším možným způsobem. Své zkušenosti z oblasti vzdělávání v matematice, jež získal na pedagogické fakultě Karlovy univerzity, ale i zkušenosti z osobního života, formuloval do dvanácti principů tzv. Hejného metody vyučování matematiky. Ty jsou sepsány tak, aby měli žáci o matematiku zájem, objevovali ji s radostí a samostatně. Každý princip shrnul do jedné věty, která jej vystihuje a charakterizuje.

1. Budování schémat – Dítě ví i to, co jsme ho nenaučili.

Z každodenních zkušeností se nám i dětem v hlavě budují schémata, na která tato metoda navazuje, propojuje je a vyvozuje z nich závěry.

2. Práce v prostředích – Učíme se opakovanou návštěvou.

Žáci by měli pracovat v prostředí, kde se cítí dobře, nic neruší jejich pozornost a soustředí se na daný úkol. Hejný vytvořil prostředí, ve kterých se nacházejí různé úkoly, a ty žáky vybízejí k objevování nových poznatků. K prostředí se žáci průběžně vracejí v různých souvislostech a úrovních. Tímto chce Hejný dosáhnout toho, že děti v jednotlivých prostředích získávají jistotu a nemají strach z matematiky.

3. Prolínání témat – Matematické zákonitosti neizolujeme.

Matematické pojmy a jevy se navzájem propojují, mají logickou souvislost tak, aby žáci byli schopni si je vybavit v různých situacích. Této skutečnosti napomáhají různé strategie řešení, které slouží žákovi k přirozenějšímu vybavování pojmů a jevů.

4. Rozvoj osobnosti – Podporujeme samostatné uvažování dětí.

Pan profesor klade důraz na to, aby děti v běžném životě dokázaly argumentovat a uměly se správně rozhodnout. Metoda respektuje zákonitosti vývoje dětí, využívá jejich osobnost a snaží se je formovat a motivovat.

5. Skutečná motivace – Když „nevím“ a „chci vědět“.
Vnitřní motivace žáků je klíčová ve vzdělávání, proto se v rámci této metody snaží, aby žáci zažili úspěch, a to i ti, kterým to jde poněkud pomaleji. Když má dítě chuť získat nové poznatky, poznání je pro ně snazší a lépe zapamatovatelné.
6. Reálné zkušenosti – Stavíme na vlastních zážitcích dítěte.
Metoda pracuje se zkušenostmi, které si žáci budují již od narození. Na ně navazují a dále je rozvíjí tak, že získávají vlastní zkušenosti a nejsou na ně přenášeny učitelem. Prožitý neúspěch žáka také formuje, protože se z něj poučí a zkusí najít jiné řešení.
7. Radost z matematiky – Výrazně pomáhá při další výuce.
Radost z úspěchu a pochvala od rodičů, spolužáků a učitele jsou hnacím motorem každého žáka. Pocit, který přichází ze zažitého úspěchu a nadšení, dítě motivuje a pomáhá dalšímu rozvoji a vzdělávání.
8. Vlastní poznatek – Má větší váhu než ten převzatý.
Metoda je založena na objevování matematiky. Učebnice k ní vytvořené jsou vybudovány na tom, že když žák získá poznatek sám, má to větší hodnotu, než když mu ho předá učitel. Své poznatky a zkušenosti může konzultovat se spolužáky, s učitelem a ověřuje si je na dalších příkladech.
9. Role učitele – Průvodce a moderátor diskusí.
Tento princip je založen na tom, že učitel organizuje a vede hodinu, ale těmi, kdo pracují a diskutují o zadaných úkolech, jsou žáci. Poznání žáků je to nejdůležitější, kam výuka směřuje, k tomu učitel vede žáky prostřednictvím gradovaných úloh.
10. Práce s chybou – Předcházíme u dětí zbytečnému strachu.
Přirozeným jevem každého člověka je dělat chyby. Tato metoda se snaží využít chybu k učení tak, aby žák pochopil, proč chybu udělal a snažil se ji odstranit. Důležité je najít její příčinu, kterou je v matematice obtížné objevit. To, že žák udělá chybu, ho nesmí odradit. Naopak by se pro něj měla stát užitečnou zkušeností.
11. Přiměřené výzvy – Pro každé dítě zvlášť podle jeho úrovně.
Učebnice vytvořené k této metodě jsou založeny na tom, aby každý žák zvládl úlohy dle jeho úrovně. Tímto předcházejí pocitu neúspěchu a obav z matematiky, ale zároveň jsou výzvou pro úspěšnější žáky. Nadaní žáci se při řešení úloh nenudí, pracuje se s jejich potenciálem a individualitou, naopak u slabších žáků hraje důležitou roli učitel, který je průvodcem při objevování řešení úlohy.
12. Podpora spolupráce – Poznátky se rodí díky diskusím.

Děti samostatně přichází na výsledky, nad kterými mohou diskutovat ve výuce, což je nezbytné pro získávání nových poznatků a ověřování postupů. V diskuzích se mohou setkat s různými názory a způsoby řešení úloh, což je nutí neustále přemýšlet nad různorodostí a správností získaných výsledků.

(H-mat.cz, 2019)

Hejného metoda podporuje individualitu dětí a zároveň se snaží o vybudování sociálních vazeb se svým okolím. Osobní komunikace, která je v dnešní době mezi dětmi velmi omezená, je v tomto přístupu považována za základ objevování možností a je přirozeně zařazena do procesu výuky. Důležitým prvkem je motivace, bez které by tvoření nových poznatků nebylo úplné. Matematika by se pro žáky měla stát zábavou, prostředkem k získání nových informací a seznámením se s různými druhy řešení úloh. V této metodě je podstatné naučit se pracovat s chybou, při jejímž nalezení a nápravě je u žáků aktivizováno jejich myšlení. V tradiční výuce není chyba vítána, vzbuzuje u žáků strach z postihu a ze strany učitele převládá okamžitá náprava chyby před hledáním její příčiny.

Badatelský přístup

Dalším přístupem k výuce matematiky je badatelsky orientovaná výuka, která vychází z pedagogického konstruktivismu a je známá spíše v zahraničí, kde má již dlouholetou tradici. Badatelsky orientovaná výuka se v České republice příliš neujala, spíše se využívalo pojmu „inquiry“, jehož překlad je bádání či hledání pravdy. (Dostál, 2015)

Bádání, podle Hejného a Kuřiny, chápeme „jako proces hledání odpovědí na aktuální otázky, které vycházejí z kontaktu člověka s přírodou a společností. Otázky ovšem vznikají i uvnitř konstruující se disciplíny, v procesu utváření vědy.“ (Hejný, Kuřina, 2015, str.23)

Na badatelsky orientovanou výuku se mohou pohledy různých autorů lišit. Ve sborníku ze semináře Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích v příspěvku Miroslava Papáčka je badatelsky orientované vyučování aktivizující metoda problémového vyučování. Podle něj je učitel průvodcem, který provází žáka postupem řešení problémů, ten zahrnuje hypotézy, konstrukce metod, získání výsledků, následnou diskusi a závěry. (Papáček, 2010)

Podle Ivy Stuchlíkové je tento přístup soustředěn na přírodní vědy, kde bádání je jejich podstatou a k získání povědomí o problému je důležité plánování, zpřesňování a realizace experimentů. (Stuchlíková, 2010)

Samková vytvořila schéma, ve kterém ukazuje charakteristiky badatelsky orientované výuky. Rozdělila je do čtyř okruhů, které se věnují: učiteli, žákovi, cílům vzdělávání a kultuře vyučování.

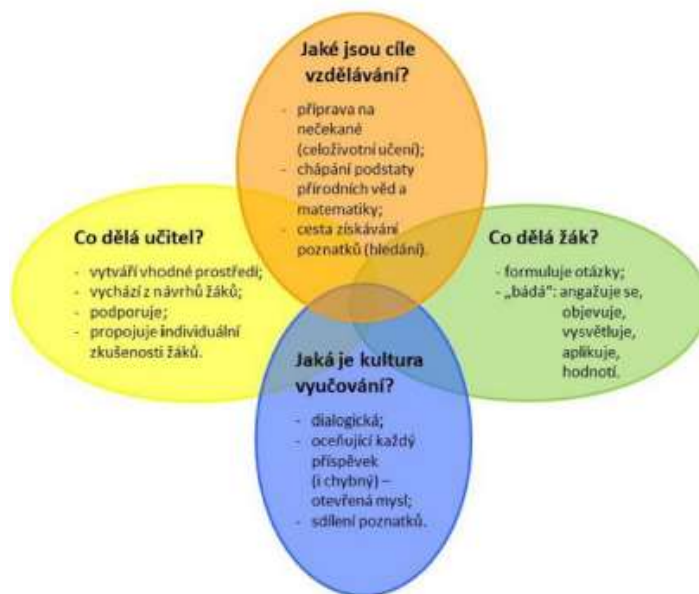


Schéma 2: Charakteristiky badatelsky orientované výuky (Samková, Hošpesová, 2015, s. 97)

Badatelsky orientovaná výuka v matematice přispívá ke snadnějšímu porozumění matematickým jevům a pojmům, tzn., že je považována za cestu i cíl matematického vzdělávání. Matematika vstupuje do každodenní lidské činnosti a je tak zdrojem pro aktivity spojené s touto výukou. (Samková, Hošpesová, 2015)

Ve vědeckém i matematickém bádání jsou motivující otázky, které vznikají ze světa kolem nás. Matematika má přispět k pochopení tohoto světa a jednání v něm z pozice kulturního, přírodovědného a sociálního poznání. Otázky, které během objevování získáváme, jsou hnacím motorem pro vytváření vlastních zkušeností. (Artigue, Baptist, 2012)

Badatelsky orientovaná výuka se snaží pracovat s žakovou zvědavostí a motivací. Chce přispět k intenzivnějšímu zapamatování matematických problémů a budovat lepší vztah žáků k matematice. Tímto přístupem se zabýval také doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc., který působil na katedře matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci.

Nelze jednoznačně říci, který z uvedených přístupů je ten nejlepší, protože každý z nich pracuje s velmi kvalitně vytvořenými myšlenkami a postupy, které se musí do výuky správně zakomponovat. Každý žák má svou osobnost a je potřeba k němu přistupovat individuálně. Co je dobré pro jednoho, nemusí být dobré pro druhého.

PRAKTICKÁ ČÁST

4 Matematické kompetence žáků vybraných základních škol

Matematika bude žáky provázet po celou dobu studia, u přijímacích zkoušek nebo maturit. Škola není jediné místo, kde se žáci s matematikou setkávají, je provázána životem dítěte i dospělého člověka. Každý člověk by se měl umět orientovat v základech matematiky, které není snadné si osvojit. V praktické části této práce budou srovnány znalosti žáků základních škol, ve kterých se vyučuje různými přístupy k matematice a na základě těchto informací bude vyvozeno, který přístup přispívá k lepším výsledkům žáků. Budou vymezeny cíle výzkumu, výzkumný soubor, metoda sběru dat, následné vyhodnocení a interpretace výsledků.

4.1 Cíl výzkumu

Cílem práce bude srovnat znalosti žáků základních škol, ve kterých se matematika vyučuje různými přístupy a na základě tohoto zjištění posoudit, který přístup je pro výuku matematiky vhodnější. Přístupy byly popsány v teoretické části. Byly zvoleny dvě školy, na kterých se vyučuje matematika na prvním stupni Hejného metodou a dvě školy s tradiční výukou matematiky. Ke zjištění cíle práce byla vyslovena hlavní výzkumná otázka a dílčí výzkumné otázky.

Hlavní výzkumná otázka:

Mají žáci s tradiční výukou matematiky na prvním stupni základní školy větší znalosti než žáci s výukou matematiky na prvním stupni základní školy pomocí Hejného metody?

Ke zjištění hlavního výzkumného cíle byl zvolen statistický test významnosti – Studentův t-test, ke kterému je nutné vyslovit výzkumné hypotézy.

H_0 : Průměrný počet bodů získaný žáky ze 7. tříd s výukou Hejného metodou na 1. stupni ZŠ a ze 7. tříd s tradiční výukou matematiky na 1. stupni ZŠ je stejný.

H_1 : Průměrný počet bodů získaný žáky ze 7. tříd s výukou Hejného metodou na 1. stupni ZŠ a ze 7. tříd s tradiční výukou matematiky na 1. stupni ZŠ není stejný.

Dílčí výzkumné otázky:

1. Liší se úroveň znalostí žáků s Hejného matematikou na prvním stupni ZŠ navštěvujících školu ve vesnici a ve městě?
2. Liší se znalosti žáků, kteří jsou vyučováni tradiční metodou na vesnici a ve městě?

3. Jsou matematické znalosti žáků, bez ohledu na přístup k výuce, vyšší na vesnické či městské škole?
4. Mají chlapci vyučovaní Hejného metodou lepší znalosti v matematice než ti, kteří jsou vyučováni tradiční výukou?
5. Mají dívky vyučované Hejného metodou lepší znalosti v matematice než ty, které jsou vyučovány tradiční výukou?
6. Mají dívky lepší matematické znalosti než chlapci?

Na jednotlivé dílčí otázky bude zodpovězeno pomocí popisné statistiky, která má za úkol znázornit získaná data. Výzkumník zvolil znázornění dat pomocí výsečových grafů.

4.2 Výzkumný soubor

Základní soubor podle Gavory jsou všichni lidé, na které je výzkum zaměřen. (Gavora, 2000) V případě této práce jsou to žáci 7. tříd ve čtyřech různých školách. Ty byly vybrány tak, aby na dvou z nich žáci prošli prvním stupněm základní školy Hejného metodou a na zbylých dvou tradiční výukou matematiky. Pro důvěryhodnější závěry práce výzkumník zvolil jednu ze dvou škol vesnickou a jednu městskou. Školy byly vybrány ze dvou krajů, a to Jihomoravského a Zlínského. Všechna tato kritéria odpovídají záměrnému výběru vzorku, který spočívá v úsudku výzkumníka. „*Záměrný výběr se uskutečňuje na základě určení relevantních znaků, tj. těch znaků základního souboru, které jsou důležité pro dané zkoumání. Přitom se výzkumník opírá o pedagogickou teorii, své zkušenosti, vědomosti a úsudek.*“ (Gavora, 2000, s. 64)

Vzhledem ke stanoveným kritériím, bylo potřeba oslovit větší množství škol a rozhodnout, zda jsou vhodné pro výzkum. U vybraných škol výzkumník nejdříve prostudoval ŠVP, aby zjistil, jestli mají všechny školy probrané učivo, ze kterého bude sestaven nestandardizovaný didaktický test. U škol, které neměly zveřejněné ŠVP, byly osloveni zástupci škol, kteří poskytlí výzkumníkovi potřebné informace.

K testování byli vybráni žáci 7. tříd. Výzkumník záměrně zvolil 7. třídu, protože žáci ze škol, ve kterých se vyučovala matematika na prvním stupni Hejného metodou, měli rok na adaptaci na jiný styl výuky. Tímto kritériem zamezil tomu, aby žáci s jiným stylem výuky nebyli znevýhodněni při vyplňování testu. Podle profesora Chrásky žáci 7. tříd představují výběrový soubor, který popisuje následovně: „*Výběrovým souborem (výběrem, vzorkem)*

rozumíme určitou část prvků vybranou ze základního souboru, která základní soubor zastupuje (reprezentuje).“ (Chráška, 2006, s. 19)

Výzkumu se zúčastnilo 28 dívek a 32 chlapců, celkem tedy 60 žáků ze čtyř různých škol.

Škola „A“ se nachází ve městě ve Zlínském kraji. Ve škole se na prvním stupni vyučuje matematika pomocí Hejného metody. Na druhém stupni jsou dvě sedmé třídy, ve kterých se vyučuje rozdílnými metodami. Jedna z nich pokračuje z prvního stupně s matematikou podle profesora Hejného, v paralelní třídě probíhá výuka matematiky tradičně. Testování se zúčastnilo 15 žáků, z toho 8 dívek a 7 chlapců.

Škola „B“ je v centru města, které leží na rozhraní Zlínského a Jihomoravského kraje. Jedná se o školu, kde se vyučuje pouze tradiční výukou matematiky. V posledních letech se snaží zapojit konstruktivistické prvky do výuky matematiky. K Hejného metodě se tato škola staví prozatím skepticky. Testování se zúčastnilo 16 žáků, 5 z nich bylo dívek a 11 chlapců.

Školu „C“ můžeme najít v Jihomoravském kraji v jedné z vinařských vesnic. V této škole se výzkumník cítil velmi příjemně, byla hezky upravena, učitelé byli vstřícní a ochotní. Žáci spolupracovali a k testu přistoupili zodpovědně. Ve škole je upřednostňována výuka pomocí Hejného metody. Podobně jako ve škole „A“ mají dvě 7. třídy, ve kterých je vyučováno odlišnými metodami. Testování proběhlo ve třídě s 16 žáky, z nichž 9 bylo dívek a 7 chlapců.

Škola „D“ se nachází ve Zlínském kraji. Jedná se o malou školu v obci, která má asi 1 500 obyvatel. Škola je rodinného typu s nízkým průměrným počtem žáků ve třídách. Snaží se o individuální přístup k žákům. Matematiku vyučují tradičním způsobem, ale snaží se zapojovat i prvky jiných přístupů. Počet žáků v 7. třídě byl 13, z toho 6 dívek a 7 chlapců.

4.3 Výzkumný nástroj a způsob realizace výzkumu

Výzkumník zvolil k testování nestandardizovaný didaktický test, který vytvořil ve spolupráci s učitelkou matematiky s dlouholetými zkušenostmi. Didaktický test slouží ke zkoumání úrovně znalostí žáků. Nejčastěji používaná definice didaktického testu je od P. Byčkovského, který tvrdí, že je to nástroj systematického měření výsledků žáků. (Byčkovský, 1982)

Nestandardizovaný didaktický test je vytvářen pro potřeby učitele. Na rozdíl od testů standardizovaných k nim není přikládána příručka, která udává, jak test správně rozdat a vyhodnotit. Podle profesora Chrásky tyto testy bývají označovány jako učitelské nebo neformální testy. (Chráska, 1999)

Nestandardizovaný didaktický test byl vytvořen tak, aby zahrnul dosavadní znalosti matematiky. Před vytvořením otázek bylo pečlivě prostudováno ŠVP jednotlivých škol, aby nedošlo k odchylkám u probraného učiva u žáků z odlišných škol. Test obsahoval šest příkladů, za které bylo možné získat celkem 13 bodů. Příklady spadaly do tematických okruhů, které jsou popsány v RVP ZV. První tři příklady patřily do oblasti číslo a proměnná; příklad na dělitelnost, desetinná a celá čísla. Další tři otázky se týkaly geometrie v rovině a prostoru a skládaly se z příkladů na kvádr, úhly a trojúhelník. Zmiňované oblasti byly popsány v teoretické části této práce.

Před ostrým testováním byl uskutečněn předvýzkum, kterého se účastnily tři děti, které nenavštěvují ani jednu z testovaných základních škol, aby nedošlo k ovlivňování spolužáků. Předvýzkum proběhl především proto, aby si výzkumník ověřil, zda děti zadání pochopily a nedocházelo tak k nejasnostem. Předvýzkum trval 35 minut a jeho vyhodnocení dopadlo nadprůměrně dobře.

Test na vybraných základních školách byl rozdán výzkumníkem během měsíce prosince. V průběhu testování výzkumník pozoroval práci žáků, všímal si, jakou zvolili taktiku při vyplňování a jak pracují s příklady, se kterými měli potíže. Po celou dobu byl žákům k dispozici a odpovídal na případné otázky. Test byl anonymní a hotové testy byly vráceny do rukou výzkumníka. Po skončení testu byl výzkumník požádán učiteli matematiky o ponechání testu, aby s žáky mohli rozebrat jednotlivé příklady a dovysvětlit jim učivo, ve kterém mají mezery.

5 Výsledky nestandardizovaného didaktického testu

V této kapitole budou popsány výsledky testu, srovnány znalosti žáků školy s výukou Hejného metody na prvním stupni základní školy a žáků školy s tradiční výukou matematiky. Výsledky budou zobrazeny do výšečových grafů, ze kterých bude zřejmé, která škola si vedla u jednotlivých otázek lépe či hůře. Test se skládal z šesti otázek, které byly z okruhů Číslo a proměnná a Geometrie v rovině a prostoru z RVP ZV. Jednotlivé tematické okruhy byly popsány v teoretické části této práce. Pro lepší přehlednost výsledků bude kapitola rozdělena na podkapitoly, které se budou věnovat každému tematickému okruhu zvlášť.

5.1 Číslo a proměnná

První podkapitola bude zaměřena na tematický okruh Číslo a proměnná. U jednotlivých otázek budou popsány výsledky, kterých žáci testovaných škol dosáhli. V závěru podkapitoly bude uvedeno, která škola tento tematický okruh zvládla nejlépe.

Příklad č. 1

Znění příkladu:

Chceme vytvořit stejné balíčky ze sladkostí. K dispozici máme 108 lízátek, 60 perníčků a 72 čokoládových panáčků. Žádná sladkost nesmí zbýt ani chybět. Kolik balíčků můžeme vytvořit? Z jakého množství cukrovinek se bude skládat jeden balíček?

Testování je zaměřeno na:

Výzkumným souborem jsou žáci 7. tříd a jejich dovednosti aplikovat dělitelnosti v oboru přirozených čísel.

Naplnění očekávaného výstupu z RVP ZV:

„Žák modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel.“ (RVP ZV, 2017, s. 34)

Řešení:

- 1) Počet balíčků vypočítáme následovně:

Lízátek.....108

Perníčků.....60

Čok. panáčků.....72

$$D(108, 60, 72) = 12$$

Odpověď: Je možné vytvořit 12 balíčků.

- 2) Množství cukrovinek vypočítáme takto:

Lízátka..... $108 : 12 = 9$

Perníčky..... $60 : 12 = 5$

Čok. panáčky... $72 : 12 = 6$

Odpověď: Jeden balíček se skládá z 20 cukrovinek, a to z 9 lízátek, 5 perníčků a 6 čokoládových panáčků.

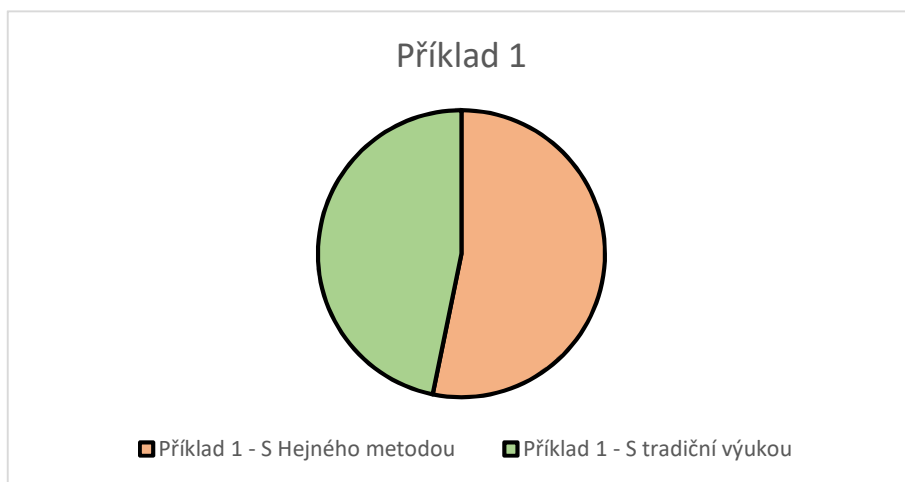
Hodnocení:

Za každou podotázku žáci mohli získat 1 bod. Celkem za příklad číslo jedna mohli žáci získat 2 body.

Výsledky testování:

Žáci s výukou Hejného získali zhruba 27% úspěšnost, žáci s tradiční výukou matematiky měli 24% úspěšnost. Z grafu můžeme vypořadovat, že body, které žáci získali, byly v obou případech podobné, výsledky se lišily pouze o necelé 3 %. Z analýzy testů žáků bylo vypořadováno, že žáci ze znění příkladu nerozpoznali, že mají počítat společného dělitele zadáných čísel. Ti, kteří to poznali, se dopracovali ke správnému výsledku. Někteří žáci odpověděli pouze na první část otázky, to může být způsobeno buďto nepozorností žáků, nebo si s druhou částí nevěděli rady.

Následující graf ukazuje nepatrný rozdíl mezi úspěšností žáků z jednotlivých základních škol.



Graf 8: Příklad 1 (vlastní zdroj)

Příklad č. 2

Znění příkladu:

Vypočítej:

- a. $0,6 + 2 \cdot 0,4 =$
- b. $12,9 - 5,2 =$
- c. $26,32 - 3 \cdot 0,02 =$

Testování je zaměřeno na:

Výzkumným souborem jsou žáci 7. tříd, tentokrát jsme se zaměřili na jejich početní dovednosti s desetinnými čísly.

Naplnění očekávaného výstupu z RVP ZV:

„Žák provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel.“ (RVP ZV, 2017, s. 34)

Řešení:

- a. $0,6 + 2 \cdot 0,4 = 1,4$
- b. $12,9 - 5,2 = 7,7$
- c. $26,32 - 3 \cdot 0,02 = 26,38$

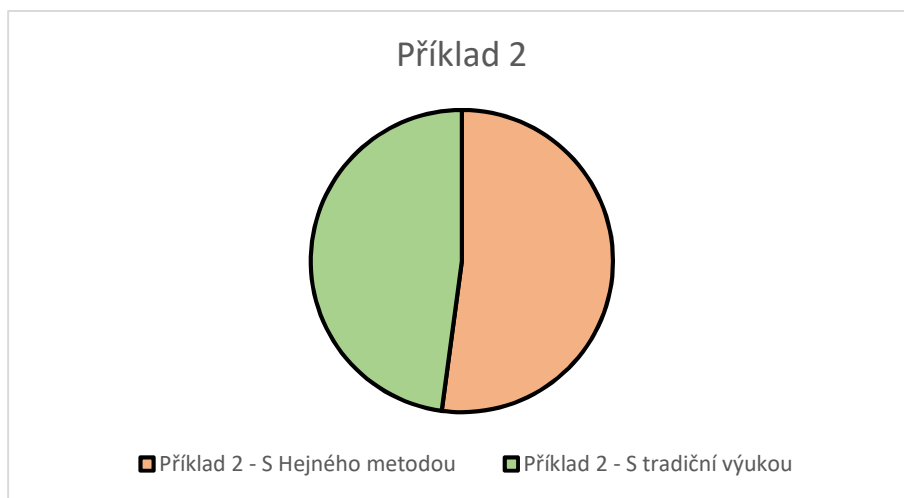
Hodnocení:

Za každý správně vypočítaný příklad mohli žáci získat jeden bod. Za otázku číslo dvě mohli žáci získat celkem 3 body.

Výsledky testování:

U tohoto příkladu byli opět lepší žáci s výukou pomocí Hejného metody, ale ani v tomto případě rozdíl mezi školami nebyl velký. Rozdíl mezi školami byl necelá 4 %. Úspěšnost žáků škol byla nadprůměrná, přesáhla 60 %. Z výsledků vyplývá, že si žáci s počítáním s desetinnými čísly poradili velmi dobře. Analýza výsledků ukázala, že žáci dělali nejvíce chyb při násobení desetinných čísel.

Graf názorně ukazuje rozdíl mezi úspěšností žáků škol, ve kterých se vyučuje na prvním stupni jinými metodami.

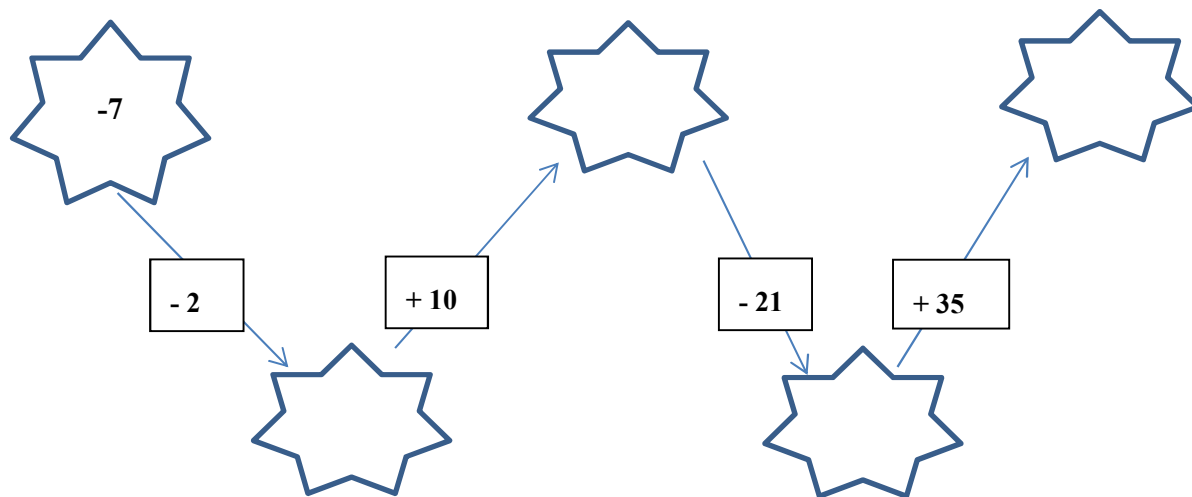


Graf 9: Příklad 2 (vlastní zdroj)

Příklad č. 3

Znění příkladu:

Vypočítej:



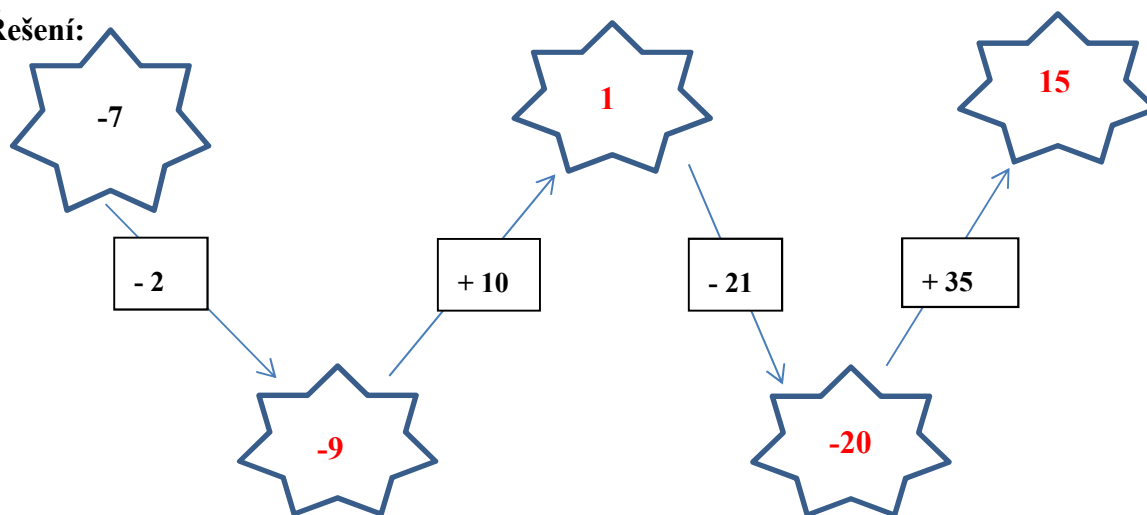
Testování je zaměřeno na:

Výzkumným souborem jsou žáci 7. tříd, tentokrát jsme se zaměřili na sčítání a odečítání celých čísel.

Naplnění očekávaného výstupu z RVP ZV:

„Žák provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel.“ (RVP ZV, 2017, s. 34)

Řešení:



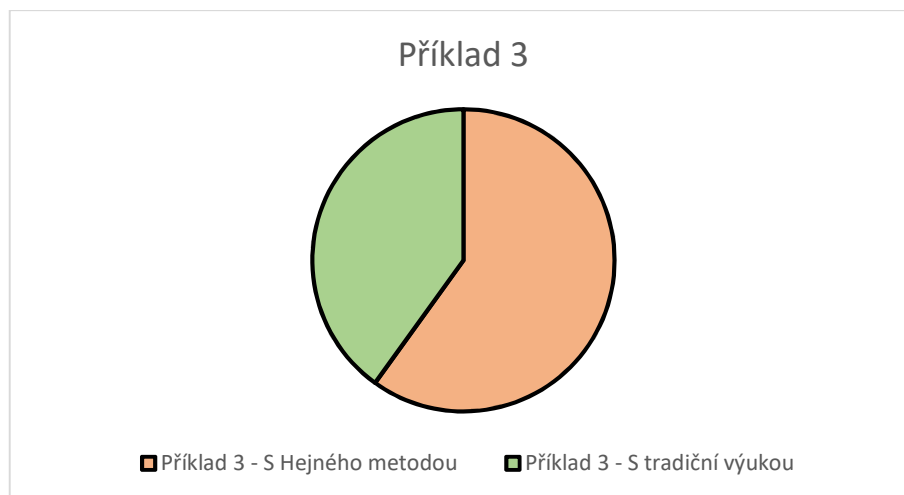
Hodnocení:

Pokud postupovali správně po šipkách a dopočítali se k výsledku 15, získali za tento příklad jeden bod.

Výsledky testování:

V této otázce je rozdíl mezi žáky jednotlivých škol největší. Žáci školy s výukou Hejného metody obdrželi 77,40 % a žáci školy s tradiční výukou matematiky získali 57,70 %. Rozpětí mezi výsledky žáků škol, může být způsobeno nedostatečným procvičením tohoto typu příkladů. Z analýzy výsledků žáků je patrné, že chyby, kterých se žáci dopouštěli, odpovídali nepochopení principu počítání celých čísel, jen u velmi málo žáků byly vyzorovány chyby z nepozornosti nebo ze špatného sečtení či odečtení čísel.

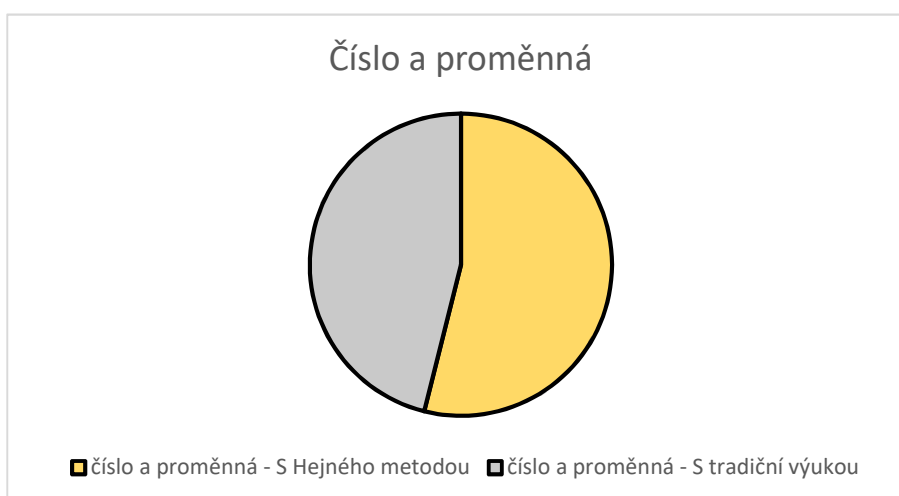
V grafu je znázorněn rozdíl mezi úspěšnostmi žáků ze škol, ve kterých se na prvním stupni vyučuje odlišnými metodami.



Graf 10: Příklad 3 (vlastní zdroj)

Výsledky žáků z tematického celku Číslo a proměnná

Můžeme konstatovat, že úspěšnější byli žáci vyučováni na prvním stupni pomocí Hejného metody. Výsledky se od sebe liší o 8 %, což není velký rozdíl. Největší rozdíl mezi školami se objevil u příkladu číslo tři, který byl 25,7 %. Příklad se týkal celých čísel. U tohoto příkladu je vidět, že výuka Hejného metodou je pro žáky pochopitelnější a s příkladem si poradili lépe. Důvodem špatného výsledku u tradiční výuky může být nedostatečné vysvětlení učiva či krátká doba na procvičení tohoto typu příkladu. Nejmenší rozdíl byl u příkladu číslo jedna, který se týkal dělitelnosti. Rozdíl byl jen 3 %, avšak ani u jedné školy úspěšnost u tohoto příkladu nepřesáhla 30 %. Důvodem nízké úspěšnosti může být nedostatečné procvičení příkladů, ale i to, že se žáci s podobným typem příkladu nemuseli setkat. V následujícím grafu můžeme vidět rozdíl mezi výsledky žáků v tematickém celku Číslo a proměnná.



Graf 11: Číslo a proměnná (vlastní zdroj)

5.2 Geometrie v rovině a v prostoru

Následující podkapitola bude věnována tematickému okruhu, který se v RVP ZV nazývá Geometrie v rovině a v prostoru. Stejně jako u předchozího okruhu mu byly věnovány tři příklady, za které bylo možné celkem získat sedm bodů.

Příklad č. 4

Znění příkladu:

Můžeme do nádoby tvaru kvádru o rozměrech $a = 10\text{ dm}$, $b = 14\text{ dm}$, $c = 4\text{ m}$ nalít 10 hl vody? Zapiš řešení.

Testování je zaměřeno na:

Výzkumným souborem jsou žáci 7. tříd. Tento příklad byl zaměřen na dovednost aplikace vzorečku pro výpočet objemu.

Naplnění očekávaných výstupů z RVP ZV:

„Žák odhaduje a vypočítá objem a povrch těles.“ (RVP ZV, 2017, s. 36)

Řešení:

Řešení příkladu spočívá v aplikaci vzorečku pro výpočet objemu kvádru.

Převedení jednotek

$$c = 4\text{ m} = 40\text{ dm}$$

Vypočítání objemu kvádru, podle vzorce: $V = a * b * c$

$$V = 10\text{ dm} * 14\text{ dm} * 40\text{ dm}$$

$$V = 5\,600\text{ dm}^3$$

Převedení výsledku na hektolitry

$$5\,600\text{ dm}^3 = 56\text{ hl}$$

Odpověď: Do kvádru o zadaných rozměrech můžeme nalít 10 hl vody.

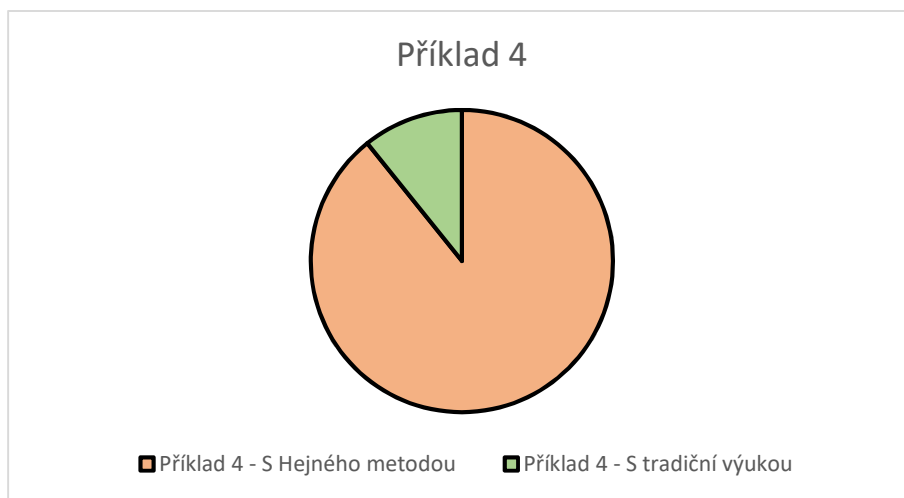
Hodnocení:

Žáci za výpočet tohoto příkladu mohli získat celkem 1,5 bodu. Za správný výpočet získali 1 bod a za odpověď 0,5 bodu.

Výsledky testování:

U příkladu čtyři měli žáci s tradiční výukou matematiky velmi nízkou úspěšnost, která dosáhla pouhých 3,5 %. Školy, ve které jsou žáci vyučováni pomocí Hejného metody, měli úspěšnost 29 %. Rozdíl mezi školami je tedy 25,5 %. Z analýzy prací žáků bylo zjištěno, že si s tímto typem příkladu neuměli poradit. Nepoznali, že mají aplikovat vzorec pro výpočet objemu nebo si jej popletli s jinými vzorci.

Z grafu je patrný velký rozdíl mezi matematickými znalostmi žáků vyučovaných různými metodami.



Graf 12: Příklad 4 (vlastní zdroj)

Příklad č. 5

Znění příkladu:

Narýsuj libovolný trojúhelník a sestroj v něm výšku v_c a těžnici t_a .

Testování je zaměřeno na:

Výzkumným souborem jsou žáci 7. tříd. Příklad byl zaměřen na schopnosti aplikace teoretických poznatků o trojúhelníku.

Naplnění očekávaného výstupu z RVP ZV:

„Žák načrtne a sestrojí rovinné útvary.“ (RVP ZV, 2017, s. 36)

Řešení:

Správné řešení spočívalo v tom, že žáci správně narýsovali výšku v_c a těžnici t_a .

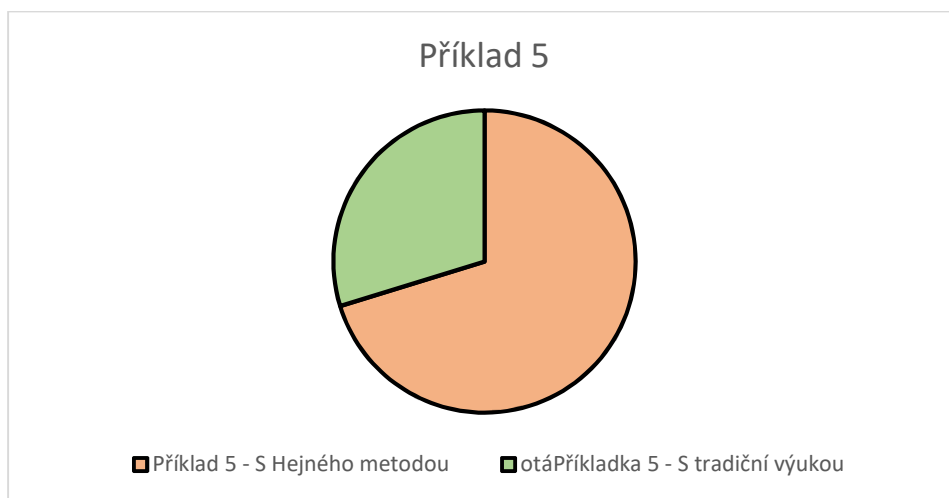
Hodnocení:

Za příklad číslo pět mohli žáci získat celkem dva body, přičemž jeden byl za narýsování výšky a druhý za narýsování těžnice.

Výsledky testování:

Škola s výukou matematiky pomocí Hejného metody byla úspěšnější a získala 56,9 %, zatímco škola s tradiční výukou matematiky otázku zvládla hůře, a to s 24,1% úspěšností. Trojúhelník zvládli narýsovat téměř všichni testovaní žáci, ale někteří z nich si popletli výšku s těžnicí. Byli zde i tací, kteří se o narýsování těžnice a výšky ani nepokusili, tato skutečnost může být způsobena neznalostí těchto pojmů nebo také nedostatečnou motivací vyplnění úkolu.

Z grafu lze vyčíst rozdíl mezi znalostmi žáky z jednotlivých škol, který činil 32,8 %.

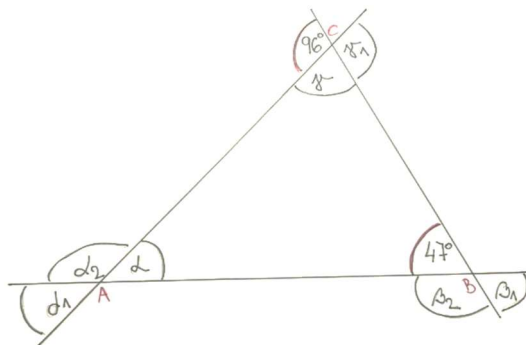


Graf 13: Příklad 5 (vlastní zdroj)

Příklad č. 6

Znění příkladu:

Dopočítej chybějící úhly:



Obrázek 7: Obrázek k příkladu č. 6 (vlastní zdroj)

$$\begin{array}{llll} \alpha = & \alpha_1 = & \alpha_2 = & \\ \beta_1 = & \beta_2 = & \gamma_1 = & \gamma = \end{array}$$

Testování je zaměřeno na:

Výzkumným souborem jsou žáci 7. tříd. Příklad číslo šest byl zaměřen na aplikaci znalostí střídavých, vrcholových, souhlasných a vedlejších úhlů.

Naplnění očekávaných výstupů z RVP ZV:

„Žák určuje velikost úhlu měřením a výpočtem.“ (RVP ZV, 2017, s. 36)

Řešení:

$$\begin{array}{llll} \alpha = 49^\circ & \alpha_1 = 49^\circ & \alpha_2 = 131^\circ & \\ \beta_1 = 47^\circ & \beta_2 = 133^\circ & \gamma_1 = 96^\circ & \gamma = 84^\circ \end{array}$$

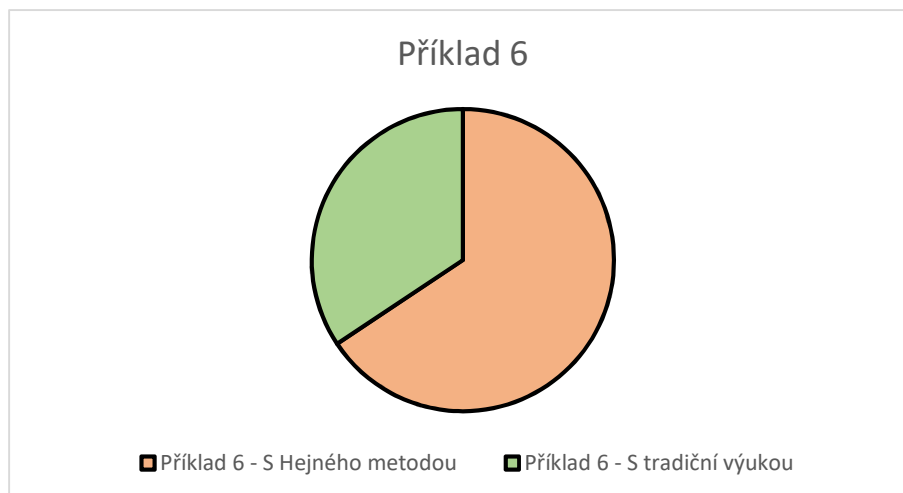
Hodnocení:

Celkem za příklad číslo šest mohli žáci získat 3,5 bodů, tedy za každý správně zjištěný úhel získali 0,5 bodů.

Výsledky testování:

V této otázce byli úspěšnější žáci školy, ve které se vyučuje matematika pomocí Hejného metody, kteří získali 39,6 %. Žáci školy s tradiční výukou matematiky získali 20,7 %. Z analýzy výsledků žáků lze předpokládat, že žáci s podobnými příklady nemají moc zkušeností. Někteří jedinci se příklad ani nepokusili vypočítat, důvodem může být nedostatečná znalost této problematiky.

V následujícím grafu můžeme pozorovat rozdíl mezi znalostmi žáků, ten je necelých 19 %.

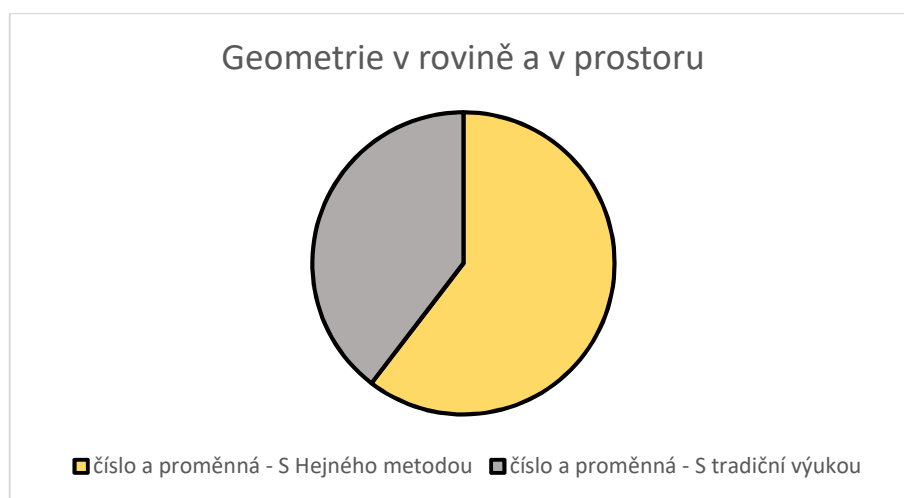


Graf 14: Příklad 6 (vlastní zdroj)

Výsledky žáků z tematického okruhu Geometrie v prostoru a v rovině

V tematickém okruhu si vedli lépe žáci školy s Hejného výukou. Na rozdíl od oblasti Číslo a proměnná, jsou zde tyto rozdíly markantnější. Největší rozdíl byl zaznamenán u výsledků příkladu číslo pět, který se týkal teoretických znalostí a jejich aplikace na příkladu. Úkolem žáků bylo vyznačit do trojúhelníku výšku a těžnici. Rozdíl mezi školami byl 32,8 %. Úspěšnější byli žáci školy s výukou Hejného metodou, kteří měli úspěšnost 56,9 %. Tento výsledek může být způsoben neznalostí žáků rozdílu mezi těmito pojmy. U příkladu číslo čtyři, který se týkal kváдру, neměli žáci školy s tradiční výukou matematiky úspěšnost ani 4 %. Důvodem tak malé úspěšnosti může být například neznalost postupu při počítání tohoto typu příkladu nebo zapomenutí vzorce pro výpočet objemu kváдру.

Z grafu můžeme vyčíst, kteří žáci byli úspěšnější. Rozdíl mezi žáky je v tomto tematickém celku větší, než tomu bylo u celku Číslo a proměnná.



Graf 15: Geometrie v rovině a v prostoru (vlastní zdroj)

5.3 Celkový výsledek testu

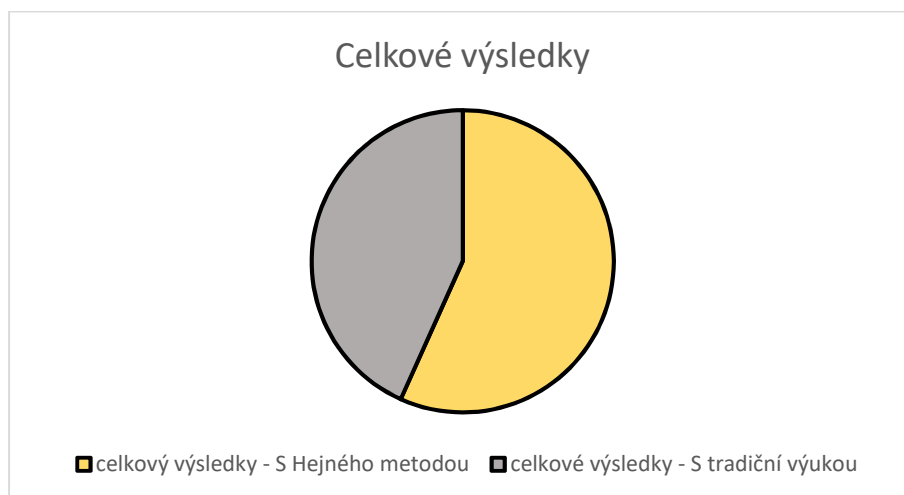
Celkové výsledky nestandardizovaného didaktického testu ukazují na vyšší úspěšnost žáků s výukou matematiky pomocí Hejného metody. Přestože tato metoda není zaměřena na memorování poznatků, jsou žáci vyučováni touto metodou úspěšnější i v příkladech, ve kterých je potřeba zvládnout teoretické učivo. Důvodem může být to, že si na teoretické poznatky žáci přicházejí sami a nejsou jim pouze předávány hotové informace, čímž dochází k jejich lepšímu a trvalejšímu zapamatování.

Celkový rozdíl mezi znalostmi žáků škol byl 11,5 %. Z každého tematického celku vykazovali žáci vyučováni Hejného metodou větší úspěchy. Rozdíl mezi nimi, až na výjimky, nebyl markantní.

Na základě výzkumníkovy pozorování při testování, lze konstatovat, že žáci s výukou matematiky pomocí Hejného metody mají tendenci zkusit vypočítat příklad, i když si nejsou jisti správným postupem. V některých případech, díky takovému zkoušení, došli ke správnému výsledku. Naopak žáci s tradiční výukou matematiky se spíše báli, že by mohli udělat chybu, a pokud si nebyli jisti, že příklad vypočítají, tak se jím nezabývali.

Výsledky testu ukázaly, že nejmenší úspěšnost měli žáci u příkladu čtyři, který byl zaměřen na výpočet objemu kvádra. Naopak nejúspěšnější byli žáci u příkladu, který zahrnoval počítání s celými čísly, tedy u příkladu tři.

Z grafu lze vyčíst celkové výsledky žáků škol v nestandardizovaném didaktickém testu. Úspěšnost v testu žáků s tradiční výukou matematiky je 37 %, úspěšnost žáků s výukou matematiky pomocí Hejného metody je 48,5 %.



Graf 16: Celkové výsledky (vlastní zdroj)

6 Interpretace výsledků

Interpretace výsledků bude rozdělena na dvě podkapitoly. První z nich se bude věnovat interpretaci výsledků hlavní výzkumné otázky pomocí Studentova t-testu, podkapitola druhá bude zaměřena na dílčí otázky této práce, které budou vyhodnoceny pomocí výšečových grafů.

6.1 Vyhodnocení hlavního výzkumného cíle

Hlavní výzkumná otázka zní: Mají žáci s tradiční výukou matematiky na prvním stupni základní školy větší znalosti než žáci s výukou matematiky na prvním stupni základní školy pomocí Hejného metody?

K ověření hlavního výzkumného cíle výzkumník zvolil statistický test, který se nazývá Studentův t-test. Profesor Chráska popisuje Studentův t-test následovně: „*Studentův t-test je jedním z nejznámějších statistických testů významnosti pro metrická data. Pomocí Studentova t-testu můžeme rozhodnout, zda dva soubory dat, získané měřením na dvou různých souborech objektů (např. žáků), mají stejný aritmetický průměr.*“ (Chráska, 2006, s. 150)

K tomu, aby výzkumník mohl zvolit tento test, musel ověřit, zda výzkum splňuje podmínky, které jsou nezbytné k tomu, aby mohl být Studentův t-test správně použit. „*U Studentova t – testu se požaduje, aby:*

- *základní soubor splňoval požadavek normálního rozdělení,*
- *byl dodržen požadavek homogenity rozptylu v obou srovnávaných skupinách (požaduje se, aby rozptyl hodnot v obou skupinách byl přibližně stejný),*
- *měření byla navzájem nezávislá,*
- *data byla metrická (intervalová nebo poměrová).*“

(Chráska, 2016, s. 119)

Výzkumník ověřil všechny tyto podmínky, ale vzhledem k tomu, že předmětem práce není rozbor Studentova t-testu, bude jen krátce popsán průběh ověření.

Ověření prvního požadavku: Splňuje základní soubor požadavek normálního rozdělení.

K ověření této podmínky byl použit Kolmogorovův-Smirnovův test normality. K tomuto testu musely být vysloveny tyto hypotézy:

H_0 : Získaná data pochází z normálního rozdělení.

H_1 : Získaná data nepochází z normálního rozdělení.

Byla zvolena hladina významnosti $\alpha = 0,05$. K výpočtu využijeme vzorce pro výpočet testové statistiky: $D = \sup|F(x) - \Phi(x)|$.

Tabulková hodnota pro $n \geq 60$ s hladinou významnosti $\alpha = 0,05$ je podle tabulek z knihy Aplikovaná statistika rovna $\frac{1,35810}{\sqrt{n}}$. (Pavlík, 2005)

Testová statistika je rovna 0,1472, tabulková hodnota je rovna 0,175. Z čehož vyplývá, že testová statistika D vyšla výzkumníkovi menší než tabulková hodnota s hladinou významnosti 0,05. Vzhledem k této skutečnosti byla přijata hypotéza H_0 , která vypovídá o normalitě dat.

Ověření druhého požadavku: Rozptyl hodnot v obou skupinách je přibližně stejný.

Pro ověření rozptylů byl použit Fisherův-Snedecorův F-test, ke kterému byly vysloveny následující hypotézy.

H_0 : Rozptyl výsledků žáků ve třídě s tradiční výukou matematiky na 1. stupni ZŠ je stejný jako rozptyl výsledků žáků s výukou Hejného metody na 1. stupni ZŠ.

H_1 : Rozptyl výsledků žáků ve třídě s tradiční výukou matematiky na 1. stupni ZŠ není stejný jako rozptyl výsledků žáků s výukou Hejného metody na 1. stupni ZŠ.

V tomto případě byla opět zvolena hladina významnosti $\alpha = 0,05$. K tomu, abychom mohly rozhodnout, kterou hypotézu přijmeme, musíme zjistit posunutý rozptyl v jednotlivých třídách, které se vypočítá podle následujících vzorců: $s_A^2 = \frac{\sum(x_{1i} - \bar{x}_1)^2}{n_A - 1}$; $s_B^2 = \frac{\sum(x_{2i} - \bar{x}_2)^2}{n_B - 1}$. (Chráska, 2016)

Ve třídě s výukou pomocí Hejného metody na 1. stupni ZŠ byl zjištěn rozptyl:

$$s_A^2 = 9,6$$

Ve třídě s tradiční výukou matematika na 1. stupni ZŠ byl zjištěn rozptyl:

$$s_B^2 = 8,4$$

Testové kritérium F je rovno podílu zjištěných rozptylů, tedy $F = 1,1429$. K tomu, abychom zjistili tabulkovou hodnotu, musíme zjistit stupně volnosti, které vycházejí v našem případě 28 a 30. Hodnota 28 v tabulkách chybí, proto byla vybrána hodnota, která jí je nejbližší a to hodnota 30. Kritická hodnota je podle tabulek rovna 1,84. (Mrkvička, Petrášová, 2006)

Z výsledků vyplývá, že vypočtená hodnota je menší než kritická hodnota. Díky této skutečnosti můžeme konstatovat, že přijímáme nulovou hypotézu, která říká, že rozptyly ve třídách jsou statisticky stejné.

Ověření třetího požadavku: měření byla nezávislá.

Vzhledem k tomu, že testování probíhalo v různých školách, které nejsou ve stejném městě a nejsou v žádném kontaktu, tak můžeme konstatovat, že měření byla na sobě nezávislá a navzájem se neovlivňovala.

Ověření čtvrtého požadavku: data byla metrická.

Metrická data jsou ta, která jsou získána buďto poměrovým, nebo intervalovým měřením. Měření, které bylo uskutečněno pro účely tohoto výzkumu, spadá do intervalového měření, které přiřazuje čísla objektům tak, že vyjadřují rozdíly mezi objekty. Data byla měřena pomocí nestandardizovaného didaktického testu, podle profesora Chrásky je tento typ jedním z příkladu tohoto měření. „*Příkladem intervalového měření je například měření úrovně vědomostí didaktickým testem (platí přibližně).*“ (Chráska, 2016, s. 31)

Ověřením jednotlivých podmínek výzkumník zjistil, že je možné použít Studentův t-test.

Studentův t-test

Jak již bylo řečeno, Studentův t-test se využívá k tomu, abychom mohli rozhodnout, zda je mezi dvěma soubory statisticky stejný aritmetický průměr. Výzkumník vyslovil následující hypotézy, které se snažil pomocí tohoto testu potvrdit či vyvrátit.

H_0 : Průměrný počet bodů získaný žáky 7. tříd s výukou matematiky pomocí Hejného metody na 1. stupni ZŠ a 7. tříd s tradiční výukou matematiky na 1. stupni ZŠ je stejný.

H_1 : Průměrný počet bodů získaný žáky 7. tříd s výukou matematiky pomocí Hejného metody na 1. stupni ZŠ a 7. tříd s tradiční výukou matematiky na 1. stupni ZŠ není stejný.

Zvolená hladina významnosti je $\alpha = 0,05$.

Profesor Chráska uvádí: „Nulovou hypotézu u Studentova t -testu testujeme pomocí kritéria

t , které se vypočítává ze vztahu $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$, kde $\bar{x}_1$ je průměr jedné skupiny, $\bar{x}_2$ je

průměr druhé skupiny, n_1, n_2 jsou četnosti obou skupin a s je směrodatná odchylka.“ (Chráska, 2016, s. 114–115)

7. třída s výukou Hejného metodou na prvním stupni základní školy:

V následující tabulce je přehledně vyjádřen počet bodů, které jednotliví žáci získali v nestandardizovaném didaktickém testu.

Žák	Počet bodů x_i	$(x_i - \bar{x})^2$
1	9,5	10,24
2	5	1,69
3	9,5	10,24
4	7,5	1,44
5	5,5	0,64
6	9,5	10,24
7	8	2,89
8	5	1,69
9	6,5	0,04
10	2	18,49
11	9,5	10,24
12	12	32,49
13	2	18,49
14	9	7,29
15	12	32,49
16	7	0,49

17	3	10,89
18	4,5	3,24
19	5	1,69
20	1	28,08
21	3	10,89
22	8	2,89
23	5	1,69
24	3	10,89
25	8	2,89
26	7	0,49
27	3	10,89
28	4	5,29
29	7,5	1,44
30	7,5	1,44
31	6,5	0,04
Σ	195,5	251,84

Tabulka 5: 7. třída s výukou Hejného metodou na prvním stupni základní školy (vlastní zdroj)

Průměrný počet bodů 7. tříd s výukou matematiky pomocí Hejného metody na prvním stupni základní školy:

$$\bar{x} = 6,3$$

7. třída s tradiční výukou matematiky na prvním stupni základní školy

V následující tabulce je přehledně vyjádřen počet bodů, které jednotliví žáci získali v nestandardizovaném didaktickém testu.

Žák	Počet bodů y_i	$(y_i - \bar{y})^2$
1	11	38,31
2	10	26,93
3	3	3,28
4	3	3,28
5	7,5	7,23
6	7,5	7,23
7	11,5	44,75
8	9	17,55
9	0	23,14
10	0	23,14
11	1	14,52
12	9,5	21,99
13	4	0,66
14	2	7,90
15	3	3,28

16	4	0,66
17	6	1,42
18	4	0,66
19	2	7,90
20	4,5	0,10
21	5	0,04
22	6	1,42
23	4	0,66
24	5	0,04
25	4	0,66
26	3	3,28
27	4	0,66
28	4	0,66
29	2	7,90
Σ	139,5	269,21

Tabulka 6: 7. třída s tradiční výukou matematiky na prvním stupni základní školy (vlastní zdroj)

Průměrný počet bodů 7. tříd s tradiční výukou matematiky na prvním stupni základní školy:

$$\bar{y} = 4,81$$

Vypočítáme testové kritérium t , ke kterému bude potřeba zjistit směrodatnou odchylku, kterou vypočítáme jako odmocninu z následujícího vzorce.

$$s^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left[\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^2 \right]$$

Směrodatná odchylka výzkumu:

$$s^2 = \frac{1}{31 + 29 - 2} \cdot [251,84 + 269,21] \doteq 9$$

$$s = 3$$

Testové kritérium t :

$$t = \frac{6,3 - 4,81}{3} \cdot \sqrt{\frac{31 \cdot 29}{31 + 29}} = 0,496 \cdot \sqrt{\left(\frac{899}{60}\right)} = 0,496 \cdot 3,87 = \mathbf{1,92}$$

K tomu, aby bylo možné zjistit kritickou hodnotu, musel být vypočítán stupeň volnosti: $f = n_1 + n_2 - 2 = 31 + 29 - 2 = 58$.

V tabulkách není hodnota pro stupeň volnosti 58, proto jsme našli hodnotu nejbližší k naší vypočítané hodnotě, tedy pro hodnotu 60. (Mrkvička, Petrášová, 2006)

$$t_{0,05}(60) = 2,0$$

Protože $|t| < t_{0,05}(60)$, tedy $1,92 < 2,0$ nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu.

Průměrný počet bodů dosažených v nestandardizovaném didaktickém testu v sedmých třídách s výukou Hejného metodou na prvním stupni a s tradiční výukou matematiky je statisticky stejný.

Při vyhodnocování jednotlivých otázek, bylo zřejmé, že žáci s výukou Hejného metodou jsou nepatrně úspěšnější než žáci s tradiční výukou. Tyto rozdíly však nejsou rapidní, což potvrdil i Studentův t -test. Na základě těchto skutečností můžeme konstatovat, že není spojitost mezi tím, jakou metodou jsou žáci vyučováni a mezi znalostmi žáků.

V následující podkapitole budou vyhodnoceny dílčí otázky, které nám pomohou k vytvoření závěru praktické části této práce.

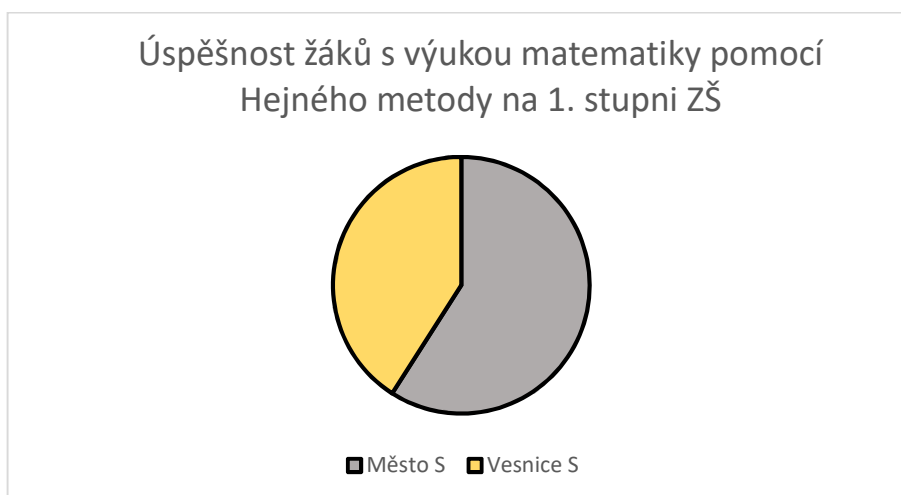
6.2 Interpretace dílčích otázek

V této podkapitole budou popsány výsledky dílčích otázek pomocí popisné statistiky. K lepší přehlednosti využijeme výsečových grafů.

Otázka č. 1: Liší se úroveň znalostí žáků s Hejného matematikou na prvním stupni ZŠ navštěvujících školu ve vesnici a ve městě?

Testování se zúčastnilo 15 žáků z města a 16 žáků docházejících do vesnické školy. Ve městě byli žáci úspěšní na 57,6 %, na vesnici na 39,9 %. I přesto, že ve třídách je přibližně stejný počet žáků, rozdíl mezi jednotlivými školami je poměrně velký. Může to být způsobeno tím, že vyučující v městské škole má více praxe s tímto přístupem ve výuce.

Z grafu vyplývá, že rozdíl mezi znalostmi žáků z vesnice a z města se liší. Rozdíl činí necelých 18 %.



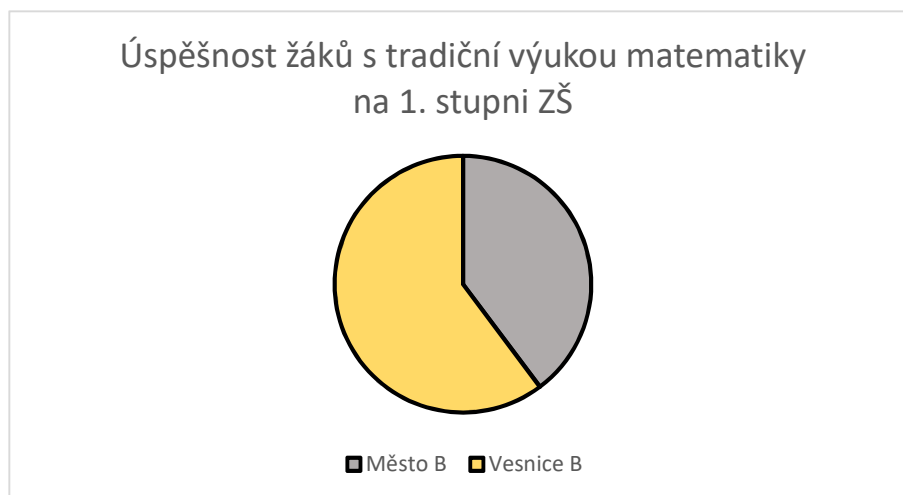
Graf 17: Úspěšnost žáků s výukou matematiky pomocí Hejného metody na 1. stupni ZŠ (vlastní zdroj)

Otázka č. 2: Liší se znalosti žáků, kteří jsou vyučováni tradiční metodou na vesnici a ve městě?

Nestandardizovaný didaktický test napsalo 16 žáků docházejících do městské školy a 13 žáků z vesnické školy. Obě tyto školy přistupují k výuce matematiky tradičním způsobem, ovšem testovaná vesnická škola se snaží zapojit do výuky prvky konstruktivistického přístupu. Tito žáci dosáhli úspěšnosti 45,6 %, žáci v městské škole měli úspěšnost 30,1 %. Ve vesnické

škole je méně žáků, proto mohl být jejich lepší výsledek důsledkem individuálnějšího přístupu učitele.

Graf názorně ukazuje rozdíl mezi úspěšností žáků ve městě a na vesnici, kteří jsou vyučováni tradiční výukou matematiky.



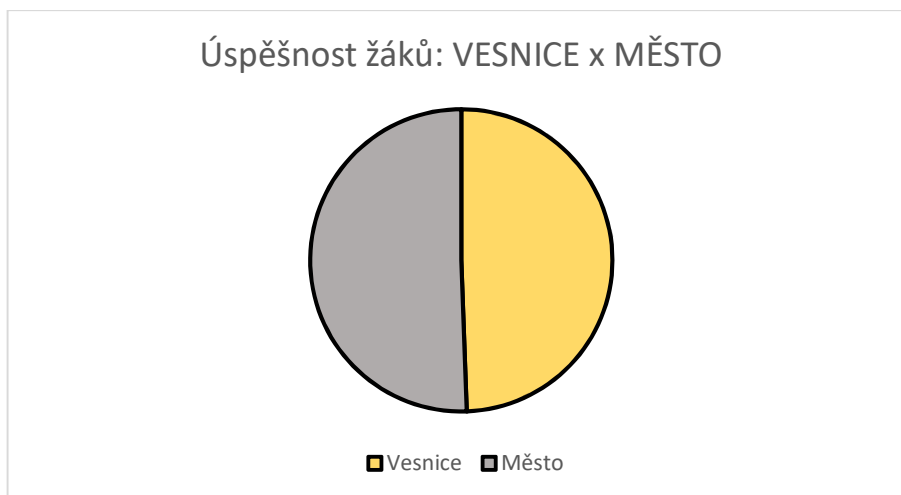
Graf 18: Úspěšnost žáků s tradiční výukou matematiky na 1. stupni ZŠ (vlastní zdroj)

Otázka č. 3: Jsou matematické znalosti žáků, bez ohledu na přístup k výuce, vyšší na vesnické či městské škole?

Z vesnických škol se testování zúčastnilo 29 žáků, ze škol městských 31 žáků. Při vyhodnocení této otázky nebylo rozhodující, jaký přístup je používán při výuce matematiky, ale byly porovnány znalosti žáků, kteří chodí do školy na vesnici nebo ve městě.

Procento úspěšnosti žáků škol v nestandardizovaném didaktickém testu je velmi podobné, žáci školy na vesnici získali 42,4 % a žáci školy ve městě získali 43,4 %. Z těchto výsledků může vyplývat to, že není rozdíl mezi tím, zda jsou žáci vyučováni na vesnici či ve městě.

Z grafu vyplývá, že rozdíl mezi žáky navštěvující školu ve městě a na vesnici byl minimální, a to 1 %.

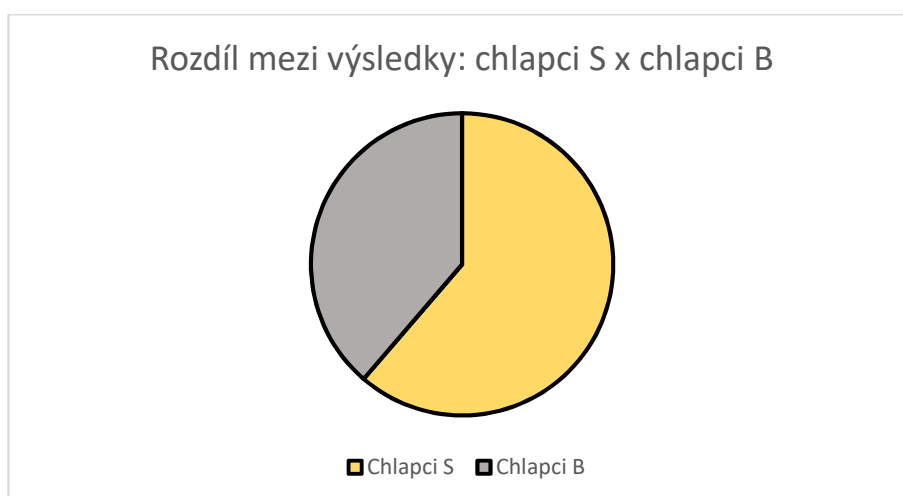


Graf 19: Úspěšnost žáků: VESNICE x MĚSTO (vlastní zdroj)

Otázka č. 4: Mají chlapci vyučovaní Hejného metodou lepší znalosti v matematice než ti, kteří jsou vyučováni tradiční výukou?

Testování se zúčastnilo 14 chlapců, kteří navštěvují školu s výukou matematiky pomocí Hejného metody a 18 chlapců s tradičním přístupem k výuce matematiky. V této otázce nebylo bráno v potaz, zda se jedná o školu vesnickou nebo městskou. Úspěšnost chlapců s výukou Hejného metodou byla 42,6 % a s tradiční výukou pouze 26,9 %. Mezi úspěšnostmi chlapců je rozdíl 15,7 %, z čehož může vyplývat, že výuka pomocí Hejného metody je pro chlapce snáze pochopitelná a s příklady si poradili lépe.

Graf názorně ukazuje rozdíl mezi výsledky chlapců s Hejného metodou a chlapců s tradiční výukou matematiky.



Graf 20: Rozdíl mezi výsledky: chlapci S x chlapci B (vlastní zdroj)

Otázka č. 5: Mají dívky vyučované Hejného metodou lepší znalosti v matematice než ty, které jsou vyučovány tradiční výukou?

Vyplňování nestandardizovaného didaktického testu se zúčastnilo celkem 28 dívek, z toho 17 z nich bylo vyučováno Hejného metodou a 11 pomocí tradičního přístupu k výuce matematiky. Proti úspěšnosti chlapců, kde byl rozdíl poměrně velký, je v případě testování dívek rozdíl pouze 0,8 %. Dívky s výukou matematiky pomocí Hejného přístupu získaly 54,3 % a dívky vyučované tradičním přístupem získaly 53,5 %. Na základě tohoto výsledku můžeme konstatovat, že rozdílný přístup k matematice u dívek nemá vliv na jejich znalosti.

Z následujícího grafu vyplývá minimální rozdíl mezi úspěšností dívek vyučovaných uvedenými přístupy k výuce matematiky.



Graf 21: Rozdíl mezi výsledky: dívky S x dívky B (vlastní zdroj)

Otázka č. 6: Mají dívky lepší matematické znalosti než chlapci?

Testování se zúčastnilo celkem 32 chlapců a 29 dívek. Při vyplňování nestandardizovaného didaktického testu byly úspěšnější dívky, které získaly 53,7 %. Úspěšnost chlapců nepřekročila 50 %, byla pouhých 33,5 %. Rozdílnost výsledků mohla být způsobena větší pečlivostí a soustředěností děvčat. Výsledky děvčat byly přibližně na stejné úrovni, což znamená, že v bodovém hodnocení se nevyskytovaly velké rozdíly. Zatímco u chlapců byly rozdíly v úspěšnosti výraznější. Bodová škála se rozprostírala od 0 až po 12 bodů.

V grafu je názorně ukázán rozdíl mezi dívkami a chlapci. Jak již bylo řečeno tento rozdíl je poměrně velký a činí 20,2 %.



Graf 22: Rozdíl mezi výsledky: CHLAPCI X DÍVKY (vlastní zdroj)

6.3 Celkové shrnutí výsledků

Z celkových výsledků nestandardizovaného didaktického testu vyplývá, že není statisticky významný rozdíl v úspěšnosti řešení mezi výukou matematiky pomocí Hejného metody nebo pomocí tradiční výuky matematiky. Výsledky žáků ovlivňuje především učitel a jeho přesvědčení, že metoda, kterou vyučuje je ta nejlepší možná.

Pomocí Studentova t-testu bylo odpovězeno na hlavní výzkumnou otázku, která zní: Mají žáci s tradiční výukou matematiky na 1. stupni ZŠ větší znalosti matematiky než žáci, kteří měli výuku pomocí Hejného metody. Z výsledků vyplynulo, že odlišný přístup k výuce matematiky není hlavním faktorem, který ovlivňuje znalosti žáků. Tento fakt potvrdily odpovědi na dílčí výzkumné otázky, které ukázaly nepatrné rozdíly ve znalostech žáků mezi zkoumanými školami.

Vzhledem k tomu, že výzkumník byl po celou dobu testování s žáky ve třídě, mohl pozorovat dovednostní odlišnosti u žáků. Výzkumník po testu žáky poprosil o vyhodnocení, který příklad byl z jejich pohledu nejtěžší a nejjednodušší, což mu umožnilo osobní reflexi k sestavenému nestandardizovanému didaktickému testu.

Žáci ve škole „A“, ve které se vyučuje matematika pomocí Hejného metody, si test nejdříve pročtli a příklady začali vypracovávat podle toho, který se jim zdál nejjednodušší. Žáci používali k pomocným výpočtům a náčrtkům pomocný papír, což je typické pro výuku touto

metodou. I přesto, že u některých žáků bylo patrné, že si s příkladem neví rady, měli snahu na něj přijít pomocí obrázku nebo jiných alternativ. Žáci v této třídě získali průměrné bodové hodnocení 7,5 bodů. Nejtěžším příkladem pro žáky z této školy byl příklad číslo 4 na výpočet objemu kváдру, nejlepším příkladem pak pro ně byl příklad číslo 3 na sčítání a odčítání celých čísel.

Učitelé ve škole „B“ používají při výuce matematiky tradiční přístup. Výsledky žáků v této škole byly na velmi nízké úrovni, což mohlo být způsobeno demotivujícím přístupem učitele ke znalostem žáků. Ten jim totiž před začátkem testování oznámil, že se výzkumník jde podívat, jak matematiku neumí. Výzkumník se naopak snažil žáky povzbudit k co nejlepšímu výkonu a předejít tomu, aby se báli udělat chybu. Žáci test začali vyplňovat od prvního příkladu, aniž by si nejdříve vyhodnotili, který příklad je pro ně nejjednodušší. Bylo zřejmé, že se bojí udělat chybu, a pokud si příkladem nebyli jistí, neprojevili snahu o jeho řešení. Průměrné hodnocení u žáků v této škole byly 4 body. Stejně jako ve škole „A“ i zde byl za nejlehčí příklad považován příklad číslo 3 a nejtěžším příkladem byl pro tyto žáky příklad číslo 6, který vyžadoval znalosti o úhlech.

Jak již bylo zmíněno dříve ve škole „C“ byla velmi příjemná atmosféra, ať už ze strany žáků, či ze strany učitele. V této škole se vyučuje matematika pomocí Hejného metody, což bylo patrné i z postupů při řešení testu. Tento postup byl velmi podobný jako u žáků ze školy „A“. Průměrný počet bodů byl u těchto žáků 5. Jako nejlehčí příklad označili žáci příklad číslo 3 a nejtěžší byl pro ně příklad číslo 6, který byl zaměřen na úhly.

Ve škole „D“, ve které učitelé vyučují matematiku tradiční výukou, byly mezi žáky velké rozdíly v rámci třídy. Bylo zde velké bodové rozpětí, a to 0–12 bodů. Tato skutečnost ovlivnila celkové průměrné bodové hodnocení žáků, které bylo 6 bodů. Nejlehčím a nejtěžším příkladem pro ně byly stejné příklady jako u předchozí školy.

Z uvedených poznatků vyplývá, že žáci s výukou Hejného metodou se nebojí dělat chyby a snaží se vyřešit i příklady, které se mohou z počátku jevit jako náročné. Žáci s tradiční výukou matematiky neprojevili snahu vypočítat příklady, se kterými si nevěděli rady, protože se báli, že jejich výsledek nebude správný. V řešení příkladů byl patrný rozdíl mezi jednotlivými přístupy k výuce matematiky, kdy se žáci vyučování Hejného metodou snažili pomocí dosavadních matematických znalostí přijít na správné řešení příkladu, kdežto žáci vyučování tradičním přístupem k matematice příklad raději vzdali, než aby se snažili aplikovat znalosti, které mají. I přesto, že byli výzkumníkem několikrát povzbuzeni k tomu, aby se nebáli udělat

chybu a zkusili příklad vyřešit, jejich nejistota z nedostatečného zvládnutí učiva matematiky a strach ze špatného hodnocení byly silnější.

7 Diskuse výsledků

V teoretické část práce byly zmíněny dvě mezinárodní testování, a to TIMSS a PISA. Testování TIMSS v České republice je zaměřeno na žáky 4. tříd a probíhá již od roku 1995. Tento test je důležitý z toho důvodu, že jím lze zjišťovat znalosti žáků z matematické gramotnosti, se kterými vstupují na druhý stupeň základní školy. V roce 2015 byly výsledky žáků nadprůměrné. Další mezinárodní testování, které probíhá každé tři roky, je testování PISA. Poslední testování proběhlo v roce 2018 a bylo zjištěno, že se žáci ve znalostech matematiky, oproti testování z roku 2015, mírně zlepšili. Z těchto testování vyplývá, že čeští žáci mají matematické znalosti nad průměrem zemí OECD. Avšak od obou testování uběhlo pár let, ve kterých se úroveň mohla změnit. V posledních letech se objevila snaha znalosti žáků upevňovat a hledat nejlepší možné způsoby, jak žákům matematiku zpříjemnit a ulehčit. Diplomová práce byla zaměřena na srovnání dvou přístupů k matematice, a to tradičního přístupu a přístupu nazývaném Hejného metoda. Z testování vyplynulo, že znalosti žáků, kteří jsou vyučováni různými přístupy, se moc neliší. Úspěšnost, kterou dosáhli žáci v tomto testování, však nepřesáhla 50 %. Žáci školy, ve kterých se vyučovalo na prvním stupni Hejného metodou, měli úspěšnost 48,5 % a žáci školy s tradiční výukou matematiky obdrželi jen 37 %. Rozdíl mezi jejich úspěšnostmi je pouhých 11,5 %, což je v případě tohoto testování zanedbatelné. I přesto, že se učitelé snaží přistupovat k výuce matematiky jinými způsoby, jsou znalosti testovaných žáků nízké.

Výzkumníkovo testování ukázalo, že je rozdíl mezi znalostmi matematiky u dívek a chlapců. Na základě sesbíraných dat z výzkumného vzorku, bylo zjištěno, že úspěšnost dívek v nestandardizovaném didaktickém testu byla 53,7 %, zatímco u chlapců byla úspěšnost 33,5 %. V našem případě tedy test zvládli lépe dívky než chlapci. Jiné výsledky v matematické gramotnosti byly v případě testování PISA 2018, v tomto testování dosáhli chlapci o pět bodů lepšího výsledku než dívky. Výrazně lepšího výsledku dosáhli chlapci v matematické gramotnosti v roce 2012, kdy tento rozdíl činil 12 bodů, což svědčí o klesající tendenci v rozdílu znalostí mezi dívkami a chlapci. Rozdíl mezi úspěšnostmi dívek a chlapců v případě testování výzkumníka a v případě testování PISA 2018, může být způsoben zejména tím, že výzkumník použil podstatně menší výzkumný vzorek, než byl použitý výzkumný vzorek u mezinárodního testování.

Zajímavé pro výzkumníka bylo to, že výsledky žáků, kteří jsou vyučováni odlišnými metodami, jsou velmi podobné. Studentův t-test potvrdil, že mezi průměrnými výsledky žáků není statisticky významný rozdíl. Výzkumník předpokládal, že se testováním prokáží lepší

znalosti u žáků s výukou matematiky pomocí Hejného metody, především proto, že principy, na kterých je tato metoda postavena, jsou výsledkem dlouhodobé práce s žáky v praxi, a staví žáka do role objevitele a přirozeně tak využívá vlastního potenciálu k řešení úloh. Důležité pro úspěšnost této metody je zejména to, zda s ní učitelé souhlasí a uznávají ji. Pokud jsou o její úspěšnosti přesvědčeni, pak mohou učivo předávat s daleko větším nadšením, které může mít vliv na osvojování znalostí žáky. Pokud je však učitel donucen ze strany vedení tuto metodu používat, a přitom je s ní v rozporu, pak jeho způsob, jakým učivo předává žákům, nemusí být efektivní a může mít dopad na zjištěné výsledky testování. Dalším důvodem nízkých výsledků může být to, že učitelé tuto metodu neaplikují přesně tak, jak byla sestavena. Každý učitel si do vyučování dává kousek své osobnosti a přidává prvky, které do ní nepatří, což může ovlivnit úspěšnost metody.

Na výsledky, které žáci získali v nestandardizovaném didaktickém testu, mohlo mít vliv několik faktorů. Vzhledem k anonymitě testu žáci věděli, že jim za jejich výkon nehrozí špatná známka, která by ovlivnila jejich závěrečné hodnocení, a proto k řešení testu nevyužili veškerý svůj znalostní potenciál. Dále tento výsledek mohl být ovlivněn tím, že žákům nesesedly příklady, které výzkumník zvolil jako vhodné pro testování, i přesto, že většinu učiva zopakovali v prvních měsících školního roku. Výsledky mohl ovlivnit i zdravotní stav žáků nebo nálada, ve které se právě nacházeli.

V následující podkapitole bude uveden námět do výuky, který se bude snažit propojit uvedené přístupy k matematice. Námět bude zaměřen na příklad, který v testování dopadl nejhůře, což byl příklad číslo čtyři, jenž se týkal objemu kváдру.

7.1 Námět do výuky

V této kapitole budou uvedeny dva náměty do výuky, které byly vytvořeny jako doporučení nebo inspirace pro učitele. Z výsledků nestandardizovaného didaktického testu vyplynulo, že nejméně úspěšným příkladem byl příklad, který spadá do oblasti Geometrie v rovině a v prostoru z RVP ZV. Příklad byl zvolen tak, aby naplňoval očekávaný výstup z RVP ZV, který zní: „Žák odhaduje a vypočítá objem a povrch těles.“ (RVP ZV, 2017, s. 36)

Zajímavostí je, že žáci tento příklad neoznačili za nejtěžší, ale přesto v něm dělali nejvíce chyb nebo se jej ani nepokusili vypočítat. Úspěšnost výsledků žáků u toho příkladu nepřesáhla 30 % ani u jedné z testovaných škol, u žáků s tradiční výukou matematiky byla úspěšnost pouhých 3,5 %.

Znění příkladu: Můžeme do nádoby tvaru kvádru o rozměrech $a = 10$ dm, $b = 14$ dm, $c = 4$ m nalít 10 hl vody? Zapiš řešení. Jedním z důvodů, proč tento příklad nedopadl dobře, může být to, že žáci si dostatečně neosvojili vzorec, který je při výpočtu potřeba. Bez znalosti základního vzorečku pro objem kvádru, žáci nemohou příklad vypočítat. Je potřeba, aby se žákům tento vzoreček vryl do paměti.

7.1.1 Vzorec pro výpočet objemu kvádru

Odvození vzorce bude věnována jedna vyučovací hodina. Žáci budou spolupracovat s vyučujícím na odvození tohoto vzorce, čímž docílíme aktivního a záměrného učení. Žáci si budou své znalosti konstruovat vlastními silami a zkušenostmi, nepůjde tedy o pouhé zprostředkování učiva, jak to v tradiční výuce bývá zvykem. Do výuky zapojíme prvky konstruktivismu a budeme pracovat s dosavadními znalostmi žáků s tělesy a na tyto znalosti navazovat a rozšiřovat je.

Cíl:

Žák bude schopen napsat vzorec pro výpočet objemu kvádru, vlastními slovy vyjádřit, co objem tělesa znamená a vyjmenovat předměty z běžného života, které mají tvar kvádru a krychle. Žák vnímá důležitost výpočtu objemu v praktickém životě a je schopen za pomoci učitele vymodelovat z papíru krychličku.

Pomůcky:

- barevné papíry, prezentace s obrázky.

Průběh hodiny

Úvod (motivace):

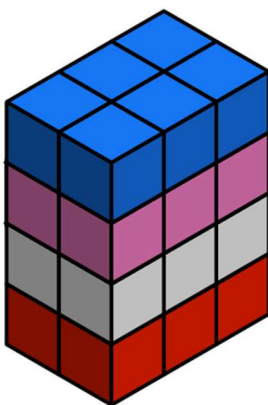
Žákům promítneme několik obrázků, na kterých budou objekty ve tvaru krychle a kvádrů. Následně budeme diskutovat o tom, co na obrázcích vidí. V této fázi opakujeme učivo z předchozích hodin, ve kterých se žáci seznámili s těmito útvary. Tím, že jim ukážeme objekty, se kterými se mohou běžně setkávat, ilustrujeme i využití matematiky v praktickém životě (dárek ve tvaru krychle, Rubikova kostka, krabice od džusu, mléka, apod.). Plynule tak navážeme na kvádr a jeho objem, kdy můžeme položit otázku k zamyšlení: „Jak výrobci zjistí, kolik džusu mohou nalít do krabice?“

Odvození vzorečku:

K odvození vzorečku využijeme práci ve skupině. Každá skupina dostane papíry jiné barvy. Úkolem žáků bude z těchto papírů vytvořit několik krychlíček o stejné velikosti.

První krychličku sestavíme společně, abychom žákům ukázali postup a každá skupina měla krychličky stejné velikosti. Jako podkres pustíme video (ve smyčce), které bude neustále ukazovat sestavení krychličky z papíru. Je vhodné, abychom měli postup vytištěn na papíře s popisem a obrázky pro děti, které pracují pomaleji.

Z těchto vytvořených krychlíček, pak budeme společně sestavovat kvádry (obrázek 2). Na základě návodných otázek od učitele budeme postupně popisovat jednotlivé kvádry, které společně s žáky vymodelujeme. Cílem bude, aby žáci zjistili, že k výpočtu objemu kvádrů, musí vynásobit tři hodnoty.



Obrázek 8: Model kvádrů sestavený z jednotlivých krychlíček (vlastní zdroj)

Závěr hodiny:

V závěru hodiny aplikujeme vzoreček, který jsme odvodili. Využijeme k tomu otázku z úvodu, tedy: „Jak výrobci zjistí, kolik džusu mohou nalít do krabice?“.

Znění příkladu: „Máme krabici o rozměrech 9x6x20 cm, kolik litrů pomerančového džusu lze do krabice nalít?“

Na závěr shrneme průběh hodiny a praktičnost využití vzorečku.

7.1.2 Procvičování výpočtu objemu kvádrů

Hodina bude zaměřena na procvičování učiva o kvádru. Žáci budou rozděleni do pěti skupin. Každá skupina začne na jednom stanovišti, kde budou plnit úkoly. Po uplynutí předem stanoveného času přejdou na další stanoviště. V hodině zapojíme prvky konstruktivismu, kdy žáci řeší úkoly a hledají souvislosti. Své znalosti podpoří zkušenostmi, se kterými se mohou setkat v praktickém životě. Díky práci ve skupině budou vzájemně komunikovat a spolupracovat se svými spolužáky. V hodině se objeví prvek transmisního přístupu, který spočívá v tom, že žáci musí pochopit mechanismus počítání. Bez opakovaného počítání příkladů a aplikaci vzorce této dovednosti nedosáhneme.

Cíl:

Žák bude schopen vybrat, ze kterých sítí lze sestavit krychli nebo kvádr, dále aplikovat vzorec při řešení úkolů na jednotlivých stanovištích. Žák projevuje zájem o praktické využití vzorce a je schopen změřit velikosti stran kvádrů pomocí pravítka.

Pomůcky:

- předměty ve tvaru kvádrů (krabice od džusu, mléka...), sítě kvádrů a krychlí, krabice ve tvaru kvádrů 5x5x15, dvě krabice ve tvaru krychle 5x5x5.

Průběh hodiny

Úvod:

Hodinu zahájíme diskusí, kterou zopakujeme předchozí znalosti. Řekneme si, jaké předměty kolem nás mohou mít tvar kvádrů, jak vypočítáme množství, které se do předmětu tohoto tvaru vejde.

Procvičování učiva:

K procvičování učiva využijeme pět stanovišť, které budou zaměřeny na vše, co jsme se doposud naučili o krychli nebo kvádru.

1. stanoviště – na stanovišti bude připraveno několik předmětů ve tvaru kvádru. Úkolem žáků bude zjistit, kolik vody by se do jednotlivých nádob vešlo. Cílem tohoto stanoviště je, aby žáci pochopili praktické využití vzorečku v životě.
2. stanoviště – na stanovišti budou mít žáci za úkol vypočítat jednoduché příklady, ve kterých budou opakovaně využívat vzorec pro výpočet objemu kvádru. Mechanickým aplikováním vzorce si jej žáci vryjí do paměti.
3. stanoviště – při výpočtu objemu se žáci neobejdou bez převodu jednotek, proto si na stanovišti procvičí tyto základní znalosti. Cílem stanoviště je, aby si žáci uvědomili, v jakých jednotkách se objem počítá a jaké vztahy mezi jednotkami platí.
4. stanoviště – na stanovišti bude nachystáno několik sítí kvádrů a krychlí, které od sebe budou barevně odlišeny. Úkolem žáků bude zjistit, ze kterých barev lze sestavit kvádr nebo krychli.
5. stanoviště – na stanovišti bude připravena krabička ve tvaru kvádru (5x5x15 cm) a dvě krabičky ve tvaru krychle (5x5x5 cm). Prvním úkolem žáků bude zjistit, zda se obě krabičky ve tvaru krychle vejdu do krabice tvaru kvádru. Druhým úkolem bude vypočítat (logicky odvodit), jakou velikost by měla krabička, která by vyplnila prázdné místo v krabičce ve tvaru kvádru.

Stanoviště jsou vytvořena tak, aby si žáci procvičili znalosti a dovednosti, které jsou důležité ke zvládnutí tohoto učiva. Je vhodné, aby žáci měli předem stanovený limit na každé stanoviště. Zajistíme si tak dostatek času na kontrolu a zpětnou vazbu.

Závěr hodiny:

Na závěr hodiny vytvoříme s žáky poster, který bude shrnovat vše, co se o kvádru naučili (pokud budeme chtít, můžeme do plakátu zapojit i krychli).

Jednotlivé náměty se dají modifikovat a upravovat podle potřeby učitele, ale i žáků. Výzkumník vytvořil tyto návrhy především jako inspiraci pro učitele matematiky. V hodinách se snažil žáky co nejvíce zapojit do výuky a propojit učivo do praktického života.

Závěr

Cílem diplomové práce bylo srovnat znalosti žáků základních škol, kde se matematika vyučuje různými přístupy a na základě zjištění posoudit, který z přístupů je pro výuku matematiky vhodnější.

V teoretické části byly zmapovány základní pojmy z oblasti matematické gramotnosti, matematiky, kurikulárních dokumentů, a především byly charakterizovány jednotlivé přístupy k výuce matematiky. Byly zmíněny dvě mezinárodní testování matematické gramotnosti, které ukázaly, jak si žáci České republiky vedou ve znalostech matematiky ve světovém měřítku. Na teoretickou část navazovala praktická, kde byla popsána výzkumná metoda, výzkumný vzorek, průběh výzkumu a na základě získaných dat, byly vyhodnoceny hypotézy a výzkumné otázky. Výzkum byl realizován pomocí nestandardizovaného didaktického testu, jehož prostřednictvím byly zjišťovány znalosti žáků jednotlivých škol.

Hlavní výzkumná otázka byla vyhodnocena pomocí statistického testu významnosti, který prokázal, že neexistuje souvislost mezi znalostmi žáků základních škol a přístupem k výuce matematiky. Mezi znalostmi žáků vyučovanými tradiční výukou matematiky a žáky vyučovanými pomocí Hejného metody neexistuje statisticky významný rozdíl. Z vyhodnocení nestandardizovaného didaktického testu vyplynulo, že dosažený průměrný počet bodů žáků s výukou Hejného metodou na prvním stupni a s tradiční výukou matematiky nevykázal statisticky významné rozdíly. Žáci, kteří byli vyučováni tradiční výukou matematiky, získali v testu průměrné hodnocení 4,81 bodů, žáci s výukou Hejného metody 6,30 bodů. K celkovému dokreslení výsledků byly vyřčeny dílčí výzkumné otázky, které byly vyhodnoceny pomocí popisné statistiky a prezentovány přehlednými grafy. Celkové výsledky mohou být ovlivněny například malým množstvím výzkumného vzorku, se kterým byl výzkum realizován a také situací, ve které se výzkumný vzorek nacházel.

Z výzkumu vyplývá, že nejvýznamnější položkou, která ovlivňuje kvalitu poznání u žáků, je osobnost učitele. Učitel by měl vytvářet přátelské prostředí a své žáky povzbuzovat k výkonům tak, aby se nebáli udělat chybu. Podle výzkumníka není možné určit, která metoda je účinnější, protože žáci jsou v každé třídě jiní a každému sedí něco jiného. Učitel by měl být schopen kombinovat metody a přizpůsobovat je potřebám žáků. Dále je velmi důležité, aby metodu, kterou vyučuje, používal dobrovolně a z vlastního přesvědčení. Pokud učitel do vyučování vloží kousek své osobnosti, je to účinnější než využívat metodu, která podle něj není vhodná. Osobnost učitele má na výsledky žáků obrovský vliv, což ukázalo i pozorování při

výzkumu. Učitel, který před testováním svým žákům oznámil, že nic neumí, v testu dopadli nejhůře. Kdyby své žáky více podporoval, věřil jim a zkusil aplikovat jinou metodu, je možné, že by se znalosti žáků zlepšily.

Vedle transmisivního přístupu v hodinách matematiky lze ve výuce využít inovativní metody, didaktické technologie a zábavné hry, které v žácích probudí zájem o získání nových informací. Pokud se ke vhodným metodám přidá příznivé pracovní prostředí, spolupráce se spolužáky a podpora učitele, vědomosti a dovednosti žáků se mohou neustále rozvíjet. Závěrem je možno říci, že jakákoliv inovativní či tradiční metoda výuky nenahradí funkci učitele. Dokončení mé diplomové práce probíhalo v době karantény, kdy se z důvodu uzavření škol dostala do popředí on-line výuka. Někteří žáci na tento fakt nebyli připraveni, neumějí takto pracovat, a zvláště jim chybí komunikace a diskuse o problému s učitelem.

Seznam použitých zkratek

IEA - International Association for the Evaluation of Educational Achievement

OECD – Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj

PISA - Programem for International Student Assessment

RVP – Rámcový vzdělávací program

RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

ŠVP – Školní vzdělávací program

TIMSS - Trends in International Mathematics and Science Study

Seznam použité literatury a zdrojů

ALTMANOVÁ, J., a kol. *Gramotnosti ve vzdělávání*. 1. vyd. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2011. ISBN: 978-80-87000-74-8.

ARTIGUE, M. a P. BAPTIST. *Inquiry in mathematics education. Background resources for implementing inquiry in science and mathematics at school* [online]. 2012 [cit. 2019-11-24]. Dostupné z: https://www.fondation-lamap.org/sites/default/files/upload/media/minisites/action_internationale/inquiry_in_mathematics_education.pdf

BEČVÁŘOVÁ, M., ed. *O škole a vzdělávání: sborník z konference Matematika - základ evropské vzdělanosti : Hradec Králové, 20. a 21. září 2007*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2007.

BERTRAND, Yves. *Soudobé teorie vzdělávání*. Praha: Portál, 1998. ISBN 80-7178-216-5.

BLAŽEK, R., JANOTOVÁ, Z., POTUŽNÍKOVÁ, E., BASL, J., *Mezinárodní šetření PISA 2018: národní zpráva*. První vydání. Praha: Česká školní inspekce, 2019. IBSN: 978-80-88087-24-3.

BLAŽEK, R., PŘÍHODOVÁ, S. *Mezinárodní šetření PISA 2015: národní zpráva: přírodovědná gramotnost*. První vydání. Praha: Česká školní inspekce, 2016. IBSN: neuvedeno.

BYČKOVSKÝ, P. *Základy měření výsledků výuky: Tvorba didaktického testu*. Praha, ČVUT, 1982. IBSN: neuvedeno.

ČŠI 2019. *Rozvoj matematické gramotnosti na základních a středních školách ve školním roce 2017/2018*. Tematická zpráva. Praha: Česká školní inspekce.

DOSTÁL, Jiří. *Badatelsky orientovaná výuka: pojetí, podstata, význam a přínosy*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015. IBSN 978-80-244-4393-5.

GAVORA, Peter. *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno: Paido. Edice pedagogické literatury, 2000. IBSN 80-85931-79-6.

HEJNÝ, Milan a KUŘINA, František. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Třetí vydání. Praha: Portál, 2015. IBSN 978-80-262-0901-0.

H-mat. *H-mat.cz* [online]. Praha, 2019 [cit. 2019-11-24]. Dostupné z: <http://www.h-mat.cz>.

CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. 2., aktualizované vydání. Praha: Grada. Pedagogika (Grada), 2016. IBSN 978-80-247-5326-3.

CHRÁSKA, Miroslav. *Úvod do výzkumu v pedagogice*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2006. IBSN 80-244-1367-1.

CHRÁSKA, Miroslav. *Didaktické testy: příručka pro učitele a studenty učitelství*. Brno: Paido. Edice pedagogické literatury, 1999. IBSN 80-85931-68-0.

KALHOUS, Zdeněk a kol. *Školní didaktika*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-253-X.

KOUCKÝ, J., KOVAŘOVIC, J., PALEČKOVÁ, J., TOMÁŠEK, V. *Učení pro život: výsledky výzkumu OECD PISA 2003*. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2004.

MAŇÁK, J., ŠVEC, V. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.

MRKVIČKA, Tomáš a PETRÁŠKOVÁ, Vladimíra. *Úvod do statistiky*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2006. ISBN 80-7040-894-4.

NEMČÍKOVÁ, K., a kol. *Matematická gramotnost ve výuce*. 1. vyd. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, 2011. ISBN: 978-80-87000-97-7.

OECD. National strategies for financial education. In: *OECD* [online]. ©OECD, 2019 [cit. 2020-29-01]. Dostupné z: https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_CZE.pdf

PALEČKOVÁ, J., TOMÁŠEK, V.. *Učení pro zítřek: výsledky výzkumu OECD PISA 2003*. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání - Divize nakladatelství Tauris, 2005.

PALEČKOVÁ, J., TOMÁŠEK, V., BASL, J., BLAŽEK, R. a BOUDOVÁ, S. *Hlavní zjištění výzkumu PISA 2012*. 1. vyd. Praha: Česká školní inspekce, 2013. ISBN 978-80-905632-0-9.

PAPÁČEK, Miroslav, ed. *Didaktika biologie v České republice 2010 a badatelsky orientované vyučování: (DiBi 2010): sborník příspěvků semináře: 25. a 26. března 2010, Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích*. České Budějovice: Pedagogická fakulta, 2010. ISBN 978-80-7394-210-6.

PAVLÍK, Jiří. *Aplikovaná statistika*. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická, 2005. ISBN 80-7080-569-2.

PECINA, P., ZORMANOVÁ, L. *Metody a formy aktivní práce žáků v teorii a praxi*. Brno: Masarykova univerzita, 2009. ISBN 978-80-210-4834-8.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Dokument MŠMT. Praha: VÚP, 2017.

SAMKOVÁ, L., HOŠPESOVÁ, A., ROUBÍČEK, F., TICHÁ, M. *Badatelsky orientované vyučování matematice*. In *Scientia in educatione* 6 (1) [online]. Praha: PedF UK, 2015, s. 91 – 122. ISSN 1804-7106. [cit. 2019-24-11]. Dostupné z: <https://ojs.cuni.cz/scied/article/view/154/145>

Standardy pro základní vzdělávání – matematika a její aplikace. In: *digifolio.rvp.cz* [online]. [cit. 2019-17-10]. Dostupné z: <http://digifolio.rvp.cz/view/view.php?id=9832>.

TOMÁŠEK, V., BASL, J., JANOUŠKOVÁ, S. *Mezinárodní šetření TIMSS 2015: národní zpráva*. První vydání. Praha: Česká školní inspekce, 2016.

ZORMANOVÁ, L. *Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod*. Praha: Grada, 2012. ISBN 978-80-247-4100-0.

Seznam obrázků, grafů a tabulek

Obrázek 1: Hlavní prvky koncepce matematické gramotnosti	12
Obrázek 2: Průměrný výsledek žáků jednotlivých zemí	15
Obrázek 3: Ilustrativní úloha 1 - Číslo a početní operace	22
Obrázek 4: Ilustrativní úloha 2 - Závislosti, vztahy a práce s daty	23
Obrázek 5: Ilustrativní úloha 3 - Geometrie v rovině a prostoru	23
Obrázek 6: Ilustrativní úloha 4 - Nestandardní aplikační úlohy a problémy	24
Obrázek 7: Obrázek k příkladu č. 6	49
Obrázek 8: Model kváдру sestavený z jednotlivých krychlíček.....	70
Graf 1: Největší překážky účinnějšího rozvoje matematické gramotnosti žáků	13
Graf 2: Důležitost a oblíbenost matematiky	13
Graf 3: Změny ve výsledcích zemí mezi roky 2003 a 2012.....	16
Graf 4: Změny ve výsledcích v matematické gramotnost v zemích OECD mezi roky 2012 a 2015	16
Graf 5: Změny ve výsledcích v zemích OECD a EU mezi roky 2015 a 2018	17
Graf 6: Výkony žáků v oblasti čtení, matematiky a vědy	17
Graf 7: Zastoupení českých žáků v matematických gramotnostních úrovních od roku 2003	18
Graf 8: Příklad 1	42
Graf 9: Příklad 2	43
Graf 10: Příklad 3	45
Graf 11: Číslo a proměnná.....	45
Graf 12: Příklad 4	47
Graf 13: Příklad 5	48
Graf 14: Příklad 6	50
Graf 15: Geometrie v rovině a v prostoru.....	51
Graf 16: Celkové výsledky	52
Graf 17: Úspěšnost žáků s výukou matematiky pomocí Hejného metody na 1. stupni ZŠ.....	60
Graf 18: Úspěšnost žáků s tradiční výukou matematiky na 1. stupni ZŠ.....	61
Graf 19: Úspěšnost žáků: VESNICE x MĚSTO	62
Graf 20: Rozdíl mezi výsledky: chlapci S x chlapci B.....	62
Graf 21: Rozdíl mezi výsledky: dívky S x dívky B.....	63
Graf 22: Rozdíl mezi výsledky: CHLAPCI X DÍVKY	64

Schéma 1: Systém kurikulárních dokumentů	20
Schéma 2: Charakteristiky badatelsky orientované výuky	34
Tabulka 1: Přehled uskutečněných cyklů projektu PISA	15
Tabulka 3: Rozdíl mezi výsledky šetření v letech 1995-2015	19
Tabulka 8: Klasické výukové metody	27
Tabulka 9: Výukové metody	29
Tabulka 10: 7. třída s výukou Hejného metodou na prvním stupni základní školy	57
Tabulka 11: 7. třída s tradiční výukou matematiky na prvním stupni základní školy	58

Seznam příloh

Příloha 1 - Nestandardizovaný didaktický test.....	82
--	----

Příloha 1 - Nestandardizovaný didaktický test

Dobrý den, jmenuji se Nicola Rotterová a jsem studentkou pedagogické fakulty UP v Olomouci. Chtěla bych Vás poprosit o vyplnění tohoto didaktického testu, který bude sloužit k mé diplomové práci. Vše je anonymní.

Děkuji za vyplnění,

Nicola

Jsem:

☐ Muž

☐ Žena

1. Chceme vytvořit stejné balíčky ze sladkostí. K dispozici máme 108 lízátek, 60 perníčků a 72 čokoládových panáčků. Žádná sladkost nesmí zbýt ani chybět. Kolik balíčků můžeme vytvořit? Z jakého množství cukrovinek se bude skládat jeden balíček?

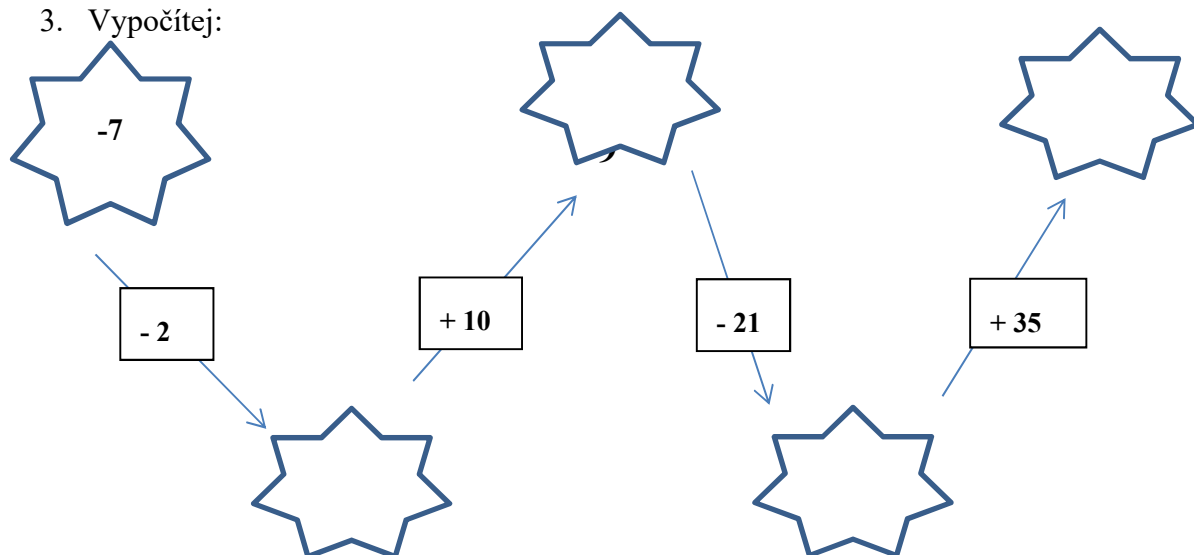
2. Vypočítej:

a. $0,6 + 2 \cdot 0,4 =$

b. $12,9 - 5,2 =$

c. $26,32 - 3 \cdot 0,02 =$

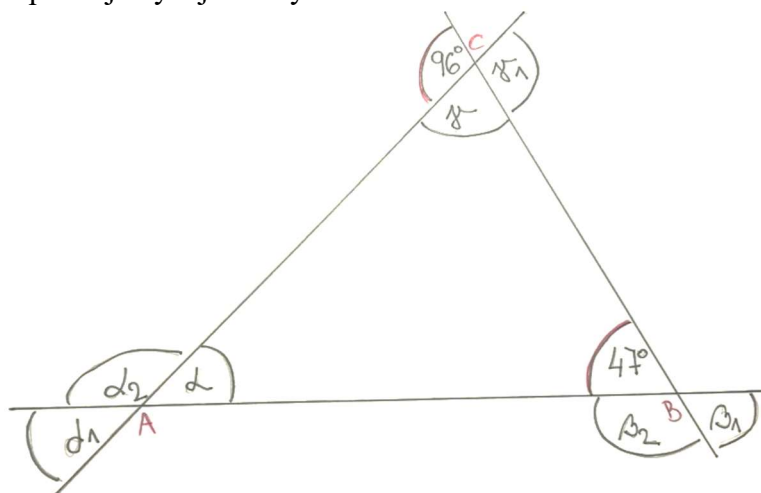
3. Vypočítej:



4. Můžeme do nádoby tvaru kváдру o rozměrech $a = 10 \text{ dm}$, $b = 14 \text{ dm}$, $c = 4 \text{ m}$ nalít 10 hl vody? Zapiš řešení.

5. Narýsuj libovolný trojúhelník a sestroj v něm výšku v_c a těžnici t_a .

6. Dopačítej chybějící úhly:



$$\alpha =$$

$$\alpha_1 =$$

$$\alpha_2 =$$

$$\beta_1 =$$

$$\beta_2 =$$

$$\gamma_1 =$$

$$\gamma_2 =$$