

**UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI**

**PEDAGOGICKÁ FAKULTA**

**Katedra matematiky**

**Bakalářská práce**

**Lucie Dohnalíková**

**Archimédův odkaz v matematice**

**Olomouc 2015**

**Vedoucí práce: doc. RNDr. Jitka Laitochová, CSc.**

**Prohlášení:**

„Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně za pomoci uvedené literatury a dalších pramenů.“

V Olomouci dne.....

.....

Lucie Dohnalíková

## **Poděkování**

Ráda bych poděkovala vedoucí mé bakalářské práce doc. RNDr. Jitce Laitochové, CSc., za odborné, trpělivé a vstřícné vedení a ochotu poskytnout cenné rady a připomínky při konzultacích. Zároveň také děkuji Mgr. Zdeňkovi Halasovi, DiS., Ph.D., za trpělivost a odbornou pomoc v oblasti historie matematiky.

# Obsah

|                                                                      |           |
|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Úvod.....</b>                                                     | <b>6</b>  |
| <b>1    Archimédés - život.....</b>                                  | <b>8</b>  |
| 1.1   Syrákúsy .....                                                 | 10        |
| 1.2   Historky o Archimédovi .....                                   | 11        |
| <b>2    Archimédovo dílo .....</b>                                   | <b>13</b> |
| 2.1   O rovnováze neboli těžištích rovinných obrazců .....           | 14        |
| 2.2   O kvadratuře paraboly .....                                    | 14        |
| 2.3   Metoda .....                                                   | 15        |
| 2.4   O kouli a válci .....                                          | 15        |
| 2.5   O spirálách.....                                               | 16        |
| 2.6   O kónoidech a sféroidech .....                                 | 16        |
| 2.7   O plovoucích tělesech.....                                     | 16        |
| 2.8   Měření kruhu .....                                             | 16        |
| 2.9   Počítání písku .....                                           | 17        |
| 2.10   Kratochvíle.....                                              | 17        |
| <b>3    Archimédés v učebnicích 2. stupně ZŠ .....</b>               | <b>18</b> |
| 3.1   Učebnice matematiky .....                                      | 18        |
| 3.1.1   Učebnice používané před 15 - ti lety.....                    | 19        |
| 3.1.2   Současné učebnice.....                                       | 20        |
| 3.2   Učebnice fyziky.....                                           | 21        |
| <b>4    Metodická příručka pro učitele .....</b>                     | <b>22</b> |
| 4.1   Měříme kruh .....                                              | 22        |
| 4.1.1   Vztah mezi obvodem a obsahem kruhu – verze pro žáky.....     | 26        |
| <b>Pracovní list I. (Počítej obsah kruhu a obvod kružnice) .....</b> | <b>30</b> |
| 4.1.2   Výpočet $\pi$ – verze pro žáky.....                          | 32        |
| <b>Pracovní list II. A (Počítej s číslem <math>\pi</math>) .....</b> | <b>36</b> |

|                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------|----|
| <b>Pracovní list II. B (Naprogramuj si <math>\pi</math>)</b>   | 38 |
| 4.2 Počítání písku                                             | 39 |
| 4.2.1 Zrnka písku – verze pro žáky                             | 40 |
| 4.3 Rovnováha rovinných útvarů neboli těžiště rovinných útvarů | 42 |
| 4.3.1 Těžiště trojúhelníka – verze pro žáky                    | 42 |
| <b>Pracovní list III. (Sestrojte těžnice)</b>                  | 45 |
| 4.4 Kratochvíle                                                | 46 |
| 4.4.1 Hlavlom – verze pro žáky                                 | 46 |
| <b>Pracovní list IV. (Sestav si sám)</b>                       | 49 |
| <b>Závěr</b>                                                   | 51 |
| <b>Přílohy</b>                                                 | 53 |
| Příloha č. 1 – Obrazy Archiméda                                | 53 |
| <b>Seznam použitých obrázků</b>                                | 55 |
| <b>Seznam tabulek</b>                                          | 56 |
| <b>Seznam použitých zdrojů</b>                                 | 57 |
| Knižní publikace                                               | 57 |
| Internetové zdroje                                             | 60 |
| <b>ANOTACE</b>                                                 | 62 |

## Úvod

Historie je obsáhlou kapitolou našeho života, obzvlášť co se týče matematiky. Kořeny této disciplíny sahají až do samotného pravěku, kdy lidé zaznamenávali čísla na tzv. vrubovky. Celá éra prošla přes Mezopotámii, Egypt, Řecko, Indii a Čínu. Dnes je matematika vědou celého světa, každého z nás a ať si ji uvědomujeme nebo ne, setkáváme se s ní prakticky pořád a to i v těch nejjednodušších situacích. Od počtu prstů na nohou a rukou, přes placení v obchodě nebo množství ingrediencí při pečení až po samotnou výuku ve školách.

Vývoj matematiky dělíme do čtyř období. Prvním z nich je tvorba elementárních matematických pojmů, které trvalo do 6. století př. n. l. Filozofové se snaží starým způsobem prezentovat matematické výsledky, a to hlavně v Číně a Indii. Druhé období je rozsáhlé, co se týče dokazování. Neexistuje zde žádná matematická věta a tvrzení, které by nebylo dokázáno. Období je nazýváno jako matematika konstantních veličin a datuje se od 6. století př. n. l. až do 16. století n. l. Můžeme zde spatřit velké řecké matematiky, jako jsou Eukleidés, Archimédés a Apollónios. Třetím obdobím je matematika proměnných veličin (17. století - počátek 19. století). Zde se setkáváme s diferenciálním a integrálním počtem. V tomto období se proslavili Newton, Leibniz a v 18. století Euler. Poslední období, které je datováno od poloviny 19. století až do současnosti, nazýváme matematikou zobecněných kvantitativních a prostorových vztahů.

Při zpracování své bakalářské práce se pohybuji v druhém období, v němž matematika dosáhla nebyvalého rozkvětu. Zahrnuje něco málo přes dva tisíce let. Za skvost tohoto období považuji Archiméda, a proto jsem se rozhodla ve své práci zpracovat ucelené informace o jeho životě, díle a odkazu, který zanechal pro své i naše budoucí generace. A věřme nebo ne, tento odkaz se nikdy neztratí.

Považuji za důležité zmínit i to, že v tomto období byl také jeden z největších úpadků matematiky – období zániku antiky.

Z důvodu stanoveného rozsahu práce a obsažnosti celého období řecké matematiky jsem se při zpracování práce zaměřila výhradně na samotného představitele, ne na charakteristiku celého období.

Za cíl své bakalářské práce jsem si stanovila vypracování Archimédova odkazu v matematice, k jehož naplnění vede vytvoření teoretické a praktické části.

Teoretická část zahrnuje Archimédův životopis, od jeho narození, přes život v Syrákúsách a Alexandrii, až po smrt. Sice o Archimédově životě mnoho informací nemáme, ale i tak existuje pár zlomků, které vypovídají o tom, jaký život asi vedl.

Dále se v první kapitole zmiňují o mistrově rodném městě - Syrákúsách, které se kulturně řadilo k Řecku. Další podkapitolkou je historka „O koruně krále Hieróna“, dodnes velice známá, na jejímž konci se objevuje slavné zvolání: „Heuréka!“.

Druhou kapitolu tvoří Archimédovo dílo. Na začátku udávám souhrnný seznam děl tak, jak je Archimédés chronologicky nejspíše zpracoval a poté každé dílo v rámci podkapitolek stručně charakterizují.

Třetí a také poslední kapitolou teoretické části jsou informace o učebnicích matematiky a fyziky, ve kterých jsem hledala učivo, jež by se týkalo teorií vytvořených Archimédem.

Praktickou část práce tvoří metodická příručka, která by měla sloužit učitelům na druhém stupni na základních školách a popřípadě studentům oborů matematiky na vysokých školách. Tato příručka by se měla odkazovat na život a hlavně dílo Archiméda. Příručka je rozdělena na kapitoly a každá z nich je vázána na jednotlivá vybraná Archimédova díla (*Měření kruhu, Počítání písku, O rovnováze rovinných útvarů a těžištích rovinných útvarů a Stomachion*).

Obsahují text pro učitele, ale také alternativní podání tohoto textu žákům na základních školách. Učitelé mohou dle svého uvážení tento materiál použít jako doplnění učiva ve třídě nebo jako zajímavé téma pro kroužek matematiky na základní škole. U některých kapitol jsou navrženy pracovní listy, které mohou sloužit jako učební pomůcka pro žáky.

# 1 Archimédés - život

O Archimédově životě bylo poprvé pojednáváno v díle Hérakleida (Archimédova současníka a patrně i přítele). Bohužel se tento životopis nedochoval, a proto historici museli čerpat z jiných zdrojů, kterých však není málo. Například spisy od Polybia, Plútarcha a také Diodóra Sicilského.<sup>1</sup>

Archimédés se narodil patrně roku 287 př. n. l., v tehdejších řeckých, dnes italských Syrakúsách. Zde prožil většinu svého života. Byl synem Feidia, astronoma působícího na dvoře krále Hieróna II. S Hierónem byl snad Archimédés v nějakém blízkém, příbuzenském či přátelském vztahu. Sprátcen byl i s jeho synem Gelónem.<sup>2</sup>

Archimédés část svého života strávil v Alexandrii, kde studoval. Byl zde také ve styku s tzv. eukleidovskou generací žáků (Konón ze Samu, Dositheus z Pelusie a také Eratosthenés z Kyrény), o kterých se také krátce zmiňuje v některých svých dílech. V Alexandrii se Archimédés naučil využívat exaktní přístup k budování matematické teorie právě zmíněného Eukleida (přesné formulování a dokazování poznatků).<sup>3</sup>

A kdo byl Eukleidés? O Eukleidově životě není mnoho známo. Narodil v Řecku a žil v době Ptolemaia I. Sótéra, studoval snad v Athénách v Platónově Akademii. Důležité pro matematiky je největší Eukleidovo dílo, kniha *Základy* (sepsána kolem roku 300 př. n. l.), ve které Eukleidés definuje základní pojmy, dokazuje mnoho vět a popisuje konstrukce geometrických útvarů. Kniha obsahuje kapitoly z planimetrie, stereometrie, aritmetiky, teorie čísel a také tzv. „geometrické algebry“. Tato kniha ovlivňovala další vývoj matematiky i její vyučování, a to po více než 2000 let.

Eukleidés nezpracoval pouze dílo *Základy*, ale také díla jiná. Z nichž zůstala zachována *Data*, *O dělení obrazců*, *Jevy a Optika*.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup> HEATH, Thomas Little. *The works of Archimedes*. Mineola, N.Y.: Dover Publications, 2002, s. 16. ISBN 04-864-2084-1.

<sup>2</sup> MALÍŠEK, V. *Dějiny matematiky a fyziky v obrazech. 2. soubor*. 1. vyd. Praha: Jed. čs. mat. a fyz., 1983, [39] listů.

<sup>3</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 10. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>4</sup> BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 16-17. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.



Po návratu z Alexandrie se Archimédés v Syrákúsách plně věnoval svým matematickým, fyzikálním i technickým výzkumům. V matematice rozvíjel postupy, které dnes můžeme hodnotit jako předchůdce infinitezimálních úvah, což je souhrnný název pro diferenciální a integrální počet.

Patří k nim i geniální aplikace tzv. Eudoxovy exhaustivní metody (tj. metody vyčerpávání). Tato metoda spočívá v tom, že při počítání obsahů zaoblených útvarů se snažíme pokrýt plochy těchto forem mnohoúhelníky. A to tak, aby co nejvíce vyčerpaly celou plochu zaoblených útvarů. Na těchto myšlenkách jsou založena zejména Archimédova díla *Měření kruhu*, *O kvadratuře paraboly* nebo také dílo *O kouli a válci*.<sup>5</sup>

Archimédovými metodami se inspirovali matematici 17. století, mezi něž patřili Johannes Kepler (1571 – 1630), Paul Guldin (1577 – 1643), Grégoire de Saint Vincent (1584 – 1667), René Descartes (1596 – 1650), Isaac Newton (1643 – 1727) a další.<sup>6</sup>

Jak už bylo uvedeno, Archimédés byl také dobrým fyzikem. V rámci této disciplíny se zabýval zejména problematikou jednoduchých strojů (rovnoramenné i nerovnoramenné páky, kladky, kladkostroje a šrouby). V oboru fyziky je také podstatný a známý *Zákon o vztlakové síle*, který nese Archimédovo jméno.<sup>7</sup>

Co se techniky týče, vypracoval představy o teorii jednoduchých strojů až do jejich technického provedení. Vynálezy, jako válečné stroje a obranné mechanismy, byly využity při obraně Syrákús ve válce s římskými vojsky.<sup>8</sup>

S touto válkou je také spojována smrt Archiméda. Existují různé verze, jak se celá situace odehrála, ale zmíníme zde jednu. Archimédés se věnoval svému bádání, načrtával prý do písku geometrické obrazce a najednou se před ním objevil římský voják, který na něj vytasil meč a vyzval ho, aby s ním odešel k Marcellovi. Archimédés vojáka prosil, zda by počkal, až svou úlohu vyřeší a řekl: „*Noli tangere circulos meos*.“ (Nedotýkej se mých kruhů). Voják byl prý netrpělivý a mistra probodl.<sup>9</sup>

---

<sup>5</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 10. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>6</sup> Tamtéž, s. 10.

<sup>7</sup> Tamtéž.

<sup>8</sup> Tamtéž.

<sup>9</sup> HEATH, Thomas Little. *The works of Archimedes*. Mineola, N.Y.: Dover Publications, 2002, s. 16-17. ISBN 04-864-2084-1.

Rok smrti Archiméda se tedy uvádí 212 př. n. l., což je datum dobytí Syrakús římskými vojsky. Od tohoto data se odvozuje datum jeho narození (z informace byzantského autora Iónnese Tzetze, který uvedl ve svém díle, že se Archimédés dožil 75 let).<sup>10</sup>

Hrob Archiméda byl nalezen Ciceronem, který se roku 75 př. n. l. stal sicilským kvestorem, neboli místodržícím. Zde bych si dovolila citovat slova samotného Cicerona, která uvádí ve svých Tuskulských hovorech:

*„Když jsem byl kvěstorem, objevil jsem jeho hrob kolem dokola zarostlý a zakrytý trnitým křovím. Syrakúsané o něm nevěděli, dokonce tvrdili, že vůbec neexistuje. Pamatoval jsem si totiž několik veršů, které měly být, jak jsem slyšel, napsány na jeho náhrobku, a z nich bylo jasné, že nahoře na jeho náhrobku je koule a válec.“<sup>11</sup>*

Pak Cicero se svými obyvateli ze Syrakús celé místo kolem hrobu uklidil. Poté mohl místo prohlédnout a Velké Řecko znalo hrob velkého mistra. Dnes je za hrob označována jedna z hrobek v Syrakúsách, avšak doopravdy Archimédova není.<sup>12</sup>

## 1.1 Syrakúsy

Jelikož Archimédés pobýval většinu času v Syrakúsách a určitě pro něj moc znamenaly, chtěla bych jim věnovat pár řádků.

Syrakúsy byly založeny kolem roku 735 př. n. l. korintskými kolonisty. Podle řeckého historika Thukydida byl zakladatelem samotného města Archias. Syrakúsy byly v té době nejvýznamnějším sicilským, respektive řeckým, městem. Název města bychom si v překladu mohli vyložit jako „Skála racků“, je však pravděpodobně fénického původu, nikoli řeckého, jak bychom se mohli domnívat.<sup>13</sup>

---

<sup>10</sup> BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 15-16. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.

<sup>11</sup> BAHNÍK, Václav. *Tuskulské hovory: Cato Starší o stáří ; Laelius o přátelství*. 1. souborné vyd. Praha: Svoboda, 1976, s. 231. Antická knihovna. ISBN 2506876.

<sup>12</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 16-17. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>13</sup> BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 18. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.

Jedním ze známých vládců Syrákús byl Gelón I. a jeho bratr Hierón I. Oba se zasloužili o určitý rozvoj tohoto města. Mezi tahy, které vládci uskutečnili, patří například útok na ostrov Elba a přístavy na Korsice.<sup>14</sup>

Kolem Syrákús probíhaly boje i po smrti těchto vládců. V roce 415 př. n. l., kdy probíhala Peloponéská válka, se rozhodli jít proti Syrákúsám Athéňané, kteří si chtěli přisvojit města Leon a Segesty. Athénskou výpravu vedl Alkibiádés (athénský politik a také vojevůdce). Celá výprava nakonec skončila ve prospěch Syrákús, protože tomuto městu přišli na pomoc Spartané.<sup>15</sup>

Po těchto událostech se k vládě dostal Dionýsios, který si roku 405 př. n. l. přisvojil titul samovládce. Syrákúsy tedy mohly opět rozkvétat, a to až k Jaderskému moři a západní části Velkého Řeka. Po nástupu Dionýsia Mladšího ve městě propukla občanská válka. A tak byl roku 356 př. n. l. Dionýsios za svou špatnou vládu (krutovládu) vypuzen.

Po krátké vládě Agathoklea (prostého hrnčíře) se k vládě Syrákús v roce 275 př. n. l. konečně dostal Hierón II., slavný Archimédův přítel.<sup>16</sup>

## 1.2 Historky o Archimédovi

Archimédés byl svému bádání prý tak oddán, že zanedbával i základní lidské potřeby, jako péče o tělo a stravování. O tomto pojednává úryvek z životopisu římského vojevůdce Marcella:

*„Proto také jsou věrohodné anekdoty, které se o Archimédovi vypravují, že jej vždy očarovala jakási vlastní vnitřní Siréna, takže zapomněl na jídlo a zanedbával péči o tělo, často ho násilím přivedli ke koupeli a natřeli, v popelu krbu kreslil geometrické obrazce, podobně když byl po koupeli a natřen olejem, prstem kreslil po svém těle křivky, jsa úplně omámen pocitem štěstí a posedlý matematickou vášní. Ačkoli objevil mnoho krásných věcí, prosil prý své přátele a příbuzné, aby mu po smrti postavili na hrob válec, do něhož je vepsána koule a číselný údaj, o kolik je opsané těleso větší než vepsané.“<sup>17</sup>*

---

<sup>14</sup> BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 19. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.

<sup>15</sup> Tamtéž, s. 19.

<sup>16</sup> Tamtéž, s. 19-20.

<sup>17</sup> PLÚTARCHOS, *Životopisy slavných Řeků a Římanů*. 2. vyd., V AK 1. Praha: Arista, 2006, s. 526. Antická knihovna (Arista), 74. ISBN 8073400790.

Takových historek existuje celá řada. Za všechny bych uvedla „o koruně krále Hieróna“, ve které se objevuje slavný výkřik „heuréka“ (objevil jsem, našel jsem to).

*„Když se totiž Hierón v Syrákúсах povznesl ke královské moci, rozhodl se, že za štěstí, které měl při svém počínání, obětuje v nějaké svatyni zlatý věnec, který zaslíbil nesmrtelným bohům. Dal jej udělat na zakázku a zlato na něj výrobci přesně odvážil. Za nějaký čas předložil výrobce králi vkusně provedené dílo svých rukou k jeho úplné spokojenosti, přičemž se zdálo, že dodržel přesně váhu věnce.*

*Když přišlo později ovšem udání, že zlata bylo ubráno a že do zpracovávaného věnce bylo přimíšeno stejné množství stříbra, požádal Hierón, rozmrzelý nad tím, že byl takhle podveden, a že nemohl přijít na to, jak by se mohla zpronevěra prokázat, Archiméda, aby se pro něho ujal prozkoumání této záležitosti. Archimédés, který toho měl plnou hlavu, přišel náhodou do lázni a při vstupování do vany si všiml, že z ní vytéká takové množství vody ven, jak se do ní ponořovalo jeho tělo. Když mu to poskytlo vysvětlení dané otázky, nemeškal, nýbrž vyskočil samou radostí z vany, pospíchal nahý domů a všem lidem zvěstoval jasným hlasem, že objevil, po čem pátral. Vyřikoval totiž v běhu a stále řecky heuréka, heuréka.*

*Vycházeje potom z tohoto objevu, dal prý udělat dva kusy stejné váhy, jako měl věnec, a to jeden ze zlata, druhý ze stříbra.*

*Potom zas kus vyňal a úbytek vody dolil, odměřiv jej sextariem, takže právě tak jako dříve byla nádoba rovná až po okraj. Tímto postupem zjistil, jak váha stříbra odpovídá určitému objemu vody.*

*Vyzkoumaj to, vnořil podobně do nádoby kus zlatý a po jeho vynětí dolil týmž způsobem míru a zjistil z menšího počtu sextariů, oč má kus zlata při téže váze menší objem než kus stříbra. Načež znovu naplnil nádobu a vnořil do téže vody samotný věnec a shledal, že při věnci vyteklo více vody než při kusu zlata téže váhy. Výpočtem z toho, oč bylo při věnci více vody než při kusu zlata, prokázal ve zlatě příměs stříbra a očividnou výrobcovu zpronevěru.“<sup>18</sup>*

---

<sup>18</sup> POLLIO, Marcus Vitruvius, [z latinského originálu De architectura libri decem přeložil Alois OTOUPALÍK, Poznámky a bibliografie Jan Bouzek PŘEDMLUVA a Stať Vitruvius a dnešek napsal Milan HONZÍK]. *Deset knih o architektuře*. Praha: Arista, 2009, s. 293-295. ISBN 978-80-8641-058-6.

## 2 Archimédovo dílo

Archimédés sepsal mnoho děl. Dochovalo se jich třináct. Deset je v následujícím přehledu seřazeno podle pravděpodobné doby vzniku. U třech posledních nelze jednoznačně dobu vzniku určit. Následující řazení je převzato ze studie J. Bečváře<sup>19</sup>. Názvy děl jsou uvedeny v českém jazyce, v závorce je transkripce jejich původního, tedy řeckého názvu:

1. O rovnováze neboli těžištích rovinných obrazců, kniha I. (*Epipedón isorho é kentra barón epipedón  $\alpha'$* )
2. O kvadratuře paraboly (*Tetragónismos parabolés*) – tento název není však původní, protože Archimédés slovo parabola neužíval, sám užíval termín „řez pravoúhlého kuželu“
3. O rovnováze neboli těžištích rovinných obrazců, kniha II. (*Epipedón isorho é kentra barón epipedón  $\beta'$* )
4. Archimédův dopis Eratosthenovi o mechanických větách; Metoda (*Archimédús peri tón méchanikón theórematón pros Eratosthenén; Efodos*)
5. O kouli a válci, kniha I., II. (*Peri sfairás kai kylindrú  $\alpha'$ ,  $\beta'$* )
6. O spirálách (*Peri helikón*)
7. O kónoidech a sféroidech (*Peri kónoeideón kai sfairoeideón*)
8. O plovoucích tělesech, kniha I., II. (*Ochúmenón  $\alpha'$ ,  $\beta'$* )
9. Měření kruhu (*Kyklú metrésis*)
10. Počítání písku (*Psammítés*)
11. Kratochvíle (*Stomachion*)
12. Poučky (*Liber assumptorum*)
13. Problém dobytka (*Probléma boeikon*)

Mezi další Archimédova díla, která se bohužel nedochovala, patří například Základy mechaniky a Rovnováha, Principy (*Archai*), O váhách (*Peri zygón*) a O těžišti (*Kentrobarika*).

Archimédés ve svých dílech používal svou rodnou řeč – syrakúskou variantu dórského nářečí staré řečtiny. Své dílo měl zcela promyšlené a systematicky uspořádané. Na začátku některých spisů psaných formou dopisu předem ohlašoval věty, které posílal svým známým. Někdy i záměrně chybné, aby byl odhalen ten, který tvrdil, že vše snadno dokázal, aniž by se mu to skutečně podařilo. V pozdějších spisech uveřejňoval pak své důkazy a upozorňoval na

---

<sup>19</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 20. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

tato záměrně chybná tvrzení. Jeho dílo je docela náročné na porozumění, avšak je velice uznáváno a diskutováno. Učenci ve starověku však většinou studovali méně náročná díla, jako například *O kouli a válci* nebo *O měření kruhu*.<sup>20</sup>

V dopisech, které Archimédés často posílal hlavně do Alexandrie, shrnul a často poukazoval na své předchozí práce a v některých zmínil i své budoucí záměry. Z Alexandrie se dále jeho tvorba šířila dál. Díky konstantinopolským matematikům bylo Archimédovo dílo zachováno v původním řeckém jazyce a mohlo být v západní Evropě přeloženo do latiny.<sup>21</sup>

## 2.1 O rovnováze neboli těžištích rovinných obrazců

Dílo je členěno do dvou knih. Obě vznikly v jistém časovém odstupu a opírá se v nich o díla, která zpracoval dříve, ale bohužel se nedochovala (*O těžišti* a *O rovnováze*).<sup>22</sup>

První kniha tohoto spisu obsahuje odvození zákona rovnováhy na páce a jeho aplikaci při hledání těžiště rovnoběžníku, trojúhelníku a lichoběžníku. Druhá kniha je pak věnována hledání těžiště parabolické úseče.<sup>23</sup>

V souvislosti s tímto dílem bychom mohli zmínit Archimédova známá slova, která vyslovil, když vysvětloval princip funkce zde zmiňované páky:

„Dejte mi pevný bod a pohnu Zeměkouli.“<sup>24</sup>

## 2.2 O kvadratuře paraboly

Archimédés v tomto díle brání své prvenství, které spočívá v určení obsahu parabolické úseče. Úseč je určena libovolnou tětivou.<sup>25</sup>

---

<sup>20</sup> BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 25-26. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.

<sup>21</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 20-21. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>22</sup> BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 10. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.

<sup>23</sup> Tamtéž, s. 24-25.

<sup>24</sup> CHISHOLM, Jane. *Starověké civilizace: školní encyklopedie; ilustrace Ian Jackson*. 1. čes. vyd. Praha: Václav Svojtka, 1998, s. 14-15. ISBN 80-7237-925-9.

<sup>25</sup> KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*. Praha: Academia, 1969, s. 146. ISBN 507-21-875.

Název „parabola“ není pravděpodobně původní. Archimédés totiž termín parabola neužíval a sám mluvil o „řezu pravoúhlého kuželu,“ který je kolmý na jednu jeho povrchovou přímkou. Celé dílo obsahuje 24 vět.

## 2.3 Metoda

Neboli *Archimédův dopis Eratosthenovi o mechanických větech*. Archimédés v tomto spise používá zákon rovnováhy na páce k výpočtu objemů a těžišť těles, které jsou ohraničeny různými plochami, například těžiště a objem úseče rotačního paraboloidu, polokoule nebo kulové úseče.<sup>26</sup>

Dílo se zachovalo pouze v tzv. *Archimédově palimpestu*. Palimpestem označujeme rukopis psaný na pergamenu, jehož původní text byl seškrábán a přes něho byl napsán text nový. Proto je čtení původního Archimédova textu *Metody* velmi obtížné.<sup>27</sup>

## 2.4 O kouli a válci

Předmětem tohoto díla je určení objemu koule a jejího povrchu. Zde uvádím důležitá tvrzení, která se týkají této problematiky (převzato z knihy A. Kolmana):<sup>28</sup>

1. *Povrch koule je roven čtyřnásobku obsahu jejího největšího kruhu.*
2. *Plocha kulového vrchlíku se rovná ploše kruhu, jehož poloměr se rovná vzdálenosti vrcholu vrchlíku od jeho kruhu okraje.*
3. *Objem válu opsaného kolem koule a majícího výšku rovnou jejímu průměru je roven třem polovinám objemu koule.*
4. *Povrch tohoto válce, včetně obou podstav se rovněž rovná třem polovinám povrchu koule, již je opsán.*

Pokud bychom se zastavili u druhé knihy, je zde možno najít tři věty a šest úloh týkající se koule.

---

<sup>26</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 63. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>27</sup> Tamtéž.

<sup>28</sup> Tamtéž, s. 149.

## 2.5 O spirálách

Dílo obsahuje 28 vět. První část je věnována rovnoměrnému pohybu, vlastnostem kružnic a délkám oblouků. Až poté se dostává Archimédés k samotné spirále. Podává definici spirály: „*Spirála je čára opisovaná bodem rovnoměrně se pohybujícím po přímce, zatímco se tato přímka rovnoměrně otáčí v rovině kolem jednoho svého nehybného bodu.*“<sup>29</sup>

Spirálu dnes můžeme vyjádřit rovnicí v polární soustavě souřadnic:  $r = a\varphi$ .<sup>30</sup>

Archimédovské spirály vidáme v nejběžnějším životě jako stlačené pružiny, boční okraje srolovaných koberců nebo také dekorativní spirály šperků.<sup>31</sup>

## 2.6 O kónoidech a sféroidech

I toto dílo má formu dopisu. Archimédés se zde zabývá nejprve vlastnostmi posloupností, zaměřuje se na rotační paraboloidy, hyperboloidy a elipsoidy.

V další části díla, která následuje po definování předchozích útvarů, poukazuje na výpočet objemu úsečí paraboloidu, hyperboloidu a elipsoidu. Celý spis se skládá z 32 vět.<sup>32</sup>

## 2.7 O plovoucích tělesech

Dílo se týká spíše fyziky. Vypovídá o základech hydrostatiky. V první knize je zformulován a dokázán slavný Archimédův zákon. Druhá kniha se zabývá rovnováhou plovoucí úseče paraboloidu.<sup>33</sup>

## 2.8 Měření kruhu

Ze spisu jsou zachovány pouze tři věty. Dílo by se v podstatě mohlo rozdělit na dvě části. První část spisu (věta 1) je věnována vztahu obvodu a obsahu kruhu a ve druhé části je hledána dostatečně přesná aproximace hodnoty, kterou dnes označujeme jako  $\pi$  (také

---

<sup>29</sup> KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*. Praha: Academia, 1969, s. 150-151. ISBN 507-21-875

<sup>30</sup> Tamtéž, s. 151.

<sup>31</sup> PICKOVER, Clifford A. *Matematická kniha: od Pythagora po 57. dimenzi : 250 milníků v dějinách matematiky*. 1. vyd. v českém jazyce. Praha: Argo, 2012, s. 66. Zip (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-257-0705-0.

<sup>32</sup> BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 54. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.

<sup>33</sup> KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*. Praha: Academia, 1969, s. 151. ISBN 507-21-875.



Ludolfova čísla, podle holandského matematika Ludolfa van Ceulena, který žil v 17. století). Používá přitom velmi přesné hodnoty  $\sqrt{3}$ .<sup>34</sup>

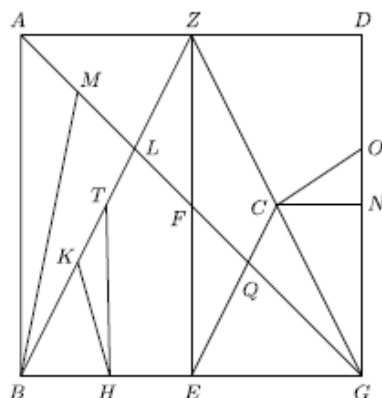
## 2.9 Počítání písku

Archimédés v díle zpracoval číselný systém, jehož pomocí můžeme vyjádřit obrovská přirozená čísla. Na možnosti tohoto systému upozornil na úloze určit počet zrněk, která by se vešla do největšího prostoru, který v té době existoval, a tím byla sféra hvězd.<sup>35</sup>

## 2.10 Kratochvíle

Neboli dílo *Stomachion* představuje matematický popis hlavolamu, z něhož se skládaly různé tvary. Archimédův stejnojmenný spis se pak zabýval matematickým popisem tohoto hlavolamu. Podle jedné z hypotéz tyto matematické úvahy zahrnovaly také kombinatoriku. Tato úvaha je sice hodně propagovaná, ale není skoro ničím podložená.<sup>36</sup>

Skládačka stomachion je vyrobena ze čtrnácti kousků, které vznikly rozdělením jednoho čtverce vyrobeného ze slonoviny. Mezi tvary, ze kterých se hlavolam skládá je jeden 5úhelník, dva 4úhelníky a dalšími jsou trojúhelníky různých velikostí.<sup>37</sup>



**Obrázek 1 - Stomachion**

(HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 45. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3)

<sup>34</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 45. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>35</sup> Tamtéž, s. 55.

<sup>36</sup> Tamtéž, s. 89.

<sup>37</sup> Tamtéž.

### 3 Archimédés v učebnicích 2. stupně ZŠ

Archimédovo dílo je rozsáhlé jak v oblasti matematiky, tak fyziky. V učebnicích základních škol se vyskytují pouze krátké kapitoly, které úzce souvisí s Archimédem. V těchto kapitolách autoři jednoduše vysvětlují danou problematiku (úměrnou věku a znalostem posluchačů), která je potřebná a podstatná k základnímu vzdělání žáků v matematice i fyzice.

Samozřejmě byly vydány i encyklopedie, které můžeme svým způsobem považovat za učebnice. V nich nalezneme různé zajímavosti, fakta i vtipné historky o Archimédovi. A to velice stručným a poutavým způsobem. Encyklopedie mohou sloužit jako pestré doplnění učiva pro zájemce, kteří se chtějí o Archimédovi dozvědět více.

I když uplynulo několik tisíc let a možná by si většina lidí řekla, že jsme museli v bádání pokročit, stále zůstává mnoho věcí z Archimédova díla nepoodhaleno. Nemluvě o jeho ztracených a nedochovaných dílech. V učebnicích se Archimédových myšlenek vyskytuje poměrně málo, protože je jeho dílo náročné; jen několik myšlenek lze snadno prezentovat v učebnicích pro základní a střední školy.

#### 3.1 Učebnice matematiky

V knihovně je mnoho učebnic matematiky pro žáky 2. stupně základní školy, které učitelé mohou používat jako pomůcky k výuce. Ať už jsou to učebnice teoretické nebo pracovní sešity, které k nim patří.

I když byl a je pro nás Archimédés velkým matematikem, zjistila jsem, že mnoho zmínek v učebnicích o tomto mistrovi, jeho výpočtech a metodách bohužel není.

To může být způsobeno právě tím, že Archimédovo dílo bylo složité na porozumění. Řada výpočtů není úměrná věku žáků. Je potřeba, aby jejich matematické myšlení bylo rozvíjeno pomalu, plynule a logicky. Pro účely vzdělávání na druhém stupni jsou využitelné myšlenky ze spisů *Měření kruhu* a *O rovnováhách rovinných útvarů I*. V prvním zmíněném spise je ukázáno, proč je  $\pi$  „jen jedno“, tj. proč se ve vzorci pro obsah a obvod kruhu vyskytuje stejná konstanta. Dále je ukázán velmi názorný postup, jak lze tuto konstantu aproximovat s libovolnou přesností. Druhý zmíněný spis, tedy *O rovnováhách rovinných útvarů I*, obsahuje konkrétní odvození polohy těžiště různých rovinných útvarů jako je obdélník, rovnoběžník a trojúhelník.

Rozpracování těchto myšlenek bude věnována praktická část mé bakalářské práce, která je předmětem další kapitoly.

### 3.1.1 Učebnice používané před 15 - ti lety

Pro srovnání učebnic matematiky tohoto období jsem prostudovala učebnice 2. stupně pro šestou až devátou třídu, které byly vydány v období 1997 – 2002 od nakladatelství SPN. Dále jsem nahlédla do učebnic nakladatelství Pythagoras Publishing a.s. a Prometheus. Na většině základních škol tyto řady již nejsou využívány a školy se snaží používat aktualizované verze, které jsou v souladu s jejich Rámcovým vzdělávacím programem.

V učebnicích pro osmou třídu jsem našla zmínku o kružnici, kterou se Archimédés zabýval ve spise *Měření kruhu*. Tedy kapitola, která se týká počítání délky (obvodu), obsahu a objemu kruhu a s tím souvisejícího čísla  $\pi$ .

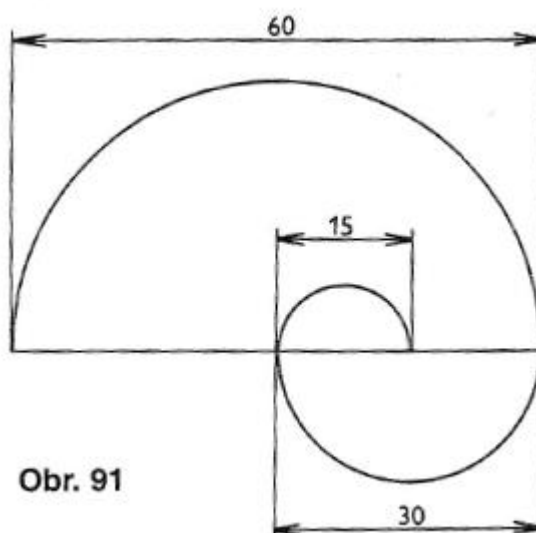
Nejprve nahlédneme do učebnice od nakladatelství Prometheus, Matematika [3] pro osmou třídu, která je výhradně zaměřena na kruh, kružnici a konstrukční úlohy s tímto související. Bohužel zjistíme, že v učebnici je podána látka velice stroze a žákům nadefinuje základní pojmy, vzorce a ihned přistupuje k počítání úloh na procvičení. Vše je v učebnici velice okrajově vysvětleno. Chybí zde odvození hodnoty právě zmiňovaného čísla  $\pi$ , jehož hodnotou se Archimédés velice podrobně zabýval. Žáci jsou na základních školách vzdělávání tak, že  $\pi$  považují za konstantu, kterou se musí naučit a znát, bez jakéhokoliv vysvětlení a proč má zaokrouhlenou hodnotu 3,14. Učí se nazpaměť všem známé vzorečky pro výpočet délky (obvodu), objemu a obsahu kruhu, jejichž součástí je  $\pi$ .

Stejně tak bych zhodnotila i úroveň učebnice od nakladatelství Pythagoras Publishing. Teorii týkající se obsahu a obvodu kruhu je věnována pouze jedna stránka učebnice, a to velice symbolickým stylem, v doprovodu dvou obrázků. A o zmínce samotného jména Archimédés ani nemluvě.

Jako nejlépe provedenou učebnici bych zvolila Matematika pro 8. ročník základní školy od nakladatelství SPN. Učebnice je velice přehledně, názorně a obsahově zpracovaná. Autoři se zde nezaměřují pouze na strohé podání vzorců a vysvětlení základních pojmů, ale také odkazují na historické poznatky, které souvisí se vztahem obvodu a obsahu kruhu. Tyto poznámky jsou většinou uvedené na krajích stránky v rámečku a jsou barevně odlišený. Učebnice obsahuje řadu poutavých příkladů, které žáky nemusí nudit. V učebnici dokonce

najdeme i příklad se spirálou. Nejedná se ovšem o Archimédovu spirálu. Opět používáme pouze vzorec pro výpočet obvodu kružnice:

„Vypočítejte délku modré spirály tvořené třemi půlkružnicemi, jejichž průměry v milimetrech jsou na obr. 91.“<sup>38</sup>



**Obrázek 2 - Obr. 91 (Spirála)**

(TREJBAL, Josef. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1998, s. 56. ISBN 80-723-5019-6.)

### 3.1.2 Současné učebnice

Ze současných učebnic, ze kterých převážně učitelé vyučují dnes, můžeme uvést ucelený svazek knih Matematika 6 až Matematika 9, vydaných roku 2007 od nakladatelství Fortuna. Jedná se o knihy, které jsou reakcí učitelů a lektorů na Rámcový vzdělávací program. V rámci tohoto programu byly učebnice poupraveny. Například bylo učivo přesunuto ze základního do rozšiřujícího učiva apod.<sup>39</sup>

Základní škola si podle RVP sestavuje roční plán každého předmětu. Problematika kruhu a kružnice zůstává stále tématem učiva matematiky 8. třídy. Celkově se obsah učebnic razantně nezměnil. Podle mého názoru, obsahují učebnice stejný výklad jako v minulosti.

<sup>38</sup> TREJBAL, Josef. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1998, s. 56. ISBN 80-723-5019-6.

<sup>39</sup> NEO Luxor: Knihkupectví. *Neo Luxor: Knihkupectví* [online]. [cit. 2015-02-13]. Dostupné z: <http://neoluxor.cz/ucebnice/matematika-9roc-ucebnice-fortuna-rvp--35335/>

Možná by se dala zdůraznit názornost výkladu. Výklad je doplněn spoustou obrázků, které žákům mohou pomoci pochopit podstatu problému. Knihy jsou velice barevné a pro žáky poutavé. Myslím si, že většina současných učebnic je na stejném principu, jako byla dříve používaná učebnice od SPN. Probíraná látka je doprovázena odkazy do historie, které se žák nemusí učit, ale může je brát jako doplnění znalostí. Náročnost Archimédova díla, pro uvedení v učebnicích, zůstává stále stejná.

## 3.2 Učebnice fyziky

Ve fyzice na 2. stupni základní školy se setkáváme s Archimédovým odkazem o něco častěji než v matematice. Pokud bychom se podívali do knihovny na jakoukoliv učebnici fyziky pro 2. stupeň (6. – 9. ročník), najdeme snad v každé z nich nějakou zmínku, byť malou, o tématech, kterými se zabýval Archimédés. Vybrala jsem tři učebnice, které si ještě ze základní školy pamatuji i já.

Učebnice Fyzika 6 od nakladatelství SPN je určená žákům šestých tříd. V této knize se možná poprvé žáci setkávají s podmínkami rovnováhy na páce a zavedením pojmu těžiště, o které se Archimédés zasloužil. Těžiště je definováno jako „*bod, ve kterém působí gravitační síla na těleso a určíme ho jako průsečík těžnic.*“<sup>40</sup>

Slavný Archimédův zákon se objevuje v učebnici pro sedmou třídu, která je také od nakladatelství SPN. Jde o zákon, který se týká vztlakové síly a jeho znění si musí ještě pamatovat ze školních lavic snad každý a jeho formulace zní:

*„Těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno vztlakovou silou, která se svou velikostí rovná tíze kapaliny vytlačené tělesem.“*<sup>41</sup>

Poslední učebnici, kterou jsem vybrala je „Fyzika pro 9. ročník základní školy“ od nakladatelství Prometheus. Archimédova rovnováha na páce, těžiště a zákon o vztlakové síle – pojmy, které by měli žáci 9. ročníku už dávno znát. Přece jen na tyto pojmy autor odkazuje v začátku učebnice, aby si žáci mohli v případě nesrovnalostí látku zopakovat.

Stále doufám, že v následujících letech se Archimédés v učebních materiálech při dalším rozvoji, bude objevovat více.

---

<sup>40</sup> JÁCHIM, František a Jiří TESARŠ. *Fyzika pro 6. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, c1999, s. 85. ISBN 80-723-5076-5.

<sup>41</sup> Tamtéž, s. 126-128.

## 4 Metodická příručka pro učitele

Jedním z cílů mé práce je vytvoření metodické příručky pro učitele matematiky na druhém stupni základních škol, která může zároveň sloužit jako výukový text pro studenty vysokých škol oborů matematiky. V tomto textu se podrobněji zaměřuji na čtyři Archimédova díla: *Měření kruhu*, které je rozděleno do dvou podkapitol, dále *Počítání pisku*, *Stomachion* a nemohu opomenout také dílo *O rovnováhách rovinných útvarů I*.

V úvodu každé kapitoly je charakterizován text, který je vázán na vybrané Archimédovo dílo a metody, které v nich mistr užil. Dále je tento text zpracován tak, aby byl vhodný pro žáky osmých a devátých tříd na základních školách. Předem však upozorňuji, že ne všechny metody použité v této části jsou od Archiméda.

Výsledkem některých kapitol je návrh pracovního listu. V úvodu nalezneme krátkou motivaci (obrázek, úryvek textu), která by žáky měla upoutat k řešení přiložených příkladů. Na každý pracovní list mají žáci stanoven určitý čas. Díky těmto pracovním listům si mohou učitelé ověřit, jak žáci probranou látku ovládají a samotní žáci si mohou vyzkoušet úlohy, které ještě neřešili.

### 4.1 Měříme kruh

Dílo *Měření kruhu* obsahuje zajímavou a poměrně dobře zpracovatelnou látku pro žáky základních škol. Z díla se bohužel dochovaly jen zlomky, a to tři věty, jejichž znění uvádíme v překladu M. Valoucha:

**Věta 1.** „Každý kruh rovná se pravoúhlému trojúhelníku, je-li poloměr roven jednomu rameni pravého úhlu, obvod pak podstavě.“<sup>42</sup>

Již ve starověku se slavní vědci snažili zjistit, zda existuje vztah mezi obvodem a obsahem kruhu. Dnes můžeme s určitostí tvrdit, že ano. Dříve taková tvrzení byla formulována slovně, ale Archimédés vztah dokazoval geometricky. Nyní používáme nám známou symboliku - pro obvod máme písmeno  $o$ , pro obsah  $S$  a poloměr  $r$ .<sup>43</sup>

---

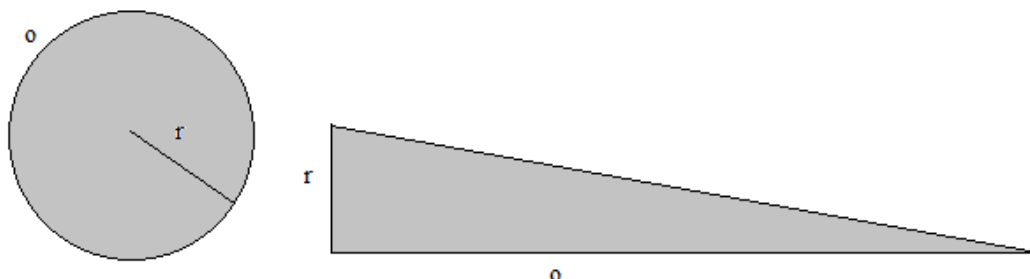
<sup>42</sup> *Archimédovo měření kruhu: Úvod a překlad Miloslav Valouch*. Litomyšl: Výroční zpráva c. k. státního vyššího gymnasia v Litomyšli, 1903, s. 13.

<sup>43</sup> BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 41. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.

Archimédova první věta zapsaná pomocí dnešní symboliky vypadá takto:<sup>44</sup>

$$S = \frac{1}{2} \cdot o \cdot r$$

Pro představu uveďme obrázek, který tento vztah znázorňuje:



**Obrázek 3 - Archimédova 1. věta**

(BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 41. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.)

Co mají obvod a obsah kruhu společného? Ve vzorcích pro výpočet obvodu i obsahu se vyskytuje jedna konstanta, a tou je číslo  $\pi$ .

Jelikož jsou všechny kruhy podobné (všechny jsou „kulaté“), je poměr  $\frac{o}{d}$  konstantní. Tuto konstantu budeme značit  $\pi$ . Platí tedy:

$$\pi = \frac{o}{d}$$

Úpravou tohoto vztahu dostaneme:

$$o = \pi \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot r$$

potom ze vztahu z Archimédovy první věty dosazením  $o$  dostáváme vztah:

$$S = \frac{1}{2} \cdot o \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot r$$

$$S = \pi \cdot r^2,$$

což je nám dobře známý vztah.

<sup>44</sup> BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 41. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.

Archimédés při důkazu 1. věty využívá exhaustivní metodu, se kterou poprvé přišel Eudoxos z Knidu. Metoda řeší vztah mezi obvodem a obsahem kruhu.<sup>45</sup> Přesné a srozumitelné znění nalézáme v první větě desáté knihy Eukleidových Základů:

*„Jsou-li dány dvě veličiny nestejně, když odečteme část větší než polovina  $a$  od zbytku opět větší než polovina  $a$  tak stále budeme činiti, zbude nějaká veličina, jež bude menší než daná veličina menší.“<sup>46</sup>*

Pokud větu z Eukleidových Základů převedeme do dnešní používané symboliky, můžeme ji přepsat:

*„Máme-li veličiny  $S$  a  $\varepsilon$ , přičemž  $\varepsilon < S$ , a odebíráme-li od veličiny  $S$  postupně veličiny  $a, b, c, \dots$ , přičemž*

$$a > \frac{S}{2}, b > \frac{S-a}{2}, c > \frac{S-a-b}{2}, \dots,$$

*potom je po potřebném počtu kroků  $S - a - b - c - \dots - k < \varepsilon$ , resp.  $a + b + c = S$ .“<sup>47</sup>*

Tedy obsah kruhu  $K$  máme označen  $S_K$ , do kruhu je vepsán čtverec. Odečteme-li od  $S_K$  obsah tohoto vepsaného čtverce, můžeme říci, že tím odejmeme více než polovinu obsahu kruhu. V dalším kroku vepíšeme do zbylých úsečí rovnoramenné trojúhelníky, které opět odečteme od obsahu úsečí (opět více než polovinu obsahu úsečí). Dle přiložených obrázků můžeme vypořádat, že jsme se z vepsaného čtverce dostali k vepsanému osmiúhelníku. Pokud bychom chtěli pokračovat ve stejném postupu od posledního zmiňovaného kroku, dostáváme z osmiúhelníku šestnáctiúhelník, z něho pak 32úhelník atd. Při pokračování dál a dál, při vytváření  $2^k$  – úhelníků, se více přibližujeme obsahu výchozího kruhu  $S_K$ .<sup>48</sup>

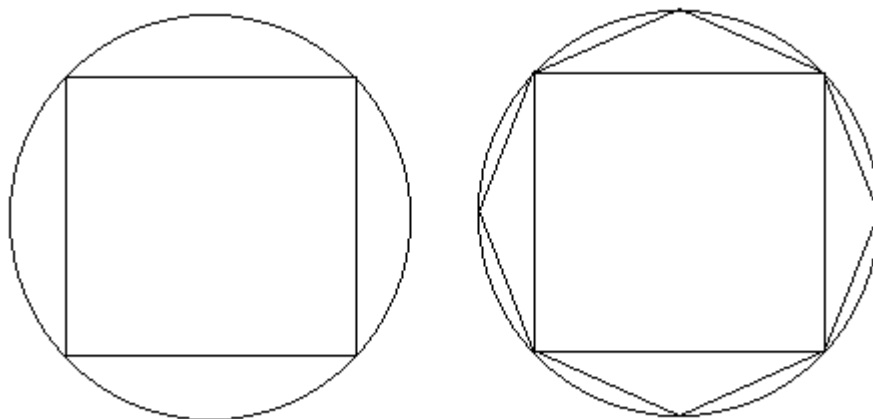
<sup>45</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 45. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>46</sup> SERVÍT, František. *Eukleidovy základy (elementa)*. 1. vyd. Praha: Jednota českých matematiků, 1907, s. 160.

<sup>47</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 45 - 46. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>48</sup> Tamtéž.





**Obrázek 4 - Z vepsaného čtverce vepsaný osmiúhelník**

**Věta 2.** „*Kruh jest ke čtverci průměru v poměru jako 11 ke 14.*“<sup>49</sup>

Druhá věta je pro naše účely zbytečná, pouze shrnuje ve zjednodušené podobě výsledek věty následující, proto se jí v tomto textu nebudeme zabývat.

**Věta 3.** „*Obvod každého kruhu rovná se trojnásobnému průměru a ještě přesahuje o něco méně než sedminu průměru, ale o více než deset jednadsmesátin.*“<sup>50</sup>

Zde se Archimédés zmiňuje o hodnotě čísla  $\pi$ :

1. Obvod kruhu má poloměr  $r$  a platí:<sup>51</sup>

$$3\frac{10}{71} \cdot 2r < o < 3\frac{1}{7} \cdot 2r$$

2. Přesněji (dle Archiméda):<sup>52</sup>

$$\frac{6336}{2017\frac{1}{4}} \cdot 2r < o < \frac{14688}{4673\frac{1}{2}} \cdot 2r$$

Obě tyto hodnoty byly zaokrouhleny, první dolů a druhá nahoru. A tak dostáváme vztah:<sup>53</sup>

<sup>49</sup> *Archimédovo měření kruhu: Úvod a překlad Miloslav Valouch.* Litomyšl: Výroční zpráva c. k. státního vyššího gymnasia v Litomyšli, 1903, s. 15.

<sup>50</sup> Tamtéž.

<sup>51</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla.* 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 49. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>52</sup> Tamtéž.

<sup>53</sup> BECKMANN, Petr. *Historie čísla pí.* 1. vyd. Praha: Academia, 1998, s. 54. ISBN 80-200-0655-9.

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7},$$

který je odhadem čísla  $\pi$  s přesností na dvě desetinná místa. Plyne tedy odtud, že  $\pi$  se po zaokrouhlení rovná 3,14. Tímto způsobem jsme pouze uvedenou větu přepsali do symboliky, která je nám známá dnes. Nyní se podíváme na geometrický důkaz, při kterém Archimédés využil  $n$ -úhelníků.

Archimédés měl nejprve narysovanou kružnici a jí vepsaný šestiúhelník. Vypočetl jeho obvod a rozpuštěním středových úhlů vznikl vepsaný 12-úhelník, jehož obvod Archimédés vypočítal také. S puštěním úhlů pokračoval až do vzniku vepsaného 96-úhelníku. Můžeme říci, že tato metoda výpočtu  $\pi$  je založena na faktu, že obvod vepsaného mnohoúhelníku je menší než obvod kružnice mu opsané. Čím blíže se budeme přibližovat k požadovanému 96-úhelníku, tím se jeho obvod bude blížit k hodnotě obvodu kružnice, do které je vepsán.<sup>54</sup>

V díle *Měření kruhu* je použit odhad hodnoty čísla  $\sqrt{3}$ , které Archimédés využil k výpočtu výchozího 6-úhelníku (opsaného). O níže uvedené hodnotě se stále diskutuje a vědci se nemohou shodnout na jednotné verzi, jakým způsobem Archimédés, či jeho předchůdce, k takovému výsledku došel:<sup>55</sup>

$$\frac{265}{153} < \sqrt{3} < \frac{1351}{780}$$

z čehož plyne, že číslo se nachází v intervalu<sup>56</sup>

$$\frac{1351}{780} - \frac{265}{153} = \frac{1}{39780}.$$

#### 4.1.1 Vztah mezi obvodem a obsahem kruhu – verze pro žáky

Na začátku bych ráda upozornila na to, že postupy, které budeme prezentovat žákům, nejsou přímo Archimédovy, ale jsou velice srozumitelné.

První postup je experimentální a slouží k vytvoření hypotézy, že poměr obvodu a průměru každého kruhu je konstantní, a že tato konstanta je o něco větší než 3. Druhý postup pochází od Koperníka a názorně ukazuje, jaký je vztah mezi obvodem a průměrem kruhu a proč je  $\pi$  pouze jedno.

<sup>54</sup> BECKMANN, Petr. *Historie čísla pí*. 1. vyd. Praha: Academia, 1998, s. 54. ISBN 80-200-0655-9.

<sup>55</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 46. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>56</sup> Tamtéž.

Na úvod je potřeba vysvětlit, co konstanta  $\pi$  znamená. Zvolíme si tedy hypotézu, sáhneme pro papír formátu A4 a ustříhneme tenký pásek na delší straně tohoto papíru. Dále si vezmeme nějaký předmět, který má oválný tvar, třeba sklenici. Tuto sklenici otočíme dnem vzhůru a obkreslíme tvar na papír, kde nám vznikne kružnice. Poté kolem sklenice omotáme ustřížený pruh papíru a odstříhneme část, která představuje obvod  $o$ . Další rozměr, který potřebujeme, je průměr sklenice  $d$ . Na tento rozměr využijeme zbývající kus papíru a nyní můžeme srovnat proužky s velikostí obvodu a velikostí průměru s obkreslenou kružnicí.

Totéž můžeme vyzkoušet pro další kruhy různých velikostí. Kolikrát se proužek délky  $d$  vejde do proužku délky  $o$ ? Zjistíme, že proužek s obvodem je o něco více než třikrát větší, než proužek s průměrem. Což nám připomíná hodnotu čísla  $\pi$ .

Existuje tedy konstanta, která je rovná poměru  $\frac{o}{d}$  (obvod ku průměru). Dříve se tato konstanta vyjadřovala pouze tímto poměrem, ale později se uvažovalo nad jejím označením.

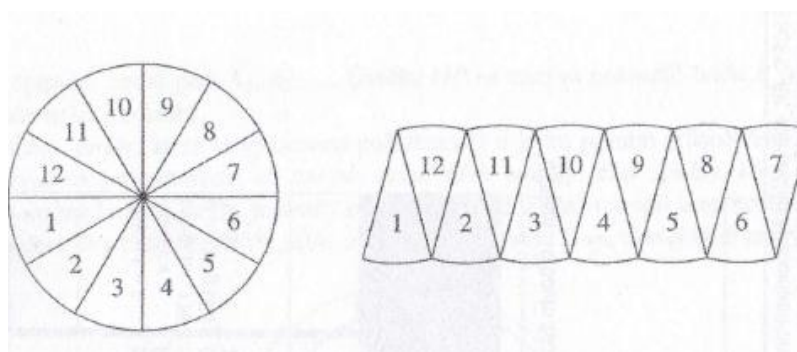
V úvahu přicházelo počáteční písmeno řeckého slova „perimetros“ (obvod), ale jelikož písmeno „p“ označuje už mnoho veličin, vznikla myšlenka psát toto řecky, tedy  $\pi$ . Poprvé označení  $\pi$  nacházíme u anglického matematika Williama Jonese (1706), rozšířilo se však až díky autoritě Leonharda Eulera nedlouho poté. Dostáváme vztah:

$$\pi = \frac{o}{d}$$

Z tohoto vztahu si můžeme vyjádřit obvod kružnice  $o$ :

$$o = \pi d = 2\pi r$$

Představme si kruh rozkrojený jako koláč na 12 stejných částí. Tyto části rozložíme vedle sebe tak, jak je uvedeno na obrázku níže.



**Obrázek 5 - Obsah kruhu (geometrická interpretace)**

(BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, s. 43. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.)

Podívejme se na rozložené úseče. Pokud bychom kružnici rozdělili na ještě menší části, jejich tvar se bude čím dál více přibližovat obdélníku. Obě delší strany tohoto „obdélníku“ tvoří polovinu obvodu původního kruhu, tj.  $\frac{o}{2}$ . Kratší strana je dlouhá přesně jako poloměr kružnice. Ze známého vzorce pro výpočet obsahu obdélníka ( $S = a \cdot b$ ) si můžeme vyjádřit obsah kruhu, tj.  $S = \frac{o}{2} \cdot r$ . Uvědomme si, že konstanta  $\pi$  se v obou vzorcích nevyskytuje náhodou a všechny vztahy spolu souvisí.

Vyjádřili jsme si vzorec pro výpočet obvodu jako  $o = 2\pi r$ , dosazením do vzorce pro výpočet obsahu získáváme  $S = \frac{2\pi r}{2} \cdot r = \pi r^2$ . V obou vztazích se vyskytuje konstanta  $\pi$ .

Nyní si uveďme příklad pracovního listu. Než žákům rozdáte pracovní list, přečtěte jim příběh o tom, jak proběhla smrt Archiméda.

Archimédova smrt je popisována různými způsoby s obměnami některých detailů. Vybrán byl tedy Čapkův apokryf *Smrt Archimédova*, který je součástí díla *Kniha apokryfů*<sup>57</sup>. Karel Čapek v tomto díle přepracoval některé historické příběhy do soudobého znění. Poutavě a někdy i vtipně.

V tradičním příběhu vystupuje voják, který řekl Archimédovi, aby s ním šel za králem. Archimédés ponořen do svého rýsování kruhů odmítl, a proto byl probodnut netrpělivým vojákem.

Tuto verzi smrti Čapek ve svém apokryfu nepřímo odmítá, ale tvrdí, že Archimédés rozhodně nebyl tak roztržitý, aby si nevšiml, co se v jeho okolí děje a voják nebyl tak krutý a nepřišel za Archimédem se smrtí. Dokonce byl voják, jménem Lucius, prý velice učený. Při vstupu do domu velkého mistra vzdal vojenský salut. Archimédés od svého rýsování kruhů pozvedl hlavu a vyslyšel, co po něm voják žádá. Voják na Archiméda šel nejprve s chválou jeho válečných strojů, aby ho obměkčil a poté přišel s hlavní žádostí: „*Přidej se k nám Římanům.*“<sup>58</sup> Mistr diskutoval a neviděl důvod k tomu, aby se přidával k Římanům, protože byl věrný své zemi a bránil ji ze srdce. Mezi tím pohlížel na svou desku, na které něco umazával.

Voják byl přesvědčen, že Řím bude pánem světa. A tak se mu snažil Archimédés oponovat slovy: „*Když nakreslím malý kruh nebo velký kruh, je to pořád jen kruh. Zas tady*

---

<sup>57</sup> Čapek toto dílo psal v podstatě v průběhu celého svého života a vydáno bylo až 7 let po jeho smrti (1945).

<sup>58</sup> ČAPEK, Karel. *Apokryfy*. Praha: Dokořán, 2009, s. 38. Netopýr, sv. 3. ISBN 978-807-3632-564.

*jsou hranice – nikdy nebudete bez hranic, Lucie. Myslíš, že velký kruh je dokonalejší než malý kruh? Myslíš, že jsi větší geometr, když nakreslíš větší kruh?* “<sup>59</sup>

Jenomže tím vojáka, který tvrdil, že dokazují svou pravdu činy a ne argumenty jako Syrakúsané, nepřesvědčil. Diskuze pokračovala dál. Voják mistra stále přesvědčoval o tom, jak v Římě bude moci budovat obrovské válečné stroje. Jenomže Archimédés už byl starý pán a chtěl dokončit v klidu ještě nějaké své myšlenky, než přijde jeho čas: „*Jak vidíš, zrovna si tady něco rýsuju.*“<sup>60</sup>

Konec příběhu si žáci v pracovním listu přečtou sami. Na řešení úloh stanovte cca 20 minut.

---

<sup>59</sup> ČAPEK, Karel. *Apokryfy*. Praha: Dokořán, 2009, s. 39. Netopýr, sv. 3. ISBN 978-807-3632-564.

<sup>60</sup> Tamtéž, s. 40.

## Pracovní list I. (Počítej obsah kruhu a obvod kružnice)

Voják vedl stále řeči o světovládě Říma, ale Archimédés mu podle Karla Čapka odvětil krásnou větou: „*Nesmíš se zlobit, ale já tady mám něco důležitějšího. Víš, něco trvalého. Něco, co tu opravdu zůstane.*“<sup>61</sup> Voják se Archiméda zeptal, o co tak důležitého jde. A zde měla podle Čapka zaznít slavná věta: „*Pozor, nesmaž mi mé kruhy! To je způsob, jak se dá vypočítat plocha kruhové výseče.*“<sup>62</sup>

Zkuste tedy vypočítat tyto příklady, které se týkají kružnice a kruhu.

### Příklad 1:

V poličce jsou vyvrtány 2 otvory. Jeden je menší a druhý větší. Poloměr menšího je 1,5 cm a poloměr většího otvoru je o  $\frac{1}{4}$  větší. Pokud je výsledek desetinné číslo, zaokrouhlete na maximálně dvě desetinná místa.

- a) Vypočítejte obvod obou otvorů.
- b) Dále máme dva klíny, oba stejné. Do kterého otvoru budou sedět lépe, pokud víme, že obsah kruhového půdorysu klínu je  $9,5 \text{ cm}^2$ ?

### Návod:

1. Nejprve vypočítáme obvod obou otvorů v poličce (využijeme vzorec pro výpočet obvodu):
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Odpovědět na otázku budeme moci až po výpočtu obsahu obou otvorů (využijeme vzorec pro výpočet obsahu kruhu):

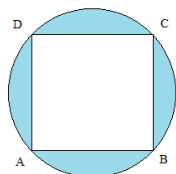
---

<sup>61</sup> ČAPEK, Karel. *Apokryfy*. Praha: Dokořán, 2009, s. 40. Netopýr, sv. 3. ISBN 978-807-3632-564.

<sup>62</sup> Tamtéž, s. 41.

**Příklad 2:**

Čtverci ABCD je opsána kružnice, vypočítejte obsah vzniklých úsečí. Strana čtverce je dlouhá 52 cm, průměr kružnice je 73,5 cm. Pokud je výsledek desetinné číslo, zaokrouhlete na maximálně dvě desetinná místa.

**Návod:**

1. Nejprve vypočítáme obsah čtverce ( $S = a \cdot a = a^2$ ):
2. Vypočtení obsahu kruhu (použijeme vzorec pro výpočet):
3. Obsah úsečí vypočítáme jako rozdíl vypočítaných obsahů:

**Příklad 3:**

Ověřte hodnotu čísla  $\pi$  (ze známých vztahů vyjádřete  $\pi$  a početně ověřte).

a) Obsah kruhu je  $26577 \text{ cm}^2$  a poloměr kružnice, kterou je tento kruh ohraničen je 92 cm. Vypočítané hodnoty zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

b) Obvod kružnice je 13 m a její průměr je 414 cm (pozor na jednotky!!!). Vyjádřete  $\pi$ .

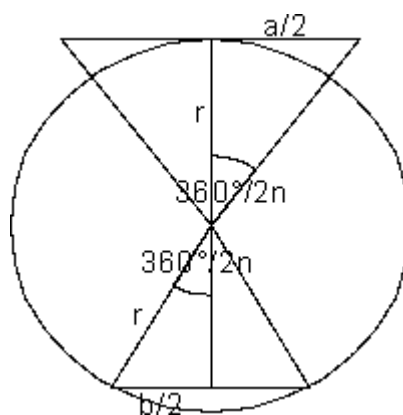
Jednoduchými výpočty jsme si vyjádřili konstantu  $\pi$  a z uvedených hodnot vypočítali jeho přibližnou hodnotu zaokrouhlenou na dvě desetinná místa.

### 4.1.2 Výpočet $\pi$ – verze pro žáky

V této kapitole je důležité zmínit, že budeme využívat goniometrické funkce sinus a tangens, které Archimédés ve své době ještě neznal. Avšak díky dnešním znalostem funkcí, si můžeme výpočet čísla  $\pi$  velice zjednodušit.

Využijeme k tomuto postupu kružnici opsané a vepsané  $n$ -úhelníky, které představují horní a dolní odhad hodnoty  $\pi$  (číslo se vlastně pohybuje v určitém intervalu). Podstatou metody je předpoklad, že kružnice představuje speciální případ pravidelného  $n$ -úhelníku, který má „nekonečně mnoho“ vrcholů.

Představme si tento obrázek:



**Obrázek 6 - Vepsaný, opsaný  $n$ -úhelník**

(Jak se počítá Ludolfovo číslo. In: *Koťovy stránky* [online]. [cit. 2015-04-03]. Dostupné z: [http://j.kocian.sweb.cz/\\_dalsi/ludolf/start.htm](http://j.kocian.sweb.cz/_dalsi/ludolf/start.htm))

Každý z trojúhelníků představuje část opsaného (horní trojúhelník) a vepsaného (dolní trojúhelník)  $n$ -úhelníka. Nyní si můžeme vyjádřit dle obrázku vztahy pro výpočet obvodu těchto  $n$ -úhelníků.

#### 1. Vepsaný $n$ -úhelník

Obvod vepsaného  $n$ -úhelníka vyjádříme takto:

$$o_n = n \cdot b$$

Potřebujeme si tedy vyjádřit stranu „ $b$ “, a to pomocí goniometrické funkce sinus:

$$\sin \alpha = \frac{\text{protilehlá strana}}{\text{přepona}}, \text{ tj.}$$

$$\sin \alpha = \frac{b}{r} / \cdot 2r$$



$$2 \cdot r \cdot \sin \alpha = b$$

Můžeme tedy „b“ a úhel „ $\alpha$ “ dosadit do původního vztahu pro obvod:

$$o_n = n \cdot 2 \cdot r \cdot \sin \frac{360^\circ}{2n}, \text{ tj.}$$

$$o_n = n \cdot 2 \cdot r \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}$$

## 2. Opsaný n-úhelník

Obvod opsaného n-úhelníka vyjádříme takto:

$$o_n = n \cdot a$$

Potřebujeme si tedy vyjádřit stranu „a“, a to pomocí goniometrické funkce tangens:

$$\sin \alpha = \frac{\text{protilehlá strana}}{\text{přilehlá strana}}, \text{ tj.}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\frac{a}{2}}{r} \cdot 2r$$

$$2 \cdot r \cdot \text{tg } \alpha = a$$

Můžeme tedy „a“ a úhel „ $\alpha$ “ dosadit do původního vztahu pro obvod:

$$o_n = n \cdot 2 \cdot r \cdot \text{tg } \frac{360^\circ}{2n}, \text{ tj.}$$

$$o_n = n \cdot 2 \cdot r \cdot \text{tg } \frac{180^\circ}{n}$$

Nyní si můžeme vyjádřit vztah mezi obvodem opsaného a vepsaného n-úhelníka:

$$n \cdot 2 \cdot r \cdot \sin \frac{180^\circ}{n} < o_k < n \cdot 2 \cdot r \cdot \text{tg } \frac{180^\circ}{n}, \text{ tj.}$$

$$n \cdot 2 \cdot r \cdot \sin \frac{180^\circ}{n} < 2 \cdot \pi \cdot r < n \cdot 2 \cdot r \cdot \text{tg } \frac{180^\circ}{n} \quad / \div 2 \cdot r$$

$$n \cdot \sin \frac{180^\circ}{n} < \pi < n \cdot \text{tg } \frac{180^\circ}{n}$$

Zde vidíme velice přehledně interval, ke kterému jsme chtěli dojít. Jedná se o vztah pro výpočet  $\pi$ . Pro ověření tohoto vztahu si můžeme zkusit dosadit libovolné n, nejlépe nějaké velké, v řádech desítek tisíců. Počítejte na kalkulačce. Po zvyšování hodnot n zjistíme, že se horní a dolní odhad stále více přibližuje hodnotě čísla  $\pi$ .

Nyní budou následovat dva návrhy pracovních listů, které žákům můžete v hodině matematiky rozdat k samostatnému vypracování.

Než žákům rozdáte první pracovní list, který se týká výpočtu  $\pi$ , povězte jim stručně historii, která se této konstanty týká.

Existence  $\pi$  se datuje od 2. tisíciletí př. n. l. v Babyloně. Názorným obrazem je zde obvod kružnice a jí opsaný pravidelný šestiúhelník. Babyloňané používali ve své době šedesátkovou soustavu, proto zlomek dělíme číslem 60. Za tímto vyjádřením můžeme vidět tvar zlomku, který je v soustavě desítkové:<sup>63</sup>

$$\frac{3}{\pi} = \frac{57}{60} + \frac{36}{60^2}, \text{ z toho } \pi \approx 3\frac{1}{8} = 3,125.$$

A co taková Bible? Koho by napadlo, že se zrovna v Bibli můžeme dozvědět něco z matematického soudku? Ani mě by to nenapadlo, ale je tomu tak. Ve Starém zákoně, v První knize Královské kapitole 7., verš 2., úryvek krátce popisuje rozměry Šalamounova domu. Jeho znění naleznete v úvodu pracovního listu. Na vypracování pracovního listu bychom žákům mohli stanovit 15 - 20 minut.

Druhý pracovní list obsahuje skript<sup>64</sup> psán v jazyce Perl. Pro spuštění skriptu je zapotřebí nainstalovat interpreter<sup>65</sup> jazyka na svém počítači. Interpreter, který si nainstalujeme, se jmenuje Strawberry Perl. Návod na celou instalaci můžete najít na stránkách:

<http://learn.perl.org/installing/windows.html>

Instalace je v anglickém jazyce, ale není problém dle ilustrace vše v pořádku nainstalovat. Podstatou tohoto skriptu je naprogramování přibližného výpočtu  $\pi$  pomocí opsaných a vepsaných  $n$ -úhelníků kružnice.

Více informací můžete o tomto skriptu a interpreteru najít na různých internetových stránkách, po zadání jeho názvu do jakéhokoliv vyhledávače.

Tento pracovní list využijete nejspíše v hodině informatiky nebo matematiky, kdy pracujete s žáky v matematických programech na počítači. Předepsaný kód vložte

---

<sup>63</sup> BECKMANN, Petr. *Historie čísla  $\pi$* . 1. vyd. Praha: Academia, s. 19. ISBN 80-200-0655-9.

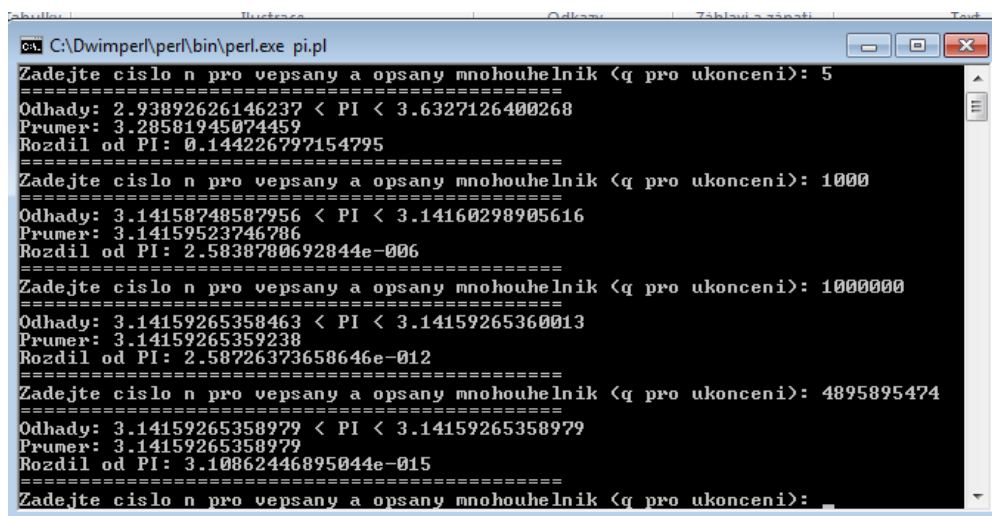
<sup>64</sup> Spustitelný soubor s programem ve skriptovacím jazyce (interpretovaný zdrojový kód). ([www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org))

<sup>65</sup> Speciální software (počítačový program), který umožňuje interpretovat zápis jiného programu v jeho zdrojovém kódu ve zvoleném programovacím jazyce. ([www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org))

vypracovaný v dokumentu Microsoft Word žákům na školní disk, ke kterému mají všichni přístup. Dle svého uvážení rozhodněte, zda si žáci kód zkopírují do příslušného editoru nebo opíší z promítacího plátna (v tomto případě dokument s kódem nevkládějte na školní disk). Poté zadávají žáci hodnotu  $n$  dle svého uvážení. Doba vhodná pro vypracování pracovního listu je zcela na volbě učitele.

Výsledkem celého „pokusů“ je vypořádání toho, že čím budeme zadávat  $n$  větší, tím se bude horní a dolní hodnota čísla  $\pi$  více přibližovat velice přesnému odhadu této konstanty.

Výsledný program by měl vypadat takto:



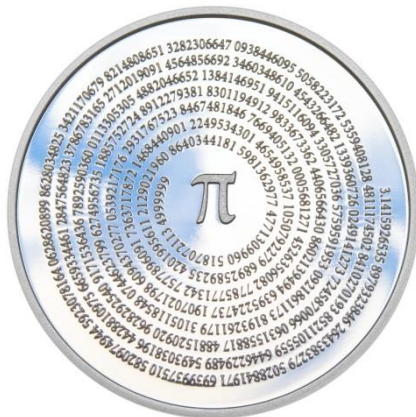
```
C:\Dwimperl\perl\bin\perl.exe pi.pl
Zadejte cislo n pro vepsany a opsany mnohouhelnik <q pro ukonceni>: 5
=====
Odhad: 2.93892626146237 < PI < 3.6327126400268
Prumer: 3.28581945074459
Rozdil od PI: 0.144226797154795
=====
Zadejte cislo n pro vepsany a opsany mnohouhelnik <q pro ukonceni>: 1000
=====
Odhad: 3.14158748587956 < PI < 3.14160298905616
Prumer: 3.14159523746786
Rozdil od PI: 2.5838780692844e-006
=====
Zadejte cislo n pro vepsany a opsany mnohouhelnik <q pro ukonceni>: 1000000
=====
Odhad: 3.14159265358463 < PI < 3.14159265360013
Prumer: 3.14159265359238
Rozdil od PI: 2.58726373658646e-012
=====
Zadejte cislo n pro vepsany a opsany mnohouhelnik <q pro ukonceni>: 4895895474
=====
Odhad: 3.14159265358979 < PI < 3.14159265358979
Prumer: 3.14159265358979
Rozdil od PI: 3.10862446895044e-015
=====
Zadejte cislo n pro vepsany a opsany mnohouhelnik <q pro ukonceni>: _
```

Obrázek 7 - Perl

Pokud vám pracovní list bude připadat moc složitý, program v hodině otevřete a žákům jeho funkci ukažete sami na promítacím plátně.

## Pracovní list II. A (Počítej s číslem $\pi$ )

„23. Udělal také moře slité desíti loket od jednoho kraje k druhému, okrouhlé vůkol: pět loket byla vysokost jeho, a okolek třiceti loket obkličoval je vůkol.“<sup>66</sup>



**Obrázek 8 - Konstanta "Pi"**

(Konstanta Pi. In: *Pražská mincovna* [online]. [cit. 2015-04-03]. Dostupné z:

[http://eshop.prazskamincovna.cz/Detail\\_Mince\\_A.htm?id=5177](http://eshop.prazskamincovna.cz/Detail_Mince_A.htm?id=5177))

### Úloha č. 1:

Napište vzorec pro výpočet obsahu kruhu a obvodu kružnice. Co se vyskytuje za zvláštnost v těchto vzorcích?

Obsah:

Obvod:

### Otázka č.1:

O konstantě  $\pi$  jste určitě slyšeli. Jakou hodnotu této konstanty používáme v našich výpočtech? (Správnou odpověď zakroužkuj):

- a) 3,15
- b) 3,2
- c) 3,14
- d) 4,13

<sup>66</sup> VESELÝ, Jiří. *Základy matematické analýzy*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2004, sv. 1, s. 6, ISBN 80-86732-29-0.

**Otázka č. 2:**

Který slavný matematik ve starověku pracoval s touto konstantou a určil její přibližnou hodnotu pomocí opsaných a vepsaných  $n$ -úhelníků?

**Úloha č. 2:**

Pomocí kružítka narýsujte kružnici a vypočítejte její obsah a obvod. Zvolte si libovolný poloměr, který si nezapomeňte zapsat.

## Pracovní list II. B (Naprogramuj si $\pi$ )



Obrázek 9 - Padre

(Padre, the Perl IDE. In: *Jacob bioinformatics web log* [online]. [cit. 2015-04-02]. Dostupné z:  
<http://www.langebio.cinvestav.mx/bioinformatica/jacob/?p=241>)

Na ploše si otevřete program s ikonou modrého Motýla *Padre, the Perl IDE* a přepište nebo okopírujte (dle pokynů učitele) kód přesně podle přiloženého vzoru. Vše zadávejte bez diakritiky, aby ve výsledném zobrazování nedošlo k nečitelnosti znaků.

```
use Math::Trig;
$PI = 3.14159265358979;
while (){
print "Zadejte cislo n pro vepsany a opsany mnohouhelnik (q pro ukoncení): ";
$n = <STDIN>;
chomp $n;
if($n == "q" || $n == "Q") {last;}
$dolni_odhad = $n * sin(deg2rad(180/$n));
$horni_odhad = $n * tan(deg2rad(180/$n));
print "=====\n";
print "Odhady: $dolni_odhad < PI < $horni_odhad\n";
$prumer = ($horni_odhad + $dolni_odhad)/2;
print "Prumer: $prumer \n";
$rozdil = $prumer - $PI;
print "Rozdil od PI: $rozdil\n";
print "=====\n";}
```

### Kód programu zapsaný v jazyku Perl

Po zadání kódu zmáčkněte ikonu vpravo nahoře pro spuštění „play“ (trojúhelníček) a podle pokynů zadávejte hodnoty pro  $n$  od menších hodnot k hodnotám větším. Pozorujte změnu přibližného výpočtu  $\pi$  jak při dolním, tak horním odhadu. Zadávejte hodnoty v řádech desítek, tisíců, ale i milionů.

## 4.2 Počítání písku

Nedochovaným dílem, ve kterém se poprvé Archimédés zmiňuje o číselném systému, jsou *Počátky*. Druhým dílem, kde se můžeme setkat s Archimédovským číselným systémem, je *Počítání písku*.

Ve starověkém Řecku používali k zápisu čísel tzv. alfabétu, která obsahovala 24 písmen. Avšak pro označení 9 jednotek, 9 desítek a 9 stovek bylo zapotřebí použít ještě 3 stará písmena: stigma (6), koppa (90) a sampí (900). Po několika transformacích byl systém rozšířen. Pro označení čísel v řádech desetitisíců, či čísel, která se nedala žádným způsobem vyjádřit, používali Řekové slovo myriada.<sup>67</sup>

Archimédés začal zpochybňovat dřívější význam slova myriada, jakožto označení obrovského množství, které je nepočitatelné, či nevyjádřitelné. Při dokazování opaku využil přirovnání k sféře hvězd a množství písku, které by mělo tuto sféru zaplnit.<sup>68</sup>

Zamysleme se nad tím, co potřebujeme vědět, abychom spočítali počet zrněk písku, která zaplní Vesmír. Jak je vůbec velký Vesmír a sféra hvězd? A jak je velké či malé zrnko písku? Stejně tak, jako si my dnes pokládáme tyto otázky, i Archimédés si je položil a zauvažoval nad nimi.

Pro zjištění velikosti Vesmíru si určil podmínky na základě tehdejších astronomických spisů, ze kterých stanovil horní odhad průměru Vesmíru na nejvýše  $10^{10}$  stadií (cca 157 – 193 cm).<sup>69</sup> Zrnka písku srovnával se zrnky máku – „do zrnka máku se vejde nejvýše 1 myriada ( $10^4$ ) zrněk písku“<sup>70</sup> a „průměr zrnka máku je menší než 1 čtyřicetina palce.“<sup>71</sup> (1 palec = 2,634 cm)

Můžeme si všimnout, že se Archimédés snažil co nejvíce zmenšit zrnko máku a tím zvětšit počet zrněk písku v zrnku máku.<sup>72</sup> Což je docela nepředstavitelné a pro někoho možná nesmyslné. Však Archimédés věděl, co dělá.

---

<sup>67</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 55 - 56. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>68</sup> Tamtéž.

<sup>69</sup> Tamtéž, s. 58.

<sup>70</sup> Tamtéž.

<sup>71</sup> Tamtéž.

<sup>72</sup> Tamtéž, s. 59.

Po dalších úvahách Archimédés došel k výsledku  $10^{51}$  – počet pískových zrn, které by zaplnily vesmír. Poté se snažil omezit na sféru hvězd, která podle něj v průměru zabírá  $10^{14}$  stadií. A tuto sféru by zaplnilo  $10^{63}$  pískových zrn.<sup>73</sup>

Archimédův číselný systém (převzato ze studie J. Bečváře – Pískový počet<sup>74</sup>):

1. Číslo prvního řádu:

$$\underbrace{1, \dots, 10^4}_{1. \text{ myriada}}, \underbrace{10^4 + 1, \dots, 2 \cdot 10^4}_{2. \text{ myriada}}, \underbrace{2 \cdot 10^4 + 1, \dots, 3 \cdot 10^4}_{3. \text{ myriada}}, \dots, \dots, \underbrace{10^4 \cdot 10^4 = 10^8}_{10^4 - tá \text{ myriada}} \text{ (jednotka druhého řádu)}$$

2. Číslo druhého řádu:

$$\underbrace{10^8 + 1, \dots, 2 \cdot 10^8}_{10^8 \text{ prvků}}, \underbrace{2 \cdot 10^8 + 1, \dots, 3 \cdot 10^8}_{10^8 \text{ prvků}}, \dots, \dots, \underbrace{10^8 \cdot 10^8 = 10^{16}}_{10^8 \text{ prvků}} \text{ (jednotka třetího řádu)}$$

3. Číslo třetího řádu:

$$\underbrace{10^{16} + 1, \dots, 2 \cdot 10^{16}}_{10^{16} \text{ prvků}}, \underbrace{2 \cdot 10^{16} + 1, \dots, 3 \cdot 10^{16}}_{10^{16} \text{ prvků}}, \dots, \dots, \underbrace{10^8 \cdot 10^{16} = 10^{24}}_{10^{16} \text{ prvků}} \text{ (jednotka čtvrtého řádu)}$$

4. Číslo čtvrtého řádu, která jsou zakončena  $10^{32}$

5. Číslo pátého řádu, která jsou zakončena  $10^{40}$

⋮

Došel až k řádu myriady myriad ( $10^8$  – tá čísla). Pokud se zpětně podíváme na posloupnosti čísel uvedené výše, můžeme si všimnout, že každé číslo má v základu  $10^8$ . Tvrdíme tedy, že tyto posloupnosti čísel tvoří geometrickou posloupnost.<sup>75</sup>

„*Lidé jsou stvořeni k tomu, aby kontemplovali a přemýšleli o vesmíru. Oni sami nedosahují této vrcholné dokonalosti, ale jsou součástí této dokonalosti.*“<sup>76</sup>(Marcus Tullius Cicero)

#### 4.2.1 Zrnka písku – verze pro žáky

Málokdo si dokáže představit enormní množství, které lze vyjádřit číselnou řadou. A proto Archimédés zvolil k přirovnání písek a Vesmír či sféru hvězd. Písková zrnka

<sup>73</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 59 - 61. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>74</sup> Tamtéž, s. 56.

<sup>75</sup> Tamtéž.

<sup>76</sup> Citáty slavných: Vesmír. In: *Citáty slavných osobností* [online]. [cit. 2015-03-21]. Dostupné z: <http://www.citaty-slavnych.cz/vyhledavani/vesmir>



jsou tak nepatrně malá a Vesmír tak neprozkoumaně velký. Žákům můžeme prezentovat pro větší představu na obrázku, kde Vesmír představuje nějakou omezenou oblast, intuitivně kružnici, a v ní mnoho menších kružnic (či teček).

Rozdělení číselného systému dle Archiméda na myriady a myriady miriad je však pro žáky základních škol složitá. Proto bych jako alternativu uvedla číselné soustavy, jaké používáme dnes. Většina žáků na otázku „*jaké znají největší číslo?*“ odpoví milion nebo miliardu. Málom který bude znát i další čísla, která v řadě následují. To ostatně neví ani leckterý dospělý.

Proto hodinu matematiky můžeme zpestřit uvedením obrovských číselných soustav, které žáky zaujmou. Budou fascinováni tím, jak velká čísla mohou existovat.

Začneme tedy od desítek. Pro lepší názornost uvedu tabulku:

| Hodnota   | Název           |
|-----------|-----------------|
| $10^1$    | desítky         |
| $10^2$    | stovky          |
| $10^3$    | tisíce          |
| $10^6$    | miliony         |
| $10^9$    | biliony         |
| $10^{12}$ | triliony        |
| $10^{15}$ | kvadriliony     |
| $10^{18}$ | kvintiliony     |
| $10^{21}$ | sextiliony      |
| $10^{24}$ | septiliony      |
| $10^{27}$ | oktiliony       |
| $10^{30}$ | nontiliony      |
| $10^{33}$ | deciliony       |
| $10^{36}$ | undeciliony     |
| $10^{39}$ | bideciliony     |
| $10^{42}$ | tredeciliony    |
| $10^{45}$ | kvadrodeciliony |
| $10^{48}$ | kvintodeciliony |
| $10^{51}$ | sexdeciliony    |

**Tabulka 1 - Číselný systém (Desítková soustava)**

(Desítková soustava. In: *WIKIPEDIA: Otevřená encyklopedie* [online]. 2001 [cit. 2015-04-02].

Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Des%C3%ADtkov%C3%A1\\_soustava](http://cs.wikipedia.org/wiki/Des%C3%ADtkov%C3%A1_soustava))

K tématu není navrhnut pracovní list, berte tuto látku spíše jako zpestření hodiny. Můžete s žáky látku procvičit hrou „početní král“, kdy vyhraje žák, který řekne největší číslo, které si zapamatoval z uvedené řady.

### 4.3 Rovnováha rovinných útvarů neboli těžiště rovinných útvarů

Pro začátek bych ráda upozornila na to, že pozůstatek tohoto Archimédova díla existuje zatím pouze v anglickém jazyce. Český překlad je ve fázi zpracování Proto také zmiňuji pouze strukturu a stručný obsah daných částí díla.

Archimédovo dílo *O rovnováhách rovinných útvarů neboli těžiště rovinných útvarů* obsahuje 15 vět. Hlavní úlohou je nalezení těžiště rovnoběžníků, trojúhelníků a lichoběžníků.

Na začátku jsou zmíněné požadavky, které jsou nutné proto, aby platilo to, co následuje v dalších větách týkajících se rovnováhy a těžišť rovinných útvarů. Tyto požadavky zahrnují podmínky pro závaží a těžiště s ním související.<sup>77</sup>

Další sérii vět tvoří zákon rovnováhy na páce, které se spíše týkají fyziky. Věty devět až deset se týkají rovnoběžníku a popisují, kde se nachází těžiště tohoto útvaru.<sup>78</sup> Rovnoběžníkem rozumíme útvar, který má 4 strany, které jsou vzájemně rovnoběžné a 4 vrcholy, jejichž součet vnitřních úhlů je roven  $360^\circ$ .

Věty jedenáct až čtrnáct jsou větami o trojúhelnících, ze kterých vyplývá, že těžiště trojúhelníka leží v průniku čar, které jsou vedeny z každého vrcholu na střed protilehlé strany.<sup>79</sup>

A poslední dochovanou větou je věta týkající se lichoběžníku. U lichoběžníku najdeme dvě rovnoběžné strany, které spojují další dvě protilehlé strany, které však rovnoběžné nejsou. Sestavení těžiště tohoto útvaru je poměrně náročné.<sup>80</sup>

Archimédés ve svém spisu sporem dokázal, že těžiště leží v průniku úseček, které jsou spuštěny ze středů stran.

#### 4.3.1 Těžiště trojúhelníka – verze pro žáky

Těžiště trojúhelníku je náplní učiva v 6. třídě základní školy. Co je to těžiště? Těžištěm nazýváme působíště tíhové síly. Je to bod, ve kterém je výsledný moment působících sil na

---

<sup>77</sup> HEATH, Thomas Little. *The works of Archimedes*. Mineola, N.Y.: Dover Publications, 2002, s. 189 - 190. ISBN 04-864-2084-1.

<sup>78</sup> Tamtéž, s. 195 - 196

<sup>79</sup> KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*. Praha: Academia, 1969, s. 145 - 146. ISBN 507-21-875.

<sup>80</sup> HEATH, Thomas Little. *The works of Archimedes*. Mineola, N.Y.: Dover Publications, 2002, s. 201. ISBN 04-864-2084-1.

určité těleso nulový (jinak také můžeme říci, že pokud podepřeme těleso v těžišti, pak je takové těleso v rovnováze). Jestliže se budeme zabývat pravidelnými tělesy (křivkami), pak těžiště nalezneme v jejich geometrickém středu.

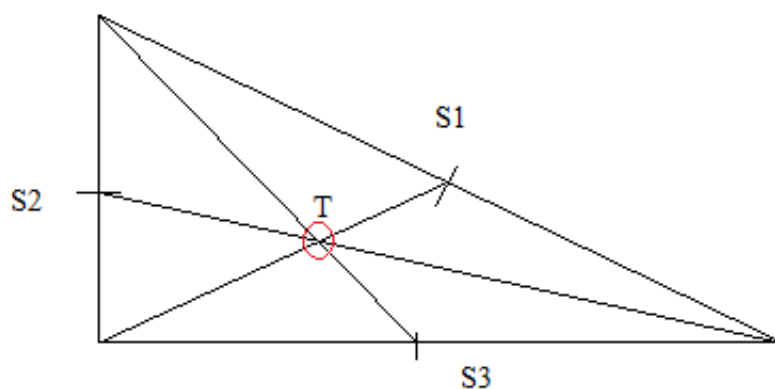
Jelikož už víme co je těžiště, snadno nalezneme těžiště úsečky, které v tomto případě potřebujeme – leží v jejím středu.

Nejprve se žákům vysvětlí základní pojmy, které se týkají trojúhelníka a naučí se pravidla pro jeho konstrukci. Důležitou součástí, týkající se konstrukce trojúhelníka, jsou jeho vnitřní a vnější úhly. Existují speciální druhy trojúhelníků, a to rovnostranné, které mají všechny tři strany stejně dlouhé a rovnoramenné, jež mají dvě strany = ramena stejné. Až poté, co žáci ovládají tyto základní znalosti, se můžeme pustit do konstrukce těžnic trojúhelníku, a tím nalezení těžiště, které je jejich průsečíkem.

Představíme si, že trojúhelník je složen z úseček rovnoběžných s jednou zvolenou stranou. Pak těžiště každé této úsečky bude ležet v jejím středu. Všechny tyto středy leží na spojnici středu zvolené strany a protějšího vrcholu. Dostáváme tak významnou úsečku v trojúhelníku, kterou budeme nazývat těžnice. Podepřeme-li trojúhelník na celé těžnici, bude v rovnováze („nepřeklopí se ani jedna strana“). Těžiště je tedy bod, který musí ležet na této těžnici.

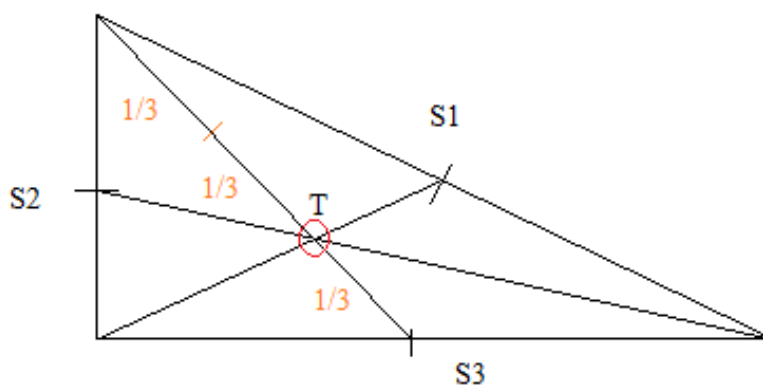
Pokud bychom dále zvolili jinou stranu, dostali bychom další těžnici – těžiště opět musí ležet na ní. Těžiště tedy leží na obou těchto těžnicích zároveň (je průsečíkem). Podobně těžiště musí ležet i na třetí těžnici a všechny tři těžnice mají jeden společný bod – TĚŽIŠTĚ.

Představme si tedy nějaký nepravidelný trojúhelník s různými stranami. Dle znalostí o tom, jak najít střed úsečky či strany, si takovýto střed nalezneme a označíme na každé straně našeho trojúhelníka. A následně tyto středy spojíme s protějšími vrcholy.



**Obrázek 10 - Těžiště trojúhelníka**

Ted' si můžeme pravítkem ukázat velice zajímavou věc, která nám zde po této konstrukci vznikla. „T“ je bod, který je průnikem těžnic. Přeměříme si části těžnic tak, že změříme část před bodem „T“ a za bodem „T“. Hodnoty si zapíšeme pro lepší názornost. Co zjišťujeme po změření? Bod „T“ nám každou úsečku rozdělil na dvě části. Část kratší a druhou, která je přesně dvakrát delší. Těžnice je tedy rozdělena na  $\frac{3}{3}$ , z nichž kratší část tvoří  $\frac{1}{3}$  a druhá  $\frac{2}{3}$ .

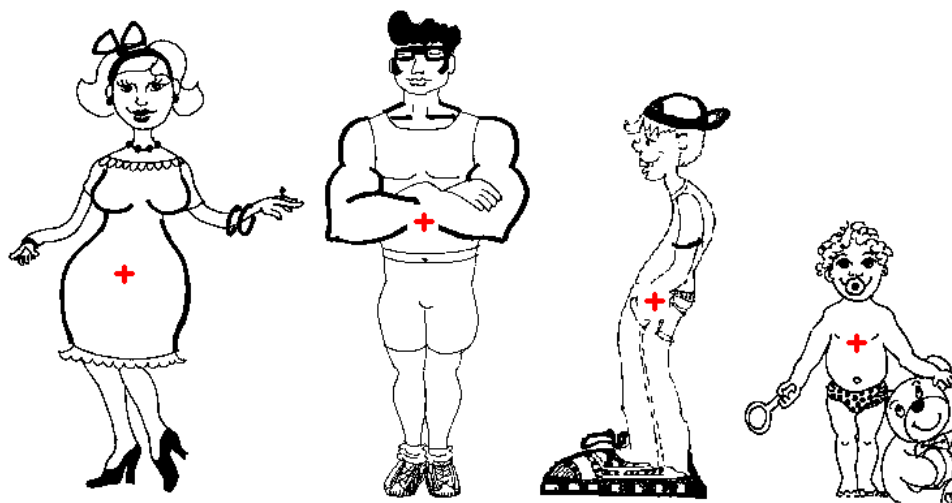


**Obrázek 11 - Poměr rozdělení těžnic v trojúhelníku**

Pro lepší názornost s dětmi můžeme vystříhnout trojúhelník z papíru, na který si poté narýsují těžnice. Na těžnicích si tento trojúhelník podepřeme například pravítkem. Úkolem pro žáky bude najít těžiště jako průsečík těžnic a trojúhelník podepřít hrotem kružítka v tomto jediném bodě – měl by být v rovnováze.

Nyní následuje pracovní list, na který žákům stanovte 20 minut času.

### Pracovní list III. (Sestrojte těžnice)



Význam celkového těžiště těla: myšlený bod, do něž umísťujeme tíhovou sílu. Je důležitý zejména tam, kde zjednodušíme mechanickou analýzu pohybu na pohyb hmotného bodu. V tzv. základním anatomickém postoji (stoj spatný, paže podél těla, dlaně vpřed) se celkové těžiště těla nachází přibližně ve výši 2. křížového obratle, u žen je to asi o 1 – 2 % níže než u mužů (rozdílné rozměry pánve). V průběhu ontogenetického vývoje (do dospělosti) se těžiště posouvá níže (kojenci a batolata = větší hlava v porovnání s trupem a končetinami)

**Obrázek 12 - Těžiště lidského těla**

(Těžiště lidského těla. In: *Patobiomechanika a Patokinesiologie: KOMPENDIUM* [online]. [cit. 2015-04-03]. Dostupné z: [http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpk/kompendum/biomechanika/geometrie\\_teziste.php](http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpk/kompendum/biomechanika/geometrie_teziste.php))

#### Úloha:

Sestrojte těžnice trojúhelníka ABC a vyznačte těžiště. Trojúhelník má rozměry:  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $c = 7 \text{ cm}$ .

#### Otázka:

V jakém poměru dělí těžiště těžnice v trojúhelníku?

## 4.4 Kratochvíle

Z díla *Stomachion* jsou dochovány dva fragmenty, a to řecký a arabský. Tyto zlomky jsou velice krátké, pomáhají nám zmínky antických autorů. V antice se setkáváme s podrobným popisem hlavolamu římského básníka Decima Ausonia. Za druhé svědectví považujeme báseň, která má v názvu přímo slovo „stomachion“, jejímž autorem je Magnus Felix Ennodius (biskup v Pavii). Dalšími zmínkami jsou pojednání latinských gramatiků, jedním z nich je Marius Victorinus, který ve svém díle zmiňuje „archimédovskou krabičku“ obsahující čtrnáct kousků ze slonoviny. Hra sloužila pro děti k procvičení paměti, tj. vybavování si původních tvarů a jejich opětovné sestavení. Další výhodou je také objevování nových tvarů, pro rozvoj představivosti a fantazie.<sup>81</sup>

Vědci se domnívají, že Archimédés hledal počet kombinací sestavení 14 částí hlavolamu. V roce 2003 bylo nalezeno 536 možností sestavení na PC. Vyloučena byla řešení, která vznikají rotací a zrcadlením.

Zlomkem, který se dochoval k dílu *Stomachion*, je arabský text ve dvou kodexech uložených v knihovně v Berlíně. Byl nalezen švýcarským historikem matematiky Heinrichem Suterem.<sup>82</sup>

Zde dokazujeme to, že všech 14 dílů ze čtverce, je k němu v racionálním poměru. Čtverec na části dělíme postupně. Nejprve je čtverec rozdělen na dva čtyřúhelníky, které jsou dále děleny - oba na dalších sedm dílů. Každá strana ve čtverci je vytvořena v určitém poměru k dalším stranám. Tento důkaz můžete najít v českém překladu Eukleidových *Základů*.<sup>83</sup>

### 4.4.1 Hlavalam – verze pro žáky

Určitě jste někdy slyšeli o hříčce „Tangram“, která vznikla ve staré Číně před 1000 let. Jedná se o čtverec, který je pomyslně rozdělen na 7 různých částí (geometrických tvarů), z nichž lze sestavovat různé obrazce lidí, zvířat a věcí. V 19. století dostáváme možnost si tento hlavolam poprvé vyzkoušet i my ve střední Evropě.

---

<sup>81</sup> HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, s. 89 - 92. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

<sup>82</sup> Tamtéž, s. 93 - 98.

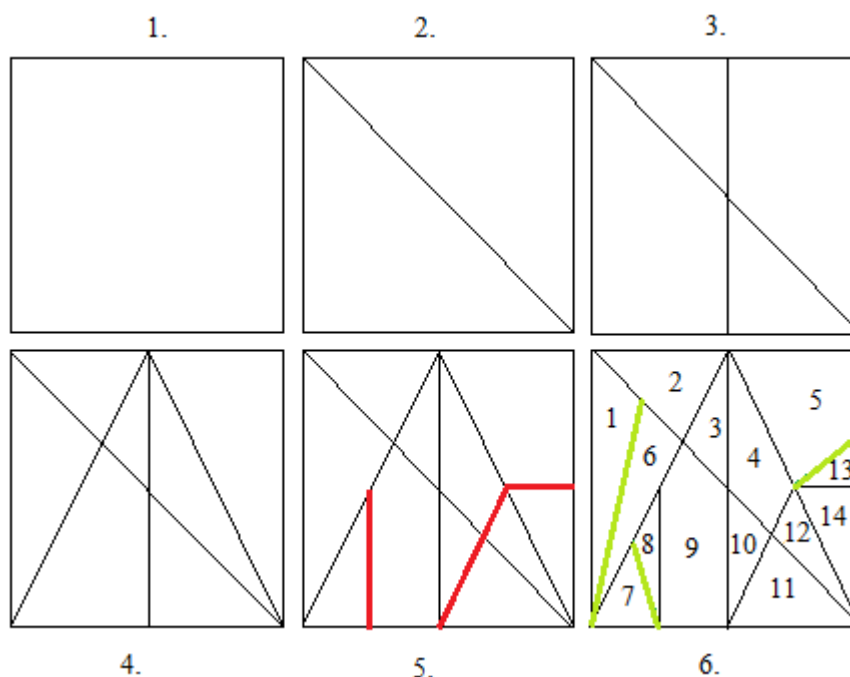
<sup>83</sup> Tamtéž, s. 93 - 94.

Nejjednodušším způsobem, jak si hlavolam sami vyrobit, je vzít papír a 7 různých tvarů si vystříhnout. Stanovit si požadovaný tvar a pustit se do toho.

Dnes v době moderních technologií se setkáváme i s aplikacemi „Tangram“, které jsou určeny na „chytré“ mobilní telefony.

Ale proč se o tom zmiňovat? Archimédovo dílo *Stomachion* (nebo také *Kratochvíle*), je spis, který popisuje také stejnojmenný hlavolam stomachion. Čtverec ze slonoviny, rozdělen na 14 různých dílků, z toho 1 pětiúhelník, 2 čtyřúhelníky a ostatní jsou různé trojúhelníky. Uvádí se, že Tangram je nejstarší skládací hlavolam, avšak na stejném principu funguje i tento Archimédův hlavolam. Jen málokdo stomachion zná, ale je mnohem starší než Tangram.

Při zacházení s hlavolamem rozvíjíme u žáka zručnost se zacházením s pravítkem a přesnost v rýsování. Dále se zaměříme na paměť, fantazii a nápaditost dítěte.



**Obrázek 13 - Stomachion "krok za krokem"**

Tento obrázek žákům předkreslíme na tabuli, aby si mohli tvary narýsovat a pracovat dle pracovního listu.

Dalším způsobem, jak si s hlavolamem „pohrát“, by také byla možnost vypočítat si obsah alespoň některých dílků skládačky stomachion. Pokud se strana výchozího čtverce rovná 12, pak všechny obsahy jednotlivých dílků jsou celočíselné, což je velice zajímavé.

Než listy rozdáte, přečtete žákům příběh z Foglarových Rychlých šípů.

Chlapcům se podaří objevit tajný deník ztraceného vynálezce, ve kterém se dočítají o tajuplném vynálezu. A tak Rychlé šípy láká do Stínadel touha po nalezení další části deníku. Tu nakonec nalézají ve staré zvonici kostela. V této části se dozvídají, že tajemným vynálezem má být létající kolo. Plánek tohoto vynálezu ukryl Tleskač do ježka v kleci, kde je také návod na to, jak ježka z klece vytáhnout, což je docela absurdní.

Chlapci se setkávají s kandidátem na Velkého Vonta<sup>84</sup> Otou Losnou, s kterým se Rychlé šípy spřátelí a prozradí Otovi tajemství o návodu na hlavolam. Ota jim za tyto informace slíbí, že ihned po výhře zapůjčí chlapcům ježka, který je symbolem Velkého vontství.

Ježka se bohužel zmocní otec druhého kandidáta Mažňák, který byl mistrem samotného Jana Tleskače a po návodu na létající kolo samozřejmě touží. Bohužel i s ježkem padá do stoky a hlavolam se ztrácí. Umírá na infekci způsobenou loknutím vody ze špinavé stoky.

Pojďme si taky vyřešit jeden hlavolam, ne sice ježka v kleci, ale Archimédovo stomachion.

Pracovní list, který následuje, můžete použít jak v hodině matematiky na procvičení konstrukce trojúhelníka pomocí kružítka a pravítka, tak v hodině pracovních činností. Tam by to bylo asi z časového hlediska vhodnější.

Na procvičení doporučuji 30 minut času. Podle potřeb si čas upravte.

---

<sup>84</sup> Velký Vont = náčelník chlapecké organizace Vontů ze Stínadel, odznakem je Ježek v kleci.



## Pracovní list IV. (Sestav si sám)

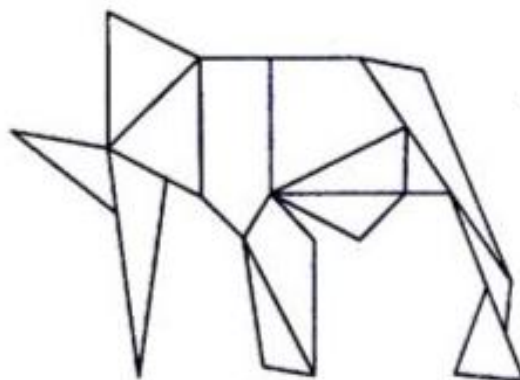
Skupinka chlapců, kteří tvoří klub Rychlé šípy, začínají vydávat časopis Tam-Tam, do kterého shánějí různé zajímavé i záhadné informace. Zde se poprvé vydávají do tajemné čtvrti Stínadla, ve které žije starý kostelník. Ten chlapcům poví o ztraceném vynálezci Janu Tleskačovi a jeho hlavolamu zvaném „Ježek v kleci“.

Máte rádi hlavolamy?

### Poskládej si slona

Nejprve si narýsujeme na papír čtverec a do něj příslušné tvary podle obrázku na tabuli a poté vystříhněte. Pokud vám není jasný některý rozměr, zeptejte se svého učitele.

Podle předložené šablony, na kterou se budete asi minutu dívat, sestavte slona:



**Obrázek 14 - Slon**

(Tamgran Stomachion: Elefante. In: [online]. [cit. 2015-03-21]. Dostupné z: <http://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/CD%20materiales/tamgranstomachion.htm>)

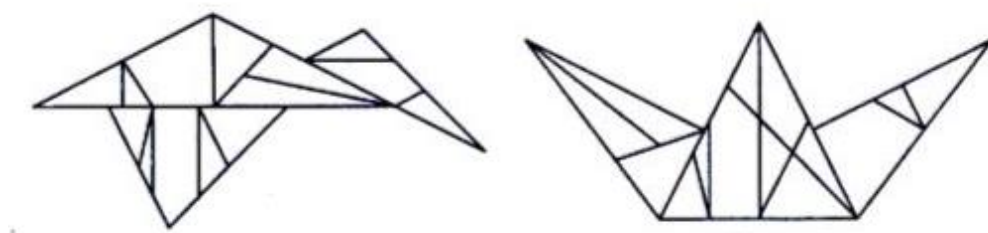
Po 15 – ti minutách slona vyhodnotíme. Komu se ho podařilo sestavit nejlépe nebo čí tvar se nejvíce podobal zadanému.

### Vrat' se ke čtverci

Po splnění předchozího úkolu, opět slona rozložte. Snažte se z částí sestavit původní čtverec. Které sestavování pro vás bylo těžší?

Popřípadě zkuste sestavit podle své fantazie z dílků zvíře nebo nějakou jinou věc. Zhodnoťte a srovnejte si se sousedem své „dílo“.

**Pro zájemce (na doma či při rychlém vyřešení předchozích hlavolamů)**



**Obrázek 15 - Pták v letu, Koruna**

(Tamgran Stomachion. In: [online]. [cit. 2015-03-21]. Dostupné z:  
<http://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/CD%20materiales/tamgranstomachion.html>)

## Závěr

Bakalářská práce je členěná do dvou částí. První z nich je část teoretická, která je rozdělena do tří kapitol. V první jsem se zaměřila na seznámení s životem Archiméda, zde jsme mohli nahlédnout do Syrakús. Další podkapitolou je historka „O koruně krále Hierona“.

Druhou kapitolu tvoří Archimédovo dílo. Vybraná díla jsou stručně charakterizována. Při zpracovávání třetí kapitoly teoretické části jsem hledala odkazy, které nám Archimédés zanechal. Nahlédla jsem tedy do současných učebnic matematiky a fyziky, ze kterých se učí žáci 2. stupně na základních školách.

Při zpracovávání teoretické části jsem pracovala s řadou knižních publikací, které předkládají informace o Archimédově díle. Po jejich prostudování jsem si sama ověřila, že tyto úvahy jsou složité (tak jako dříve v historii). Ovšem je důležité brát v úvahu to, že se matematika stále vyvíjela a vyvíjí i dnes. Proto také řada vědců pracuje na zdokonalování znalostí o Archimédově díle a metodách.

Archimédés byl samozřejmě velkým fyzikem a není snad člověka, který by neznal jeho zákon. Musíme si ale uvědomit, že se zasloužil hlavně o velké pokroky v oblasti matematiky. Snažila jsem se přiblížit Archimédův odkaz v matematice tak, aby byl srozumitelný pro většinu učitelů, studentů oborů matematiky, ale i žáky základních škol. A to i za použití matematických disciplín, které Archimédés k dispozici při svém bádání neměl. Ve své době vypracovával své teorie za pomoci geometrie. Dnes můžeme pracovat s goniometrií a dalšími odvětvími matematiky, které nám velice pomáhají při pochopení, alespoň z velké části, Archimédova složitého díla.

Proto jsem v rámci praktické části vytvořila metodickou příručku pro učitele. Tato příručka je rozdělena do kapitol podle toho, jakým dílem se zabývá. Každý text obsahuje část, která slouží pro učitele a část, která by mohla být přednesena žákům 2. stupně na základních školách.

V pracovních listech, které jsem vytvořila na koncích kapitol metodické příručky, jsou uvedeny příklady, úlohy, popřípadě kontrolní otázky. Tyto listy slouží pouze jako návrh. Na jejich zpracování ve třídě a vyhodnocení bych se zaměřila v navazující magisterské (diplomové) práci. Tato příručka by měla sloužit učitelům žáků 2. stupně na základní škole. A také zájemcům o matematiku.

Při čtení práce jste si sami mohli (dle svého uvážení) ověřit, jak moc je Archimédovo dílo složité a není jednoduché jej zpracovat tak, aby mu každý porozuměl.

Doufám, že má metodická příručka pro učitele bude srozumitelná i využitelná. A také doufám v to, že práce splnila svůj účel a bude teoreticky i prakticky přínosná nejen pro učitele a žáky na základních školách, ale také pro ty, kteří matematiku nemají v oblibě a potřebují dle tohoto materiálu zpracovat svoji seminární práci.

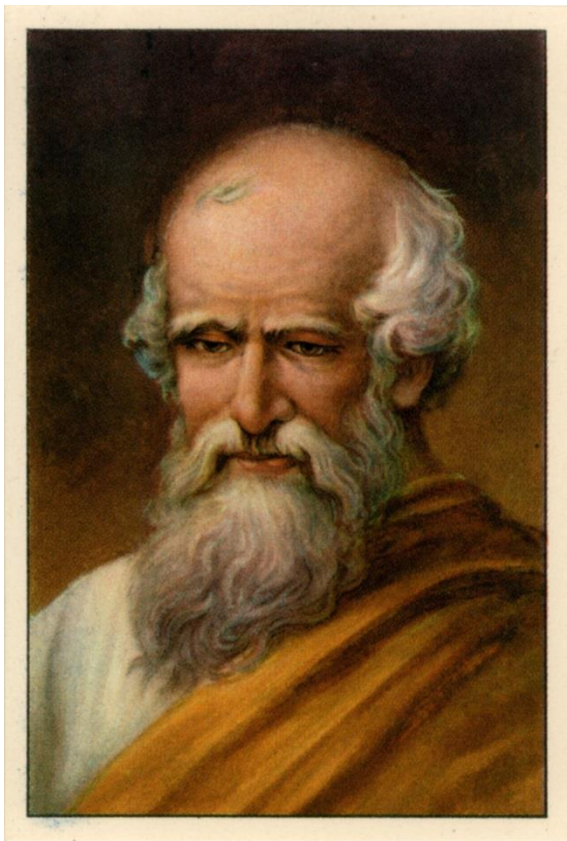
*„Matematika je umění dávat stejná jména různým věcem.“*<sup>85</sup>(Jules Henri Poincare)

---

<sup>85</sup> Citát. In: *Vtipy z vysoké školy a vědecký humor* [online]. [cit. 2015-04-08]. Dostupné z: [vs-vtipy.tonikovo.cz/vtipy/citaty/](http://vs-vtipy.tonikovo.cz/vtipy/citaty/)

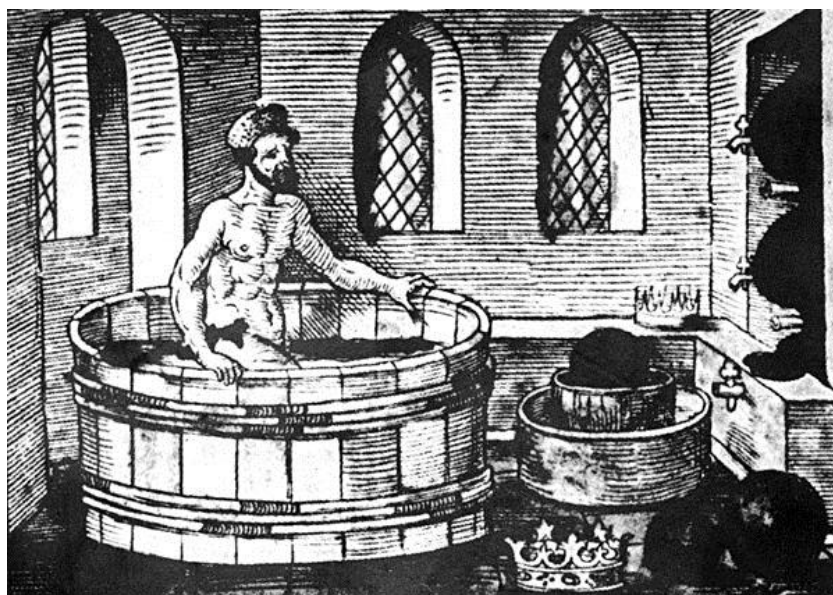
## Přílohy

### Příloha č. 1 – Obrazy Archiméda



(Archimedes of Syracuse: Son of Hephaestus. In: *Camphalf-blood WIKI* [online]. [cit. 2015-03-23].

Dostupné z: <http://camphalfblood.wikia.com/wiki/Archimedes>)



(Archimedes bath. In: *WIKIPEDIE: Otevřená encyklopedie* [online]. 2001 [cit. 2015-03-23]. Dostupné z:

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/47/Archimedes\\_bath.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/47/Archimedes_bath.jpg))



(Rytina: Archimedova smrt. In: *Profimedia.cz* [online]. [cit. 2015-03-23]. Dostupné z: <http://www.novinky.cz/veda-skoly/204644-archimedes-ostreloval-rimany-parokanonem-ne-zrcadly-jak-se-myslelo.html>)



(About Eureka!. In: *Bellarmino University: In veritatis amore* [online]. [cit. 2015-03-23]. Dostupné z: <http://www.bellarmino.edu/learningcommunity/eureka/about/>)

## Seznam použitých obrázků

|                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------|----|
| <b>Obrázek 1</b> - Stomachion .....                             | 17 |
| <b>Obrázek 2</b> - Obr. 91 (Spirála) .....                      | 20 |
| <b>Obrázek 3</b> - Archimédova 1. věta .....                    | 23 |
| <b>Obrázek 4</b> - Z vepsaného čtverce vepsaný osmiúhelník..... | 25 |
| <b>Obrázek 5</b> - Obsah kruhu (geometrická interpretace).....  | 27 |
| <b>Obrázek 6</b> - Vepsaný, opsaný $n$ -úhelník .....           | 32 |
| <b>Obrázek 7</b> - Perl .....                                   | 35 |
| <b>Obrázek 8</b> - Konstanta "Pi".....                          | 36 |
| <b>Obrázek 9</b> - Padre .....                                  | 38 |
| <b>Obrázek 10</b> - Těžiště trojúhelníka.....                   | 43 |
| <b>Obrázek 11</b> - Poměr rozdělení těžnic v trojúhelníku ..... | 44 |
| <b>Obrázek 12</b> - Těžiště lidského těla.....                  | 45 |
| <b>Obrázek 13</b> - Stomachion "krok za krokem" .....           | 47 |
| <b>Obrázek 14</b> - Slon .....                                  | 49 |
| <b>Obrázek 15</b> - Pták v letu, Koruna .....                   | 50 |

## Seznam tabulek

|                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tabulka 1</b> - Číselný systém (Desítková soustava) ..... | 41 |
|--------------------------------------------------------------|----|



## Seznam použitých zdrojů

### Knižní publikace

*Archimedovo měření kruhu: Úvod a překlad Miloslav Valouch.* Litomyšl: Výroční zpráva c. k. státního vyššího gymnasia v Litomyšli, 1903, 22 s.

BAHNÍK, Václav. *Tuskulské hovory: Cato Starší o stáří ; Laelius o přátelství.* 1. souborné vyd. Praha: Svoboda, 1976, s. 231. Antická knihovna. ISBN 2506876.

BARBOTIN, Christophe. *Egypt a starověké Řecko.* 2. vyd. Překlad Pavla Frýdlová. Praha: Gemini, 1994, 288, xiii s. Ilustrované dějiny světa (Gemini), 3. ISBN 80-858-2025-0.

BECKMANN, Petr. *Historie čísla  $\pi$ .* 1. vyd. Praha: Academia, 1998, 169 s. ISBN 80-200-0655-9.

BEČVÁŘ, Jindřich a Ivan ŠTOLL. *Archimedes: největší vědec starověku.* 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005, 72 s., [8] s. obr. příl. Velké postavy vědeckého nebe, sv. 11. ISBN 80-719-6273-2.

BERO, Petr. *Matematici, já a ty.* Bratislava: Mladé Létá, 1989. ISBN 80-06001-18-9.

BOHUNĚK, Jiří, Růžena KOLÁŘOVÁ a Ivan ŠTOLL. *Fyzika pro 9. ročník základní školy.* 1. vyd. Praha: Prometheus, c1996, 157 s., [12] s. obr. příloh. ISBN 80-719-6032-2.

BOYER, Carl B., Revised by Uta C. MERZBACH a [foreword by Isaac ASIMOV]. *A history of mathematics.* 2nd ed. [rev.]. New York: Wiley, 1991. ISBN 04-715-4397-7.

CIHLÁŘ, CSC, Prof. RNDr. Jiří a PaedDr. Milan ZELENKA. *Matematika 8.* 1. vyd. Pythagoras Publishing, 1998. ISBN 80-902382-6-2.

COUFALOVÁ, Jana. *Matematika 6: pro 6. ročník základní školy.* 2. upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007, 215 s. ISBN 978-807-1689-928.

COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 7. ročník základní školy.* 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007. ISBN 978-807-1689-935.

COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 8. ročník základní školy.* 2., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2007. ISBN 978-807-1689-942.

COUFALOVÁ, Jana. *Matematika pro 9. ročník základní školy*. 2., upr. vyd. Praha, 2007. ISBN 80-716-8995-5.

ČAPEK, Karel. *Apokryfy*. Praha: Dokořán, 2009. Netopýr, sv. 3. ISBN 978-807-3632-564.

DIRK, J. *Dějiny matematiky*. 1. vyd. Praha: Orbis, 1963.

FOGLAR, Jaroslav. *Dobrodružství v temných uličkách*. 2. vyd. v tomto souboru, Záhada hlavolamu 7. vyd., Stínadla se bouří 3. vyd., Tajemství Velkého Vont. Ilustrace Marko Čermák. Praha: Olympia, 1991, 571 s. ISBN 80-703-3147-X.

HALAS, Zdeněk. *Archimédés: Několik pohledů do jeho života a díla*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2012, 148 s. Dějiny matematiky, sv. 54. ISBN 978-80-7378-228-3.

HEATH, Thomas Little. *The works of Archimedes*. Mineola, N. Y.: Dover Publications, 2002, clxxxvi, 326, 51 p. ISBN 04-864-2084-1.

JÁCHIM, František a Jiří TESAŘ. *Fyzika pro 6. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, c1999, 111 s. ISBN 80-723-5076-5.

JÁCHIM, František a Jiří TESAŘ. *Fyzika pro 7. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, c1999, 151 s. ISBN 80-723-5116-8.

KAGAN, Veniamin Fedorovič. *Archimedes: stručný nástin života a díla*. Překlad Adolf Felix. Praha: Orbis, 1953, 38 s. Tvůrcové přírodovědy.

KUŘINA, František. *Umění vidět v matematice*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1990. Odborná literatura pro učitele. ISBN 80-042-3753-3.

LÖWE, Gerhard. *ABC antiky*. 2.přepřac. vyd., v IŽ 1. Překlad Dalibor Plichta. Praha: Ivo Železný, 2000, 467 s. ISBN 80-240-1376-2.

MACRONE, Michael. *Od Aristotela k virtuální realitě: Víte, jak to mysleli? Přel. S. Pavlíček*. 1.vyd. Praha: Brána, 1999, 218 s. ISBN 80-724-3055-6.

MALÍŠEK, Vladimír. *Dějiny matematiky a fyziky v obrazech: soubor tématických listů*. Praha: Jednota čs. matematiků a fyziků, 1982, [39] listů.

MOLNÁR, Josef. *Matematika 8: pracovní sešit*. Olomouc: Prodos, 2000, 63 s. ISBN 80-723-0063-6.

NETZ, Reviel a William NOEL. *Archimedův kodex*. 1. vyd. Praha: Deus, 2008, 273 s., [18] s. obr. příl. ISBN 978-80-87087-30-5.

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2000, 79 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-719-6183-3.

PICKOVER, Clifford A. *Matematická kniha: od Pythagora po 57. dimenzi : 250 milníků v dějinách matematiky*. 1. vyd. v českém jazyce. Praha: Argo, 2012, 542 s. Zip (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-257-0705-0.

PLÚTARCHOS. *Životopisy slavných Řeků a Římanů*. 2. vyd., V AK 1. Překlad Václav Bahník. Praha: Arista, 2006, 856 s. Antická knihovna (Arista), 74. ISBN 80-864-1046-3.

POLLIO, Marcus Vitruvius, [z latinského originálu De architectura libri decem přeložil Alois OTOUPALÍK, Poznámky a bibliografie Jan Bouzek PŘEDMLUVA a Stat' Vitruvius a dnešek napsal Milan HONZÍK]. *Deset knih o architektuře*. Praha: Arista, 2009, 440 s. ISBN 978-80-86410-58-6.

PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK a Josef TREJBAL. *Matematika 9 pro základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2010, 156 s. ISBN 978-807-2354-870.

SERVÍT, František. *Eukleidovy základy (elementa)*. 1. vyd. Praha: Jednota českých matematiků, 1907.

*Starověké civilizace*. 1. české vyd. Překlad Helena Kovaříková, Lucie Libovická. Ilustrace Gerald Wood, Ian Jackson. Praha: Svojtka, 1998, 290 s. Školní encyklopedie. ISBN 80-723-7091-X.

TREJBAL, Josef, Darina JIROTKOVÁ a Václav SÝKORA. *Matematika pro 6. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1997, 80 s. ISBN 80-859-3769-7.

TREJBAL, Josef, Darina JIROTKOVÁ a Václav SÝKORA. *Matematika pro 6. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1998, 88 s. ISBN 80-859-3789-1.

TREJBAL, Josef, Darina JIROTKOVÁ a Václav SÝKORA. *Matematika pro 7. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1997, 87 s. ISBN 80-859-3778-6.

TREJBAL, Josef. *Matematika pro 7. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1998, 87 s. ISBN 80-723-3000-4.

TREJBAL, Josef. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1998, 80 s. ISBN 80-723-5019-6.

TREJBAL, Josef. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1998, 86 s. ISBN 80-723-5043-9.

VESELÝ, Jiří. *Základy matematické analýzy*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress, 2004, 264 s. sv. 1. ISBN 80-86732-29-0.

## Internetové zdroje

About Eureka!. In: *Bellarmino University: In veritatis amore* [online]. [cit. 2015-03-23]. Dostupné z: <http://www.bellarmino.edu/learningcommunity/eureka/about/>

Archimedes bath. In: *WIKIPEDIE: Otevřená encyklopedie* [online]. 2001 [cit. 2015-03-23]. Dostupné z: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/47/Archimedes\\_bath.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/47/Archimedes_bath.jpg)

Archimedes of Syracuse: Son of Hephaestus. In: *Camphalf-blood WIKI* [online]. [cit. 2015-03-23]. Dostupné z: <http://camphalfblood.wikia.com/wiki/Archimedes>

Citát. In: *Vtipy z vysoké školy a vědecký humor* [online]. [cit. 2015-04-08]. Dostupné z: [vs-vtipy.tonikovo.cz/vtipy/citaty/](http://vs-vtipy.tonikovo.cz/vtipy/citaty/)

Citáty slavných: Vesmír. In: *Citáty slavných osobností* [online]. [cit. 2015-03-21]. Dostupné z: <http://www.citaty-slavnych.cz/vyhledavani/vesmir>

Často kladené otázky: Mapka oblohy. In: *HVĚZDÁRNA A PLANETÁRIUM: v Hradci Králové* [online]. [cit. 2015-03-20]. Dostupné z: <http://www.astrohk.cz/faq/>

Intalling Perl on Windows (32 and 64 bit). In: *Learn Perl* [online]. [cit. 2015-04-03]. Dostupné z: <http://learn.perl.org/installing/windows.html>

Jak se počítá Ludolfovo číslo. In: *Koťovy stránky* [online]. [cit. 2015-04-03]. Dostupné z: [http://j.kocian.sweb.cz/\\_dalsi/ludolf/start.htm](http://j.kocian.sweb.cz/_dalsi/ludolf/start.htm)

Konstanta Pi. In: *Pražská mincovna* [online]. [cit. 2015-04-03]. Dostupné z: [http://eshop.prazskamincovna.cz/Detail\\_Mince\\_A.htm?id=5177](http://eshop.prazskamincovna.cz/Detail_Mince_A.htm?id=5177)

Májenka: Váhy a koza. In: *Wicca: Spolek IMU Pentagramus* [online]. [cit. 2015-03-23]. Dostupné z: <http://spolek-wicca.blog.cz/0810/majenka-vahy-a-koza>

NEO Luxor: Knihkupectví. *Neo Luxor: Knihkupectví* [online]. [cit. 2015-02-13]. Dostupné z: <http://neoluxor.cz/ucebnice/matematika-9roc-ucebnice-fortuna-rvp--35335/>

Padre, the Perl IDE. In: *Jacob bioinformatics web log* [online]. [cit. 2015-04-02]. Dostupné z: <http://www.langebio.cinvestav.mx/bioinformatica/jacob/?p=241>

Rytina: Archimedova smrt. In: *Profimedia.cz* [online]. [cit. 2015-03-23]. Dostupné z: <http://www.novinky.cz/veda-skoly/204644-archimedes-ostreloval-rimany-parokanonem-ne-zrcadly-jak-se-myslelo.html>

Tamgran Stomachion: Elefante. In: [online]. [cit. 2015-03-21]. Dostupné z: <http://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/CD%20materiales/tamgranstomachion.htm>

Těžiště lidského těla. In: *Patobiomechanika a Patokinesiologie: KOMPENDIUM* [online]. [cit. 2015-04-03]. Dostupné z: [http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendium/biomechanika/geometrie\\_teziste.php](http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendium/biomechanika/geometrie_teziste.php)

## ANOTACE

|                          |                                   |
|--------------------------|-----------------------------------|
| <b>Jméno a příjmení:</b> | Lucie Dohnalíková                 |
| <b>Katedra:</b>          | Katedra matematiky                |
| <b>Vedoucí práce:</b>    | doc. RNDr. Jitka Laitochová, CSc. |
| <b>Rok obhajoby:</b>     | 2015                              |

|                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Název práce:</b>                | Archimédův odkaz v matematice                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Název v angličtině:</b>         | Mathematical Heritage of Archimédés                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Anotace práce:</b>              | Práce je rozdělena do dvou částí, teoretické a praktické. Teoretická část pojednává o životě a díle Archiméda a podává stručnou charakteristiku těchto děl. Dále jsou uvedeny učebnice matematiky a fyziky, ve kterých se vyskytují Archimédovy teorie. Praktická část zahrnuje vytvoření metodické příručky pro učitele 2. stupně na základních školách, popřípadě může sloužit jako text pro studenty matematiky na vysokých školách.                                                                                      |
| <b>Klíčová slova:</b>              | Archimédés, matematika, Měření kruhu, Stomachion, O rovnováhách rovinných obrazců I., Metodická příručka                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>Anotace v angličtině:</b>       | This thesis is divided into theoretical and practical sections. The theoretical section concerns the life and work of Archimédés and summarises his works. Included is a list of mathematical and physics textbooks in which Archimedes' theories are presented. The Practical section includes reference material which can be used as a basis to creating a guidebook for Elementary school teachers from grade 6 through to grade 9. This guidebook can also be used as a reference for students majoring in mathematics. |
| <b>Klíčová slova v angličtině:</b> | Archimédés, Mathematics, Measurement of the circle, Stomachion, Equilibrium of Planar Shapes I., Guidebook                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Přílohy vázané v práci:</b>     | Příloha č. 1 – Archimédovy obrazy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Rozsah práce:</b>               | 62                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Jazyk práce:</b>                | český jazyk                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |