

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA ALGEBRY A GEOMETRIE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Řešené úlohy v kosoúhlé axonometrii



Vypracoval:	Michal Rolinc
Studijní program:	B1101 Matematika
Studijní obor:	Deskriptivní geometrie, Matematika
Forma studia:	prezenční
Vedoucí bakalářské práce:	RNDr. Lenka Juklová, Ph.D.
Termín odevzdání práce:	červen 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou bakalářskou práci vypracoval samostatně pod vedením RNDr. Lenky Juklové, Ph.D. a že jsem použil zdrojů, které cituji a uvádím v seznamu použitých pramenů.

V Olomouci dne 13. června 2019

.....

Michal Rolinc

Bibliografická identifikace

Jméno a příjmení autora	Michal Rolinc
Název práce	Řešené úlohy v kosoúhlé axonometrii
Typ práce	Bakalářská
Pracoviště	Katedra experimentální fyziky
Vedoucí práce	RNDr. Lenka Juklová, Ph.D.
Rok obhajoby práce	2019
Abstrakt	Bakalářská práce se zabývá zobrazovací metodou kosoúhlé axonometrie. Slouží k seznámení s touto metodou tak, aby byl čtenář schopen řešit základní úlohy. První kapitola se zabývá teorií, druhá pak základními konstrukcemi. Třetí obsahuje řešené úlohy. U čtenáře se předpokládá znalost pravoúhlé axonometrie, vlastností těles, osové afinity a středové kolineace. Práce slouží k samostudiu a jako rozšíření pravoúhlé axonometrie.
Klíčová slova	Axonometrie, kosoúhlá axonometrie, řešené úlohy
Počet stran	39
Počet příloh	11
Jazyk	Český

Bibliographical identification

Author's first name and surname	Michal Rolinc
Title	Solved exercises in the clinogonal axonometry
Type of thesis	Bachelor
Department	Department of Experimental Physics
Supervisor	RNDr. Lenka Juklová, Ph.D.
The year of presentation	2019
Abstract	The Bachelor thesis is focused on projection method of clinogonal axonometry. It serves as an introduction into this method so that the reader is able to solve basic exercises. The first chapter deals with theory, the second chapter deals with basic tasks. The third chapter contains solved exercises. The reader is expected to have knowledge about ortogonal axonometry, properties of solids, axial affinity and central collineation. This work serves as self-educational material and as an extension of ortogonal axonometry.
Keywords	Axonometric projection, clinogonal axonometry, solved exercises
Number of pages	39
Number of appendices	11
Language	Czech

Obsah

Úvod	7
1 Kosoúhlá axonometrie	8
1.1 Základní pojmy	8
1.2 Zobrazení základních prvků	11
2 Pomocné konstrukce	14
2.1 Otočení pomocné průmětny do axonometrické průmětny	14
2.2 Sklápění do axonometrické průmětny	15
2.3 Otočení obecné roviny do axonometrické průmětny	16
2.4 Průnik přímky s rovinou	17
2.5 Skutečná velikost úsečky	18
2.6 Přímka kolmá k rovině	19
2.7 Rovina kolmá k přímce	21
3 Řešené úlohy	23
Závěr	38
Literatura	39

Seznam značení

Značení prvků

$A, B, C, \dots$	body
$a, b, c, \dots$	přímky
$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	roviny

Značení vzájemných vztahů

$B \in p$	bod B náleží přímce p
$B \in \rho$	bod B náleží rovině ρ
$p \subset \rho$	přímka p náleží rovině ρ
$p = \alpha \cap \beta$	přímka p je průsečnicí rovin α a β
$\rho = (Bp)$	rovina ρ je určena bodem B a přímkou p
$\rho = (ABC)$	rovina ρ je určena body A, B, C
$p \perp \rho$	přímka p je kolmá na rovinu ρ
$p \parallel q$	přímky p a q jsou rovnoběžné
$d = AB $	d je vzdálenost bodů A a B

Úvod

Tato bakalářská práce se zabývá řešením příkladů v kosoúhlé axonometrii. Cílem je čtenáře seznámit s kosoúhlou axonometrií a přiblížit tuto zobrazovací metodu na několika příkladech.

Předpokládá se znalost pravoúhlé axonometrie, vlastností těles a zobrazení, jako jsou osová afinita a středová kolineace.

Práce je rozdělena do tří kapitol. První kapitola zavádí kosoúhlou axonometrii a seznamuje se zobrazením základních prvků. Druhá kapitola řeší pomocné konstrukce nutné k řešení úloh. Třetí kapitola se pak zabývá jednotlivými řešenými úlohami.

Všechny obrázky jsou naryšovány v programu AutoCAD, text je vysázen typografickým programem $\text{\TeX}$.

Kapitola 1

Kosoúhlá axonometrie

V této části se seznámíme se zobrazovací metodou kosoúhlé, někdy též šikmé nebo klinogonální axonometrie. Kosoúhlá axonometrie se stejně jako pravoúhlá axonometrie užívá převážně k získání názorných obrazů např. ve strojírenství nebo jiných technických oborech.

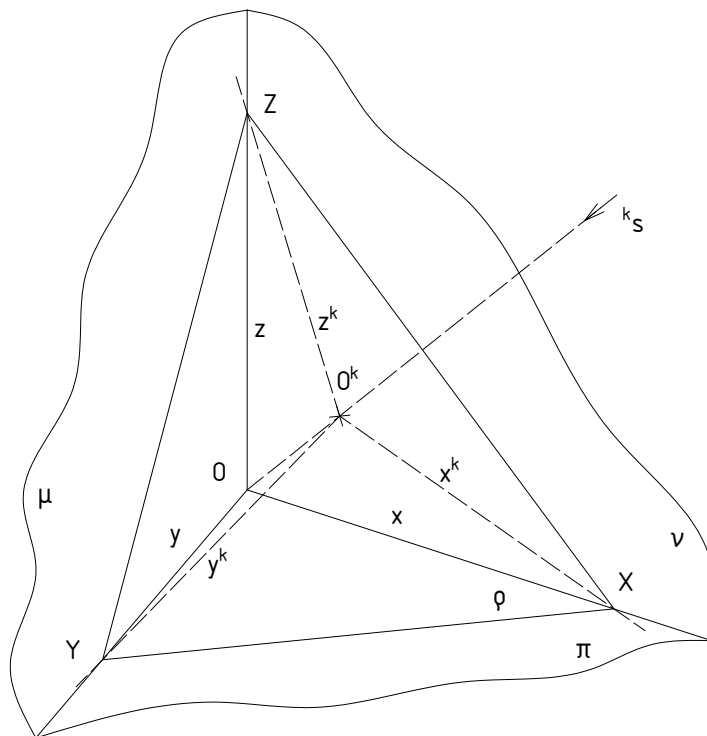
1.1 Základní pojmy

Nechť je dán rozšířený euklidovský prostor $\mathcal{E}_3$ a v něm kartézská soustava souřadnic $\{O, x, y, z\}$ a jí určené souřadnicové roviny $\pi = (xy)$, $\nu = (xz)$, $\mu = (yz)$. Kosoúhlá axonometrie je, stejně jako pravoúhlá axonometrie, rovnoběžné promítání, které promítá na jednu průmětnu různoběžnou se souřadnicovými rovinami a neprocházející počátkem. Tu nazýváme axonometrická průmětna a značíme ji ρ , $\rho \subset \mathcal{E}_3$. Směr promítání ${}^k s$ do axonometrické průmětny je k ní kosý, ${}^k s \nparallel \rho$, ${}^k s \not\perp \rho$. (Obr. 1.1).

Axonometrický trojúhelník XYZ , $X = x \cap \rho$, $Y = y \cap \rho$, $Z = z \cap \rho$ je stejně jako v pravoúhlé axonometrii ostroúhlý.

Bod A promítáme kosoúhle do axonometrické průmětny ρ , kterou ztotožňujeme s nákretnou, do bodu A^k a pravoúhle do pomocné průmětny π do bodu A_1 . Ten pak opět promítáme kosoúhle do axonometrické průmětny do bodu A_1^k . Bodu A^k říkáme kosoúhlý průmět bodu A a bodu A_1^k říkáme kosoúhlý průmět půdorysu (někdy též kosoúhlý půdorys) bodu A . Oba průměty leží na ordinále rovnoběžné s osou z .

Podobně pak promítáme-li pravoúhle do pomocné průmětny ν , resp. μ , získáme



Obrázek 1.1: *Průmětny a směr promítání.*

kosoúhlý nárys A_2^k , resp. kosoúhlý bokorys A_3^k bodu A , který leží na ordinále rovnoběžné s osou y , resp. x .

Kosoúhlý průmět O^k počátku O se liší od pravoúhlého průmětu O^a . Kosoúhlé průměty os x^k , y^k , z^k nejsou tedy výškami axonometrického trojúhelníku XYZ . Bod O^k může ležet i na straně nebo ve vrcholu axonometrického trojúhelníku, je-li směr $^k s$ rovnoběžný s jednou nebo dvěma pomocnými průmětnami.

Protože pravoúhlý průmět směru $^k s$ do axonometrické průmětny je dán směrem $O^a O^k$, leží pravoúhlý a kosoúhlý průmět bodů na přímce tohoto směru.

Kosoúhlá axonometrie je dána axonometrickým trojúhelníkem a kosoúhlým průmětem O^k počátku. Pak můžeme sestavit jak osový kříž, tak i jednotky na osách, a tedy zobrazit kosoúhlý průmět každého útvaru, známe-li souřadnice jeho bodů.

V praxi se někdy kosoúhlá axonometrie určuje pouze osovým křížem a jednotkami na osách. Oprávněnost této volby je odůvodněna platností fundamentální věty rovnoběžné axonometrie.

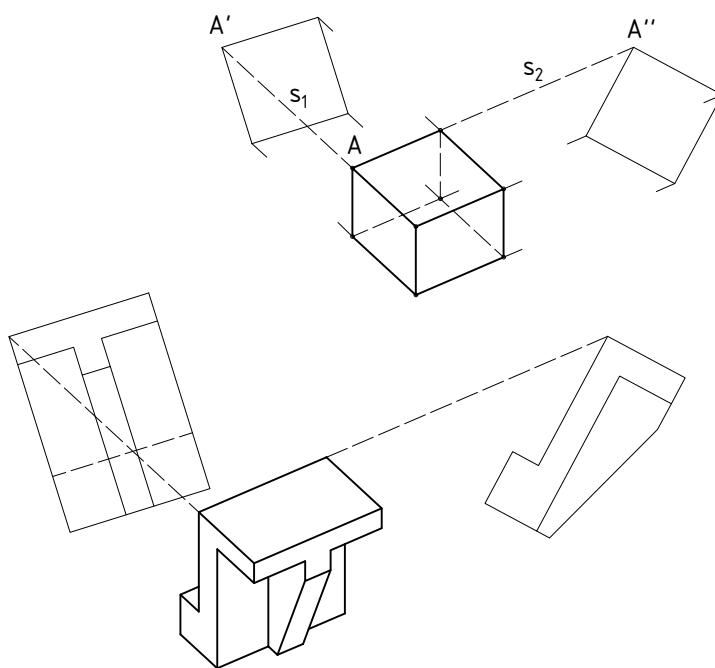
Věta 1.1.1 (Pohlkova)

Tři úsečky v rovině, které mají společný jeden krajní bod a které neleží v přímce, lze pokládat za rovnoběžný průmět tří vzájemně kolmých a stejně velikých úseček, které mají jeden krajní bod společný.

Zářezová metoda

Z Pohlkovy věty je možné odvodit, že tzv. zářezová metoda dává ze dvou různých rovnoběžných průmětů útvaru jeho názorný průmět v rovnoběžné axonometrii.

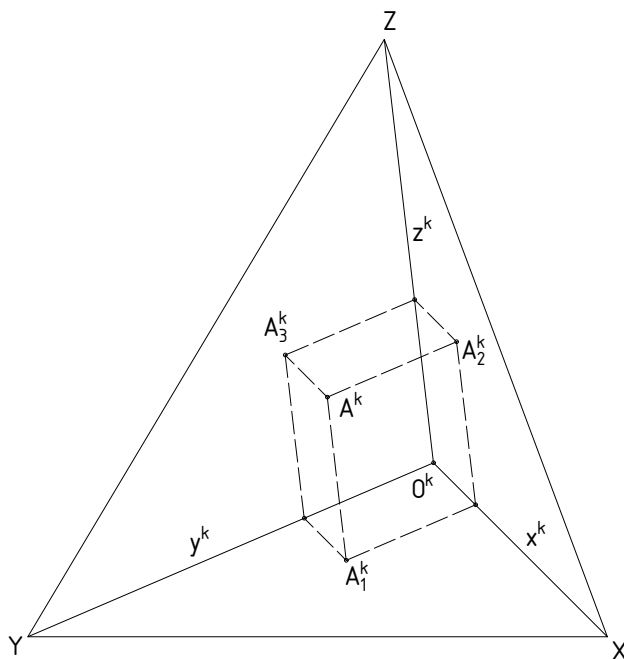
Zvolme dva libovolné rovnoběžné průměty zobrazovaného útvaru (např. nárys a bokorys) a libovolně je umístíme do nákresny. Následně zvolme dva různoběžné směry $s_1 = AA'$, $s_2 = AA''$. Hledaným průmětem bodu je průsečík přímek daných směry s_1 , s_2 a odpovídajících si bodů v náryse a bokoryse. (Obr. 1.2)



Obrázek 1.2: Zářezová metoda.

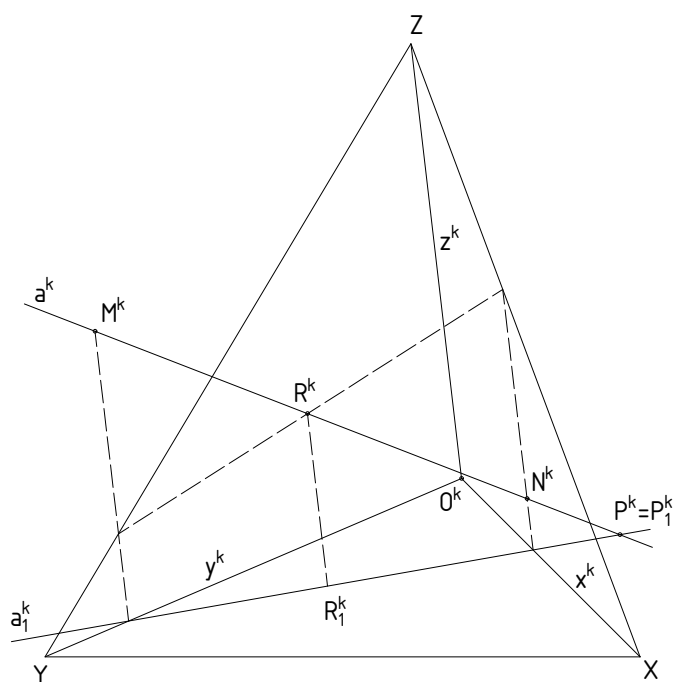
1.2 Zobrazení základních prvků

V kosoúhlé axonometrii se bod A v prostoru zobrazí jako uspořádaná dvojice bodů A^k, A_1^k . Oba průměty leží na ordinále rovnoběžné s osou z^k . Zbývající průměty bodu A do pomocných průmětů získáme doplněním souřadnicového kvádru, jehož hrany jsou rovnoběžné se souřadnicovými osami. (Obr. 1.3)



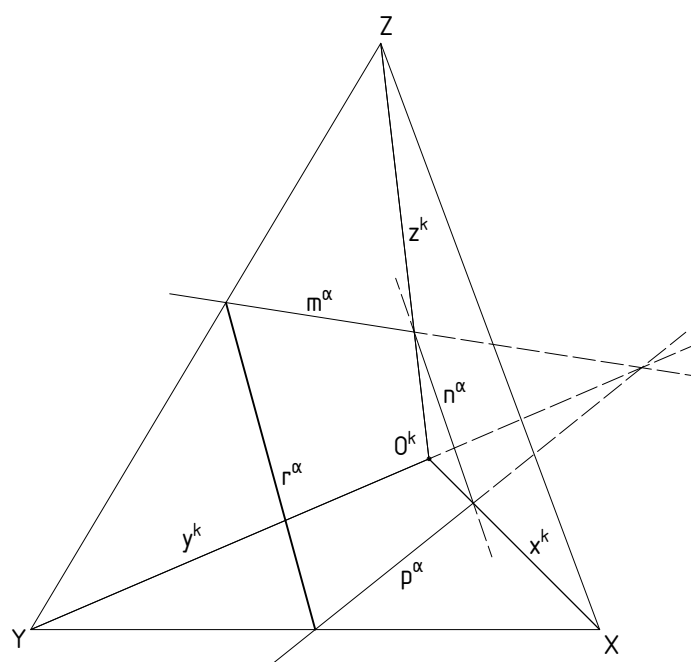
Obrázek 1.3: Zobrazení bodu.

Přímka p je určena dvěma různými body, které na ní leží. Obvykle se však zadává kosoúhlým průmětem p^k přímky p a kosoúhlým průmětem půdorysu p_1^k přímky p . Kosoúhlým průmětem přímky směru promítání je bod. Každá přímka může mít až 4 stopníky. Axonometrický stopník značíme R a je to průsečík přímky s axonometrickou průmětnou. Půdorysný, nárysný a bokorysný stopník značíme po řadě P, N, M a jsou to průsečíky s první, resp. druhou, resp. třetí pomocnou průmětnou. (Obr. 1.4)



Obrázek 1.4: *Zobrazení přímky.*

Rovina rovnoběžná s kosoúhlým směrem promítání se zobrazí jako přímka, každá jiná rovina se zobrazí jako axonometrická průmětna. K praktickému řešení úloh se pak nejčastěji využívá stop roviny. Každá rovina může mít až 4 stopy. Axonometrickou stopu roviny α značíme r^α a je to průsečnice roviny s axonometrickou průmětnou. Půdorysnou, nárysnou a bokorysnou stopu značíme po řadě p^α , n^α , m^α a jsou to průsečnice s první, resp. druhou, resp. třetí pomocnou průmětnou. (Obr. 1.5)



Obrázek 1.5: *Zobrazení roviny.*

Kapitola 2

Pomocné konstrukce

2.1 Otočení pomocné průmětny do axonometrické průmětny

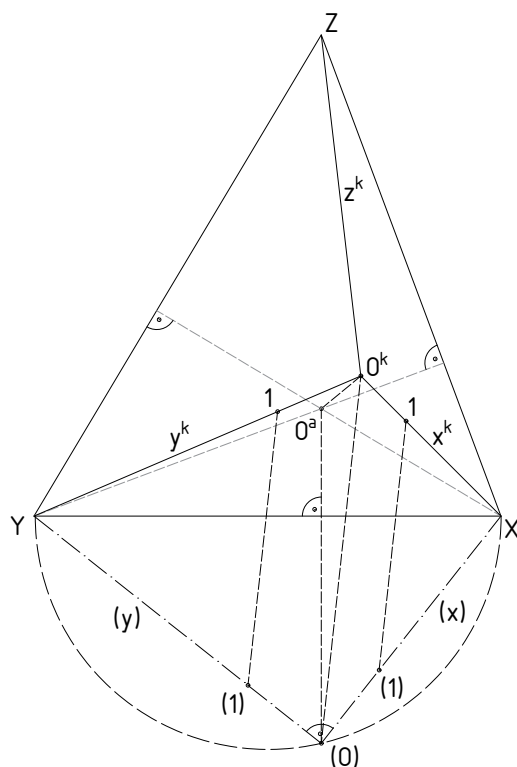
Sestrojujeme-li útvar ležící v některé pomocné průmětně π , ν , μ , nebo nanášíme-li jednotky na souřadné osy x , y , z , otočíme pomocnou průmětnu do axonometrické průmětny. V otočené pomocné průmětně se nám velikosti úseček a úhlů nezkreslují.

Protože v kosoúhlé axonometrii neplatí věta o pravoúhlém průmětu pravého úhlu, budeme muset některé konstrukce převádět do pravoúhlé axonometrie.

První pomocnou průmětnu otočíme do axonometrické průmětny kolem její axonometrické stopy XY . Abychom získali otočený obraz bodu O , musíme nejdříve sestavit pravoúhlý průmět bodu O do axonometrické průmětny. Stejně jako v pravoúhlé axonometrii jej získáme jako průsečík výšek trojúhelníku XYZ a značíme jej O^a . Otočený bod O je pak jeden z průsečíků kolmice na stopu XY procházející bodem O^a a Thaletovy kružnice sestrojené nad úsečkou XY . Otočený bod O značíme (O) , otočenou osou x , resp. y je přímka $(O)X$, resp. $(O)Y$. (Obr. 2.1)

Průměty dalších bodů získáme pomocí osově afinity, osa afinity je axonometrická stopa XY a dvojice odpovídajících si bodů je O^k , (O) .

Obdobně můžeme otočit i druhou a třetí pomocnou průmětnu.



Obrázek 2.1: *Otočení π do ax. průmětny.*

2.2 Sklápění do axonometrické průmětny

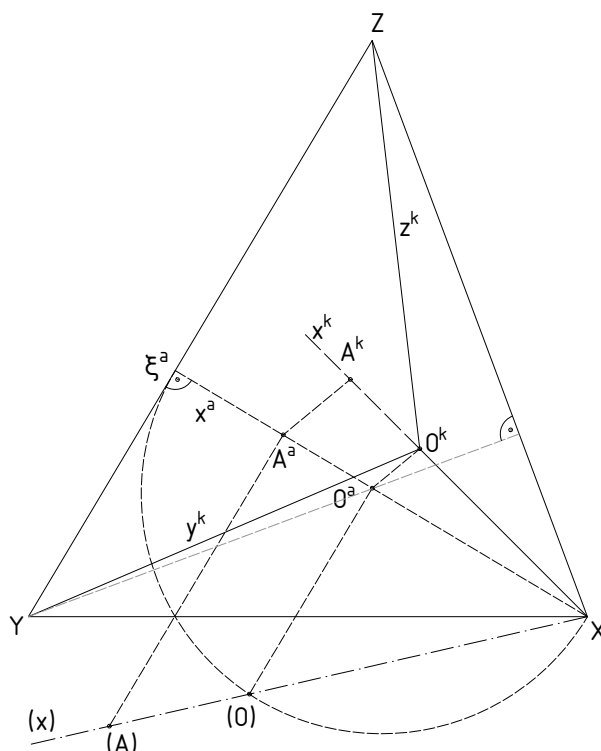
Potřebujeme-li zjistit vzdálenost bodu souřadné osy od axonometrické průmětny, získáme ji pomocí sklopení pravoúhle promítací roviny dané osy do axonometrické průmětny.

Nejprve sestojíme pravoúhlý průmět bodu O . O^aX je pravoúhlým průmětem osy x , který značíme x^a . Průsečík pravoúhle promítací roviny osy x a stopy YZ axonometrické roviny označme ξ^a . Protože trojúhelník $XO\xi$ je pravoúhlý s pravým úhlem při vrcholu O , náleží sklopený bod O Thaletově kružnici nad $X\xi$. Příčka $(O)X$ je pak sklopenou osou x . Skutečná vzdálenost bodu A od axonometrické průmětny je pak rovna $|(A)A^a|$. (Obr. 2.2)

Obdobně postupujeme i při sklápění souřadných os y a z .

Potřebujeme-li zjistit vzdálenost bodu, který neleží na souřadné ose od axonometrické průmětny, proložíme tímto bodem rovinu rovnoběžnou s axonometrickou průmětnou a najdeme její průsečík s některou souřadnou osou. Vzdálenost tohoto

průsečíku od axonometrické průmětny je pak rovna hledané vzdálenosti daného bodu od axonometrické průmětny.



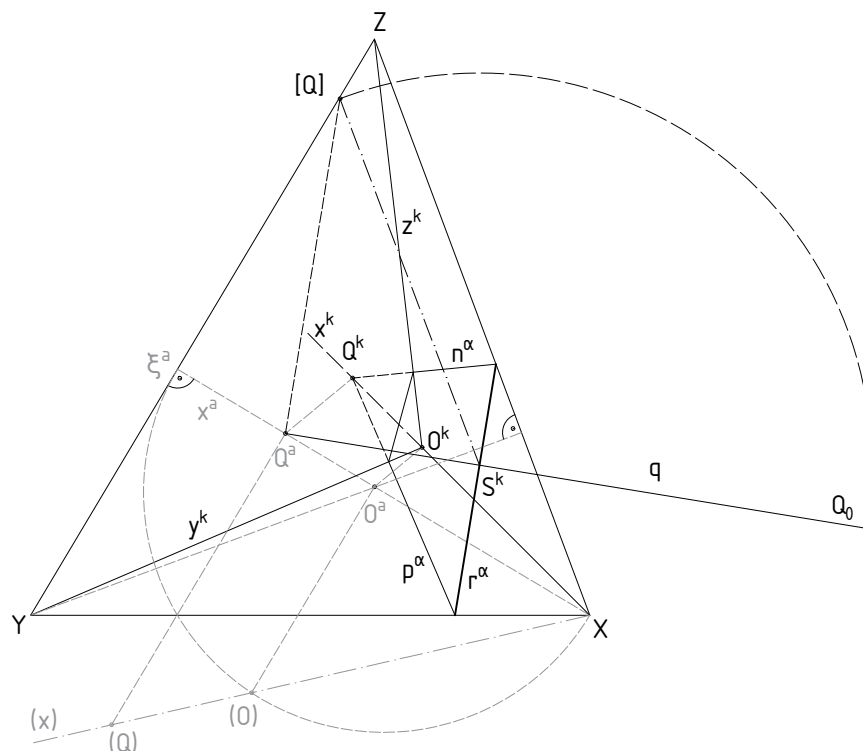
Obrázek 2.2: Sklopení osy x .

2.3 Otočení obecné roviny do axonometrické průmětny

Sestrojíme-li útvar, který leží v obecné rovině α , otáčíme ji do axonometrické průmětny kolem její axonometrické stopy. Postačí nám získat otočený průmět jednoho bodu roviny, který neleží na axonometrické stopě. Tímto bodem může z praktických důvodů být třeba průsečík roviny s některou souřadnou osou.

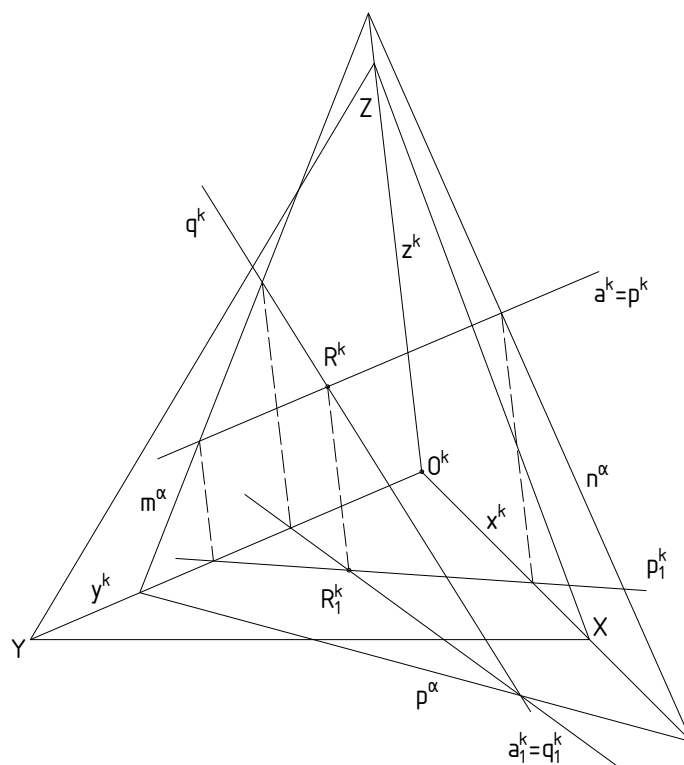
Sestrojíme průsečík roviny α s osou x , označíme jej Q . Najdeme jeho pravoúhlý průmět a ve sklopení zjistíme jeho vzdálenost od axonometrické průmětny. Protože v pravoúhlé axonometrii je rovina otáčení bodu Q promítací, zobrazí se jako přímka q kolmá na axonometrickou stopu roviny α . Středem otáčení je průsečík S přímky q

Další otočené body roviny α získáme pomocí osové afinity s osou r^α a dvojicí odpovídajících si bodů Q^k, Q_0 .



2.4 Průnik přímky s rovinou

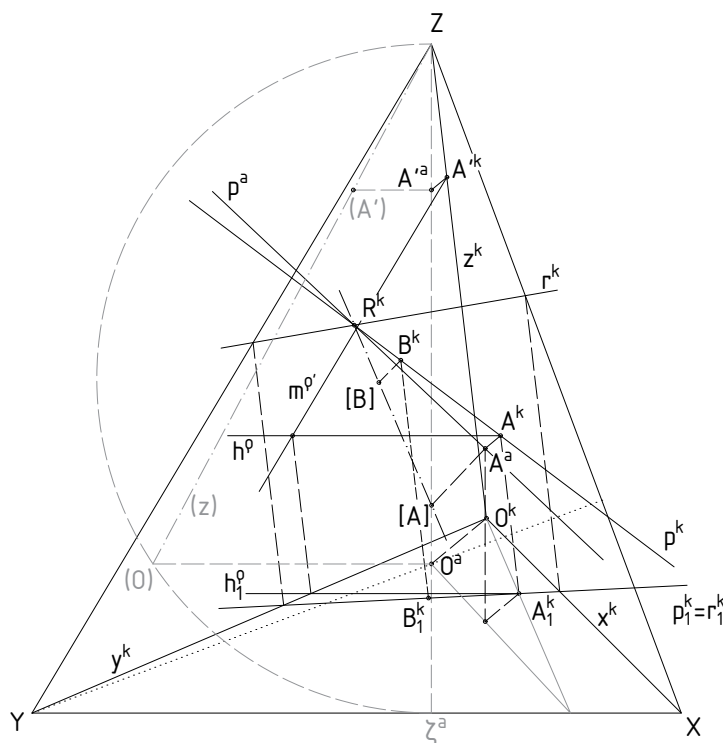
- Zvolíme krycí přímku $p \subset \alpha$, $p^k = a^k$. Najdeme její kosoúhlý půdorys p_1^k . Potom $p_1^k \cap a_1^k = R_1^k$. Průmět R^k průsečíku přímky a roviny pak leží na ordinále.
- Nebo zvolíme krycí přímku $q \subset \alpha$, $q_1^k = a_1^k$. Najdeme její kosoúhlý průmět q^k . Pak $q^k \cap a^k = R^k$ je kosoúhlý průmět hledaného průsečíku přímky a roviny.



Obrázek 2.4: Konstrukce krycí přímky.

2.5 Skutečná velikost úsečky

Při zjišťování vzdálenosti bodů A , B si opět pomůžeme převedením úlohy do pravoúhlé axonometrie. Nejprve najdeme pravoúhlý průmět přímky p , $p = AB$ tak, že najdeme její axonometrický stopník R a pravoúhlý průmět nějakého dalšího bodu, např. A . Pak zjistíme vzdálenost bodu A od axonometrické průmětny, tj. proložíme bodem A rovinu ρ' rovnoběžnou s axonometrickou průmětnou a najdeme její průsečík A' s některou osou, např. z . Vzdálenost bodu A' od axonometrické průmětny určíme ve sklopení pravoúhle promítací roviny osy z , $|A'\rho| = |A\rho|$. Tuto vzdálenost nanese kolmo na pravoúhlý průmět přímky p v bodě A , čímž získáme sklopený bod $[A]$. $[A]R^k = [p]$ je sklopená přímka p . Další body přímky nanášíme na $[p]$ ve směru $A^k[A]$. (Obr. 2.5)



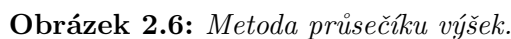
Obrázek 2.5: Skutečná vzdálenost úsečky AB .

2.6 Přímka kolmá k rovině

Protože v kosoúhlé axonometrii neplatí věta o pravoúhlém průmětu pravého úhlu, nejsme tak na rozdíl od pravoúhlé axonometrie schopni říct, jaký směr bude mít hledaný průmět kolmice k na rovinu α procházející bodem A . Místo toho využijeme dvakrát metodu výšek a tím získáme dva pomocné průměty kolmice k , odtud pak kosoúhlý průmět k^k .

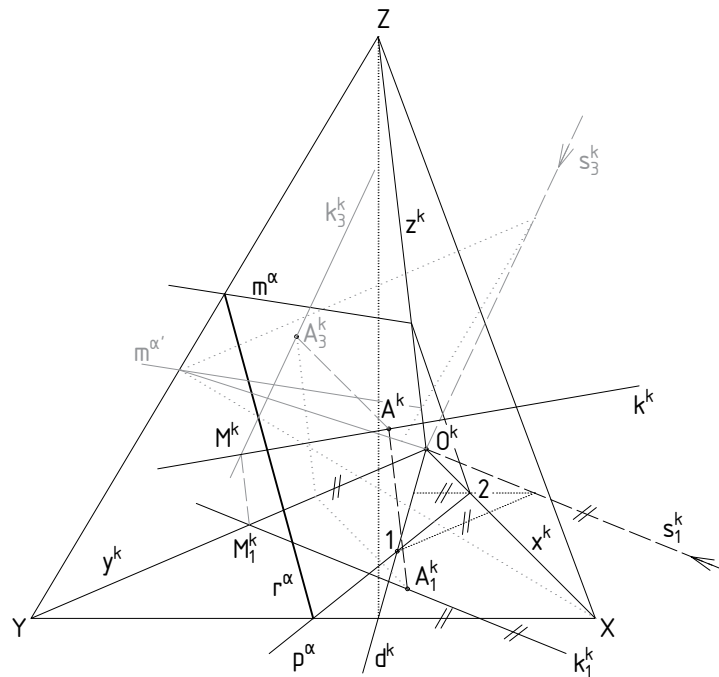
Metoda průsečíku výšek

Známe-li v nějaké rovině dvě dvojice přímek $m \perp m'$, $n \perp n'$, $m \nparallel n$, $m \nparallel n'$, pak lze v této rovině bodem L sestavit kolmici k k dané přímce l . Zvolíme trojúhelník $O12$, $O1 \parallel m$, $O2 \parallel n$, $12 \parallel l$. Sestrojíme v něm výšky jako přímky $v_1 \parallel n'$, $v_2 \parallel m'$, které se protínají v ortocentru V . Jím prochází i třetí výška $v_O = VO$. Protože přímka k procházející bodem L je rovnoběžná s třetí výškou v_O v trojúhelníku $O12$, je tedy kolmá na přímku l , $l \parallel 12$. (Obr. 2.6)



Mějme danu rovinu α jejími stopami a bod A jeho kosoúhlým průmětem a kosoúhlým půdorysem. Uvažujeme rovinu λ kolmou na XY procházející osou z . Přímka $d = \lambda \cap \pi$ je jednou stranou uvažovaného trojúhelníku a směr XY je na ni kolmý. Jako druhou stranu vezmeme např. osu x a směr kolmý je tak směr osy y . Za třetí stranu položíme půdorysnou stopu roviny α . Zvolený trojúhelník označme $O12$, kde $1 = d \cap p^\alpha$ a $2 = x \cap p^\alpha$. Výšku na stranu $O1$ sestrojíme jako spojnici vrcholu 2 a průsečíku výšek na zbývající strany. První průmět kolmice k na rovinu α je pak dán směrem kolmým na p^α a půdorysem bodu A .

Ze dvou pomocných průmětů sestojíme kosoúhlý průmět přímky p . (Obr. 2.7)

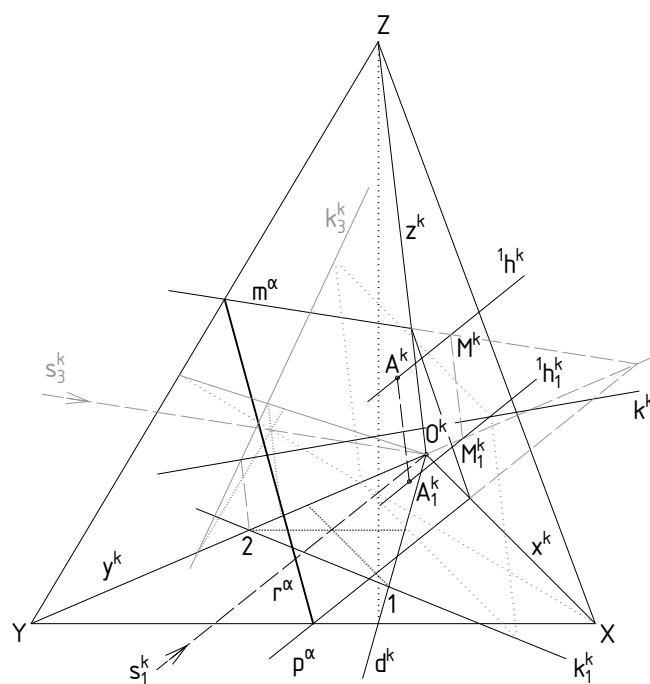


Obrázek 2.7: Sestrojení kolmice k na rovinu α .

2.7 Rovina kolmá k přímce

Při této konstrukci opět využijeme metodu průsečíků výšek.

Mějme danu přímku k a bod A jejich kosoúhlými průměty a kosoúhlými půdorysy. K sestrojení roviny α , $k \perp \alpha$ nejprve najdeme ve dvou pomocných průmětnách směry kolmé k přímce k . Bodem A proložíme libovolnou hlavní přímku roviny α a najdeme její stopník. Jím prochází stopa roviny. Pomocí ní určíme zbylé stopy roviny α . (Obr. 2.8)



Obrázek 2.8: *Sestrojení roviny α kolmé k přímce k .*

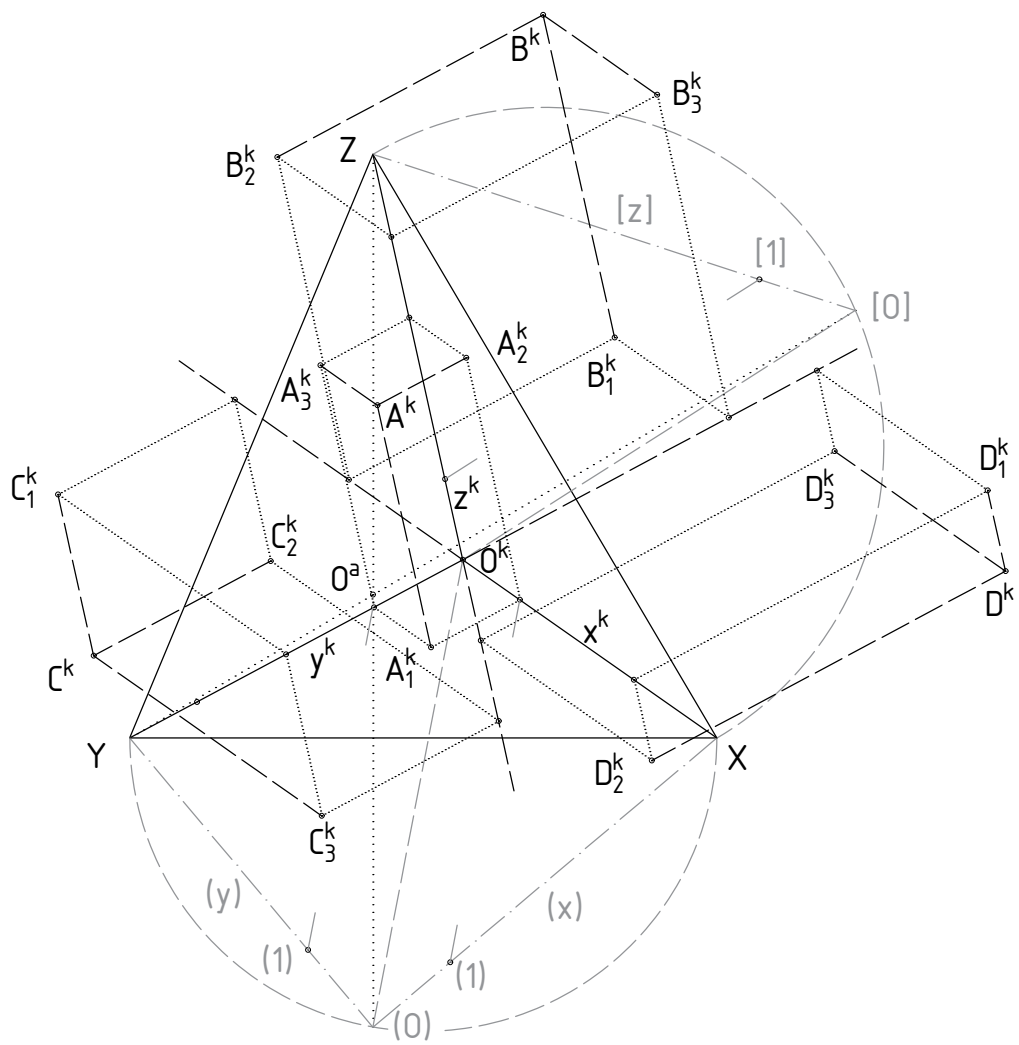
Kapitola 3

Řešené úlohy

Úloha 1 Jsou dány body $A[1; 1; 3]$, $B[-2; -3; 4]$, $C[-4; 2; -2]$, $D[3; -4; -1]$. Zobraďte všechny jejich průměty.

Řešení:

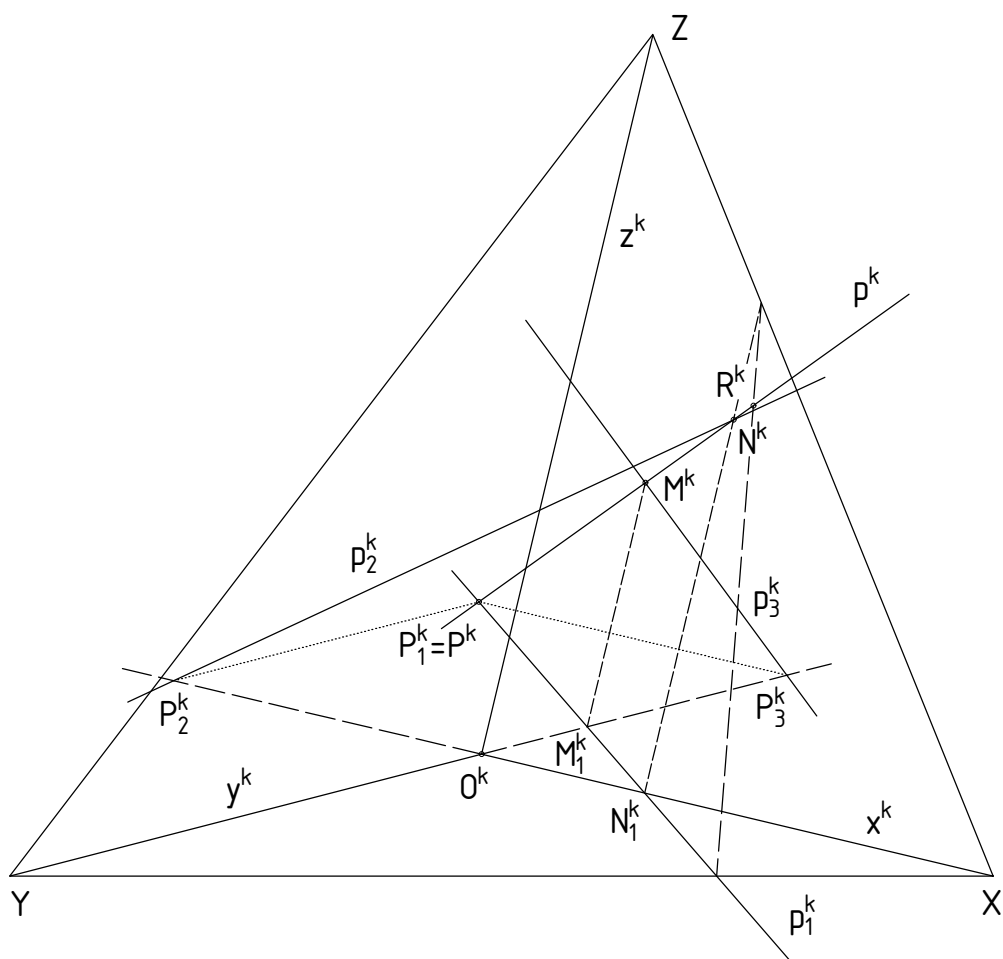
- Nalezneme pravoúhlý průmět počátku jako průsečík výšek trojúhelníku XYZ a otočíme první a druhou pomocnou průmětnu kolem jejich axonometrických stop do axonometrické průmětny.
- Na otočené souřadnicové osy nanese jednotky a ve směru afinít $O^k(O)$, resp. $O^k[O]$ je přeneseme na kosoúhlé průměty os.
- Postupně nanášíme na souřadnicové osy odpovídající souřadnice bodů a doplňujeme je na souřadnicové kvádry.



Úloha 2 Zobrazte všechny průměty a stopníky přímky p dané kosoúhlým průmětem a kosoúhlým půdorysem.

Řešení:

- Půdorysný stopník určíme jako průsečík kosoúhlého průmětu přímky p a jejího půdorysu.
- Určíme druhý a třetí průmět půdorysného stopníku.
- Určíme půdorys nárysného a bokorysného stopníku jako průsečík půdorysu přímky p s osou x , resp. y . Jejich kosoúhlé průměty leží na ordinále.
- Nárysná, resp. bokorysná stopa je určena body $P_2^k N^k$, resp. $P_3^k M^k$.



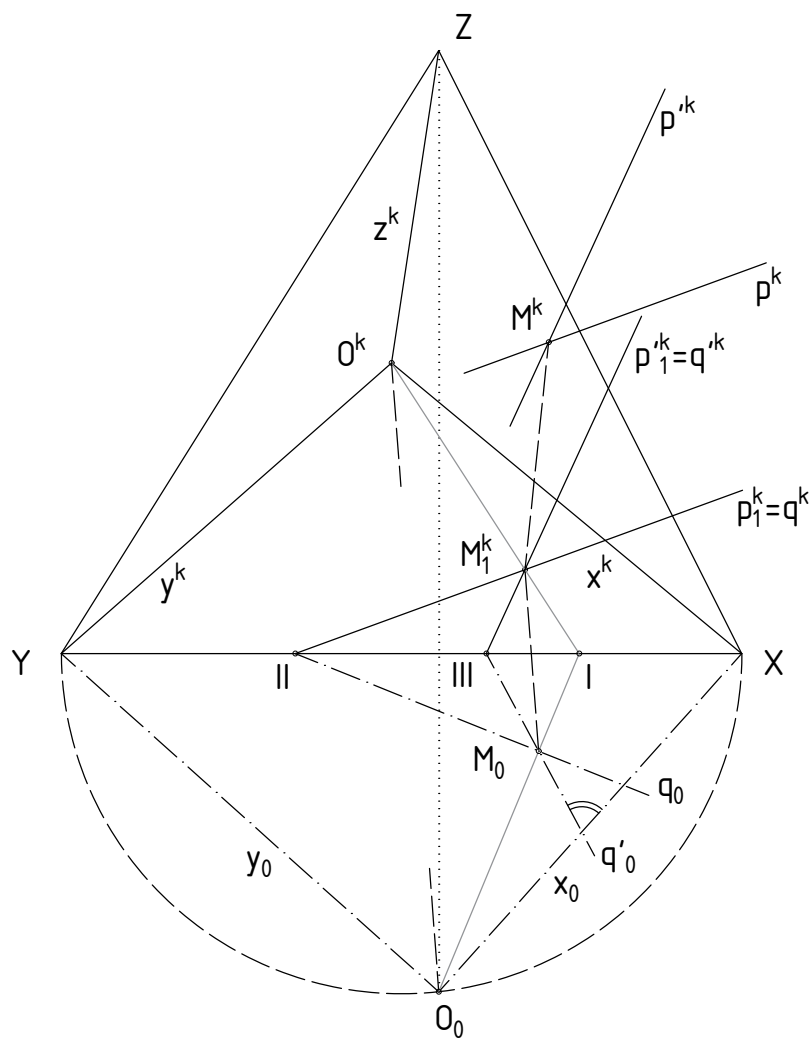
Úloha 3 Je dán bod M kosoúhlým průmětem a kosoúhlým půdorysem. Bodem M ved'te přímku p rovnoběžnou s rovinou π tak, aby její odchylka s rovinou ν byla 70° .

Rozbor:

Protože přímkou p je rovnoběžná s rovinou π , je hlavní přímkou první osnovy této roviny. Celou úlohu tedy můžeme převést do půdorysny a hledat přímkou q , jež prochází půdorysem bodu M a s osou x svírá odchylku 70° .

Řešení:

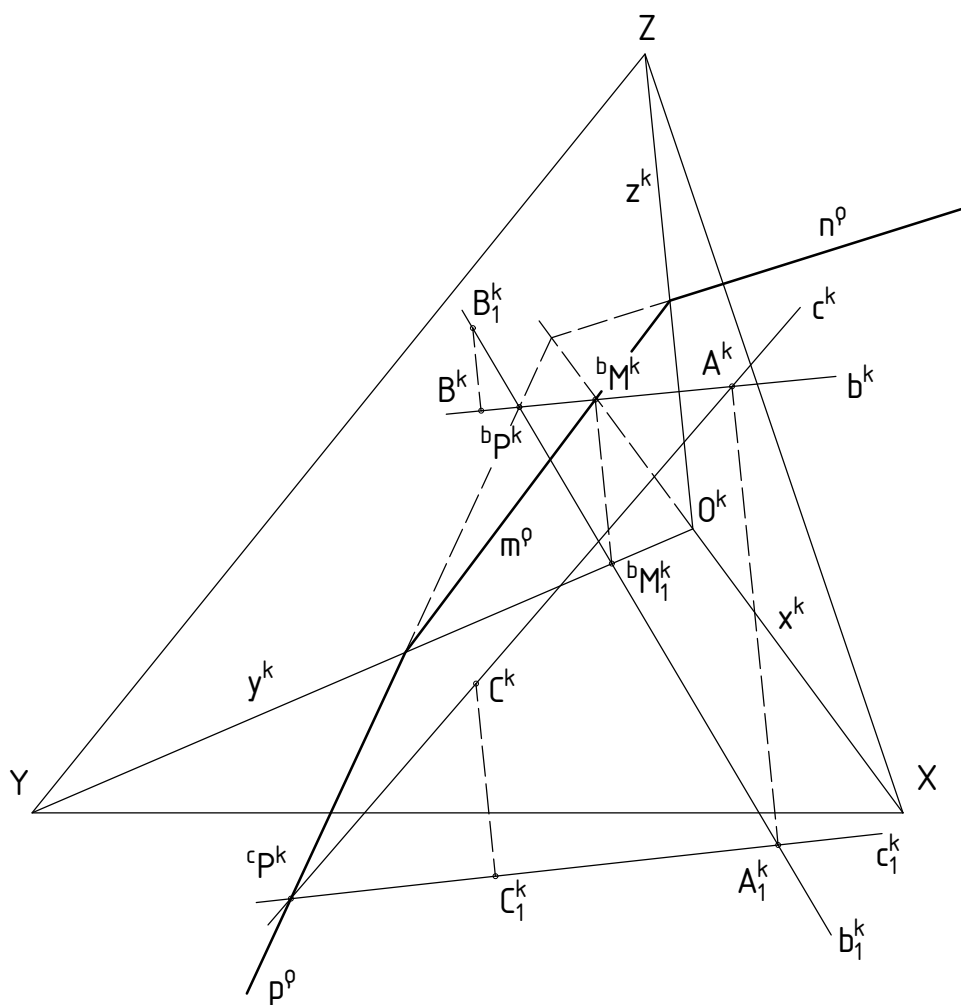
- Otočíme pomocnou průmětnu π do axonometrické průmětny. Otočené body značíme s indexem 0. Otočení určí osovou afinitu s osou XY a dvojicí odpovídajících si bodů O^k, O_0 .
- V otočení sestrojíme přímkou q, q' tak, že procházejí půdorysem bodu M a s osou x svírají požadovaný úhel.
- V osové afinitě se přímkou q, q' zobrazí na půdorysy hledaných přímek p, p' .



Úloha 4 Sestrojte stopy roviny $\rho = (ABC)$. Body A, B, C jsou dány svými kosoúhlým průměty a kosoúhlými půdorysy.

Řešení:

- Sestrojíme přímku $b = AB$ a najdeme její půdorysný stopník ${}^bP^k$ a bokorysný stopník ${}^bM^k$.
- Dále sestrojíme přímku $c = AC$ a najdeme její půdorysný stopník ${}^cP^k$.
- Půdorysná stopa roviny ρ je dána půdorysnými stopníky přímek b, c . Bokorysná stopa je dána bokorysným stopníkem přímky b a průsečíkem půdorysné stopy s osou y . Nárysná stopa je dána průsečíkem půdorysné stopy s osou x a průsečíkem bokorysné stopy s osou z .



Úloha 5 Bodem $A[1; 3; 2]$ ved'te rovinu σ rovnoběžnou s rovinou $\rho = (3; -3; 3)$ ¹.

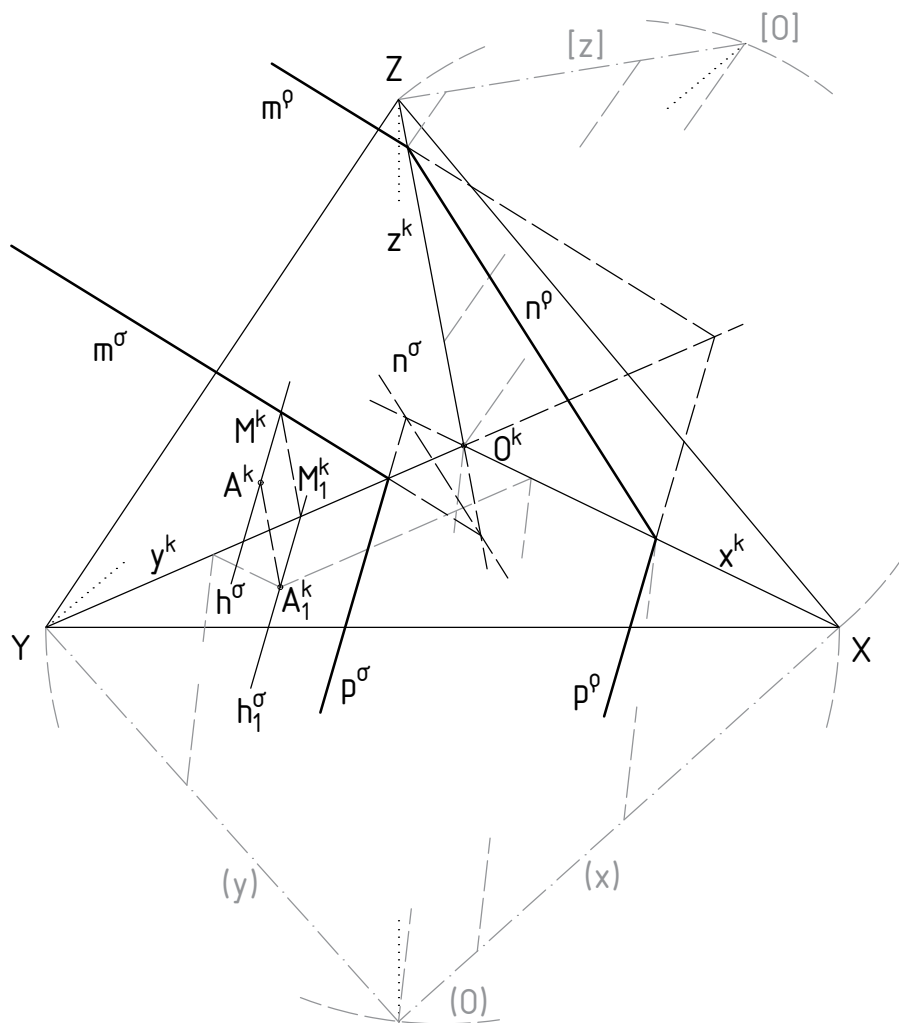
Rozbor:

V rovnoběžném promítání se nám rovnoběžné přímky zobrazí jako rovnoběžné. Roviny ρ , σ jsou rovnoběžné, takže budou mít i rovnoběžné stopy.

Řešení:

- Sestrojíme rovinu ρ a bod A .
- Bodem A proložíme hlavní přímku $h^\sigma \parallel p^\rho$ první osnovy roviny σ a najdeme její bokorysný stopník M .
- Bokorysným stopníkem M prochází bokorysná stopa $m^\sigma \parallel m^\rho$. Sestrojíme zbývající stopy.

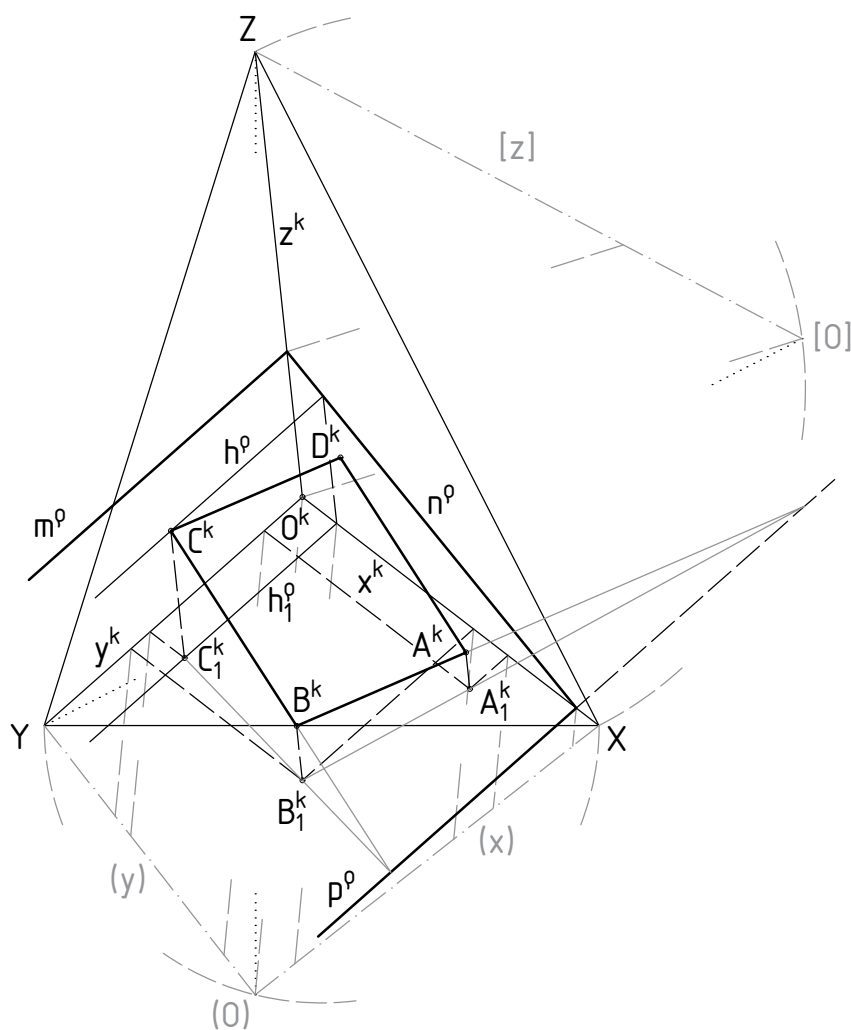
¹Zadání roviny souřadnicemi $(x_0; y_0; z_0)$ označuje hodnoty, ve kterých rovina protíná souřadné osy.



Úloha 6 Zobrazte rovnoběžník $ABCD$, který leží v rovině ρ . $\rho = (8; \infty; 4)$, $A_1[6; 1; 0]$, $B_1[5; 4; 5; 0]$, $C_1[1; 4; 0]$.

Řešení:

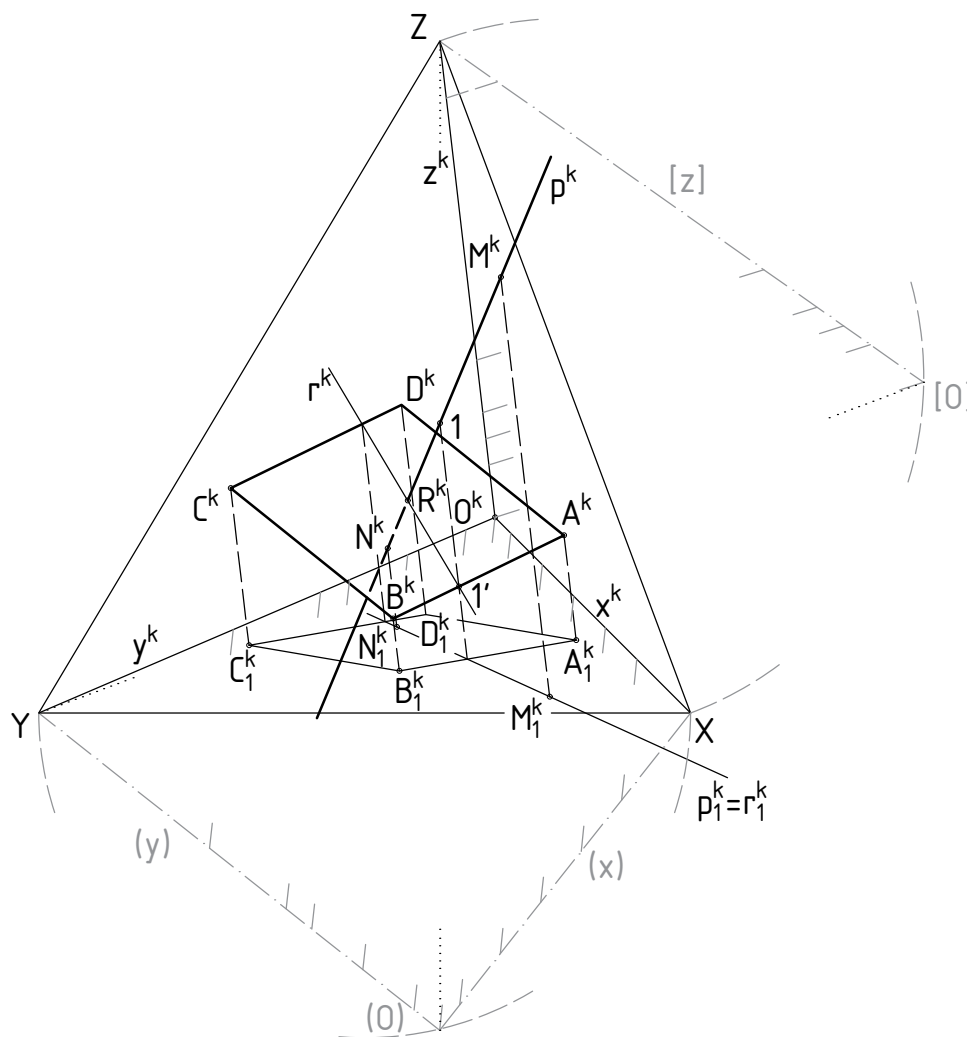
- Sestrojíme rovinu ρ a kosoúhlé průměty bodů A_1 , B_1 , C_1 .
- Pomocí hlavní přímky h^ρ první osnovy proložené bodem C zjistíme jeho kosoúhlý průmět.
- Kosoúhlé průměty dalších bodů získáme užitím osové afinity s osou p^ρ a dvojicí odpovídajících si bodů C_1^k , C^k .
- Doplníme na rovnoběžník tak, že $A^k B^k \parallel C^k D^k$, $B^k C^k \parallel A^k D^k$.



Úloha 7 Sestrojte průsečík přímky $p = MN$ s rovnoběžníkem $ABCD$. $A[3,5; 0,5; 2]$, $B[2,5; 3; 1]$, $C[0,5; 4,5; 3]$, $M[4,5; 1,5; 8]$, $N[1,5; 2,5; 1,5]$. Stanovte viditelnost.

Řešení:

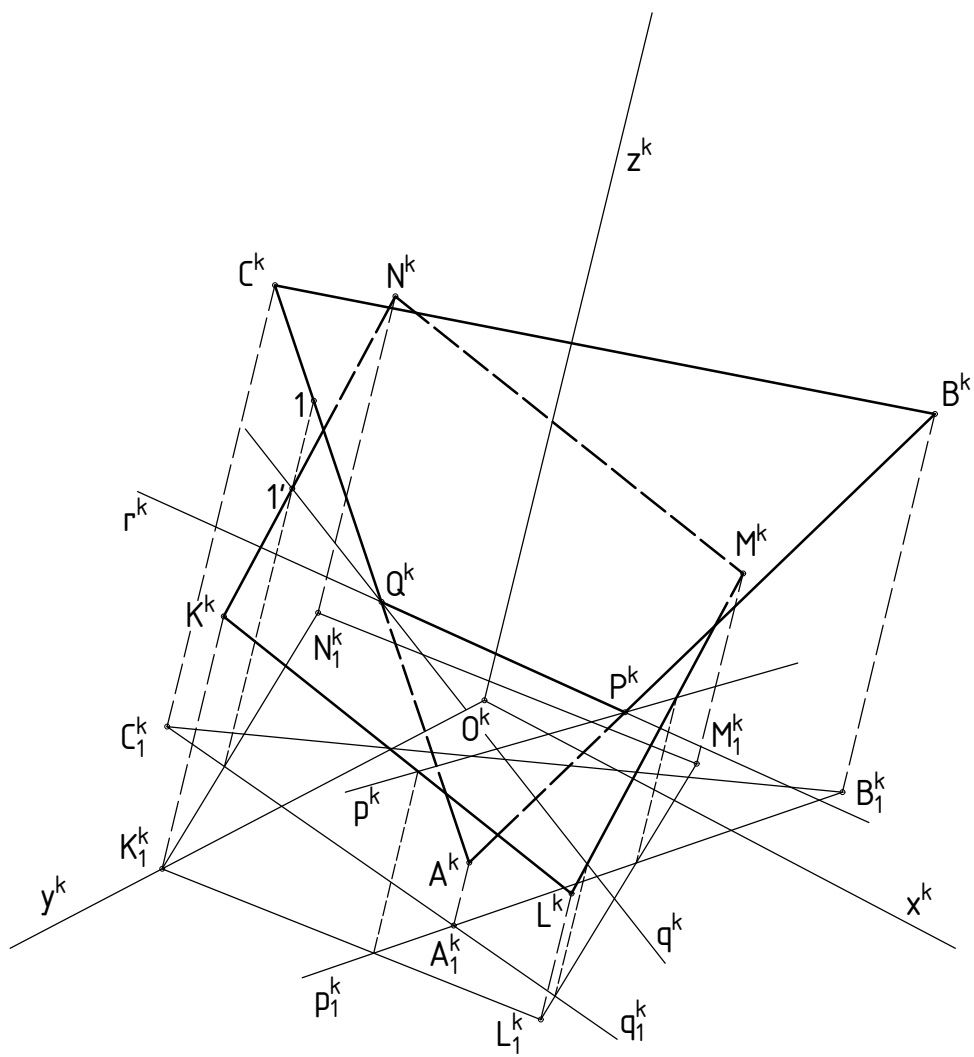
- Sestrojíme rovnoběžník $ABCD$ a přímku p .
- Zobrazíme krycí přímku r , $r_1^k = p_1^k$, $r \subset (ABC)$.
- Průsečíkem rovnoběžníku $ABCD$ a přímky p je bod R , $R = p \cap r$.
- Určíme viditelnost. Ta se mění v průsečíku. Bod 1 přímky p má větší z -ovou souřadnici než bod 1' rovnoběžníku $ABCD$. Proto polopřímka $\overrightarrow{R1}$ je viditelná. Opačná polopřímka, resp. její část schovaná za rovnoběžníkem, není viditelná.



Úloha 8 Sestrojte průsek trojúhelníku ABC s rovnoběžníkem $KLMN$. Body A, B, C, K, L, M jsou dány svými kosoúhlými průměty a kosoúhlými půdorysy.

Řešení:

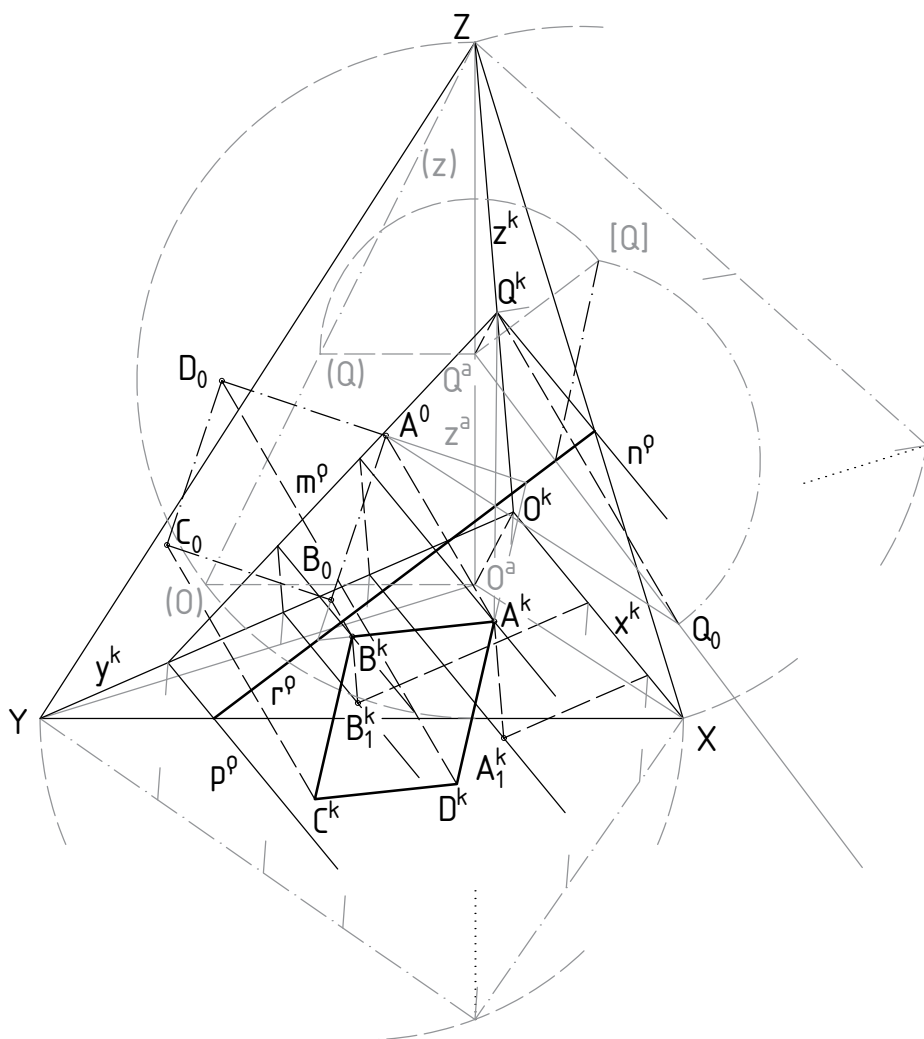
- Sestrojíme trojúhelník ABC a rovnoběžník $KLMN$
- Za pomoci krycí přímky $p, p_1^k = A_1^k B_1^k, p \subset (KLM)$ sestrojíme průsečík $P, P = p \cap AB$.
- Za pomoci krycí přímky $q, q_1^k = A_1^k C_1^k, q \subset (KLM)$ sestrojíme průsečík $Q, Q = q \cap AC$.
- Průsečnicí rovin (ABC) a (KLM) je přímka $r, r = PQ$. Průsekem je pak úsečka PQ .
- Určíme viditelnost. Ta se mění v průsečnici. Např. pro přízení strany AC, KN platí, že bod 1 strany AC má větší z -ovou souřadnici, než bod 1' strany KN . Proto část strany AC obsahující bod 1 je viditelná a část strany KN není viditelná.



Úloha 9 V rovině $\rho = (\infty; 6; 4)$ zobrazte nad úsečkou AB , $AB \subset \rho$, $A[4,5;2;?]$, $B[2,5;4;?]$ čtverec.

Řešení:

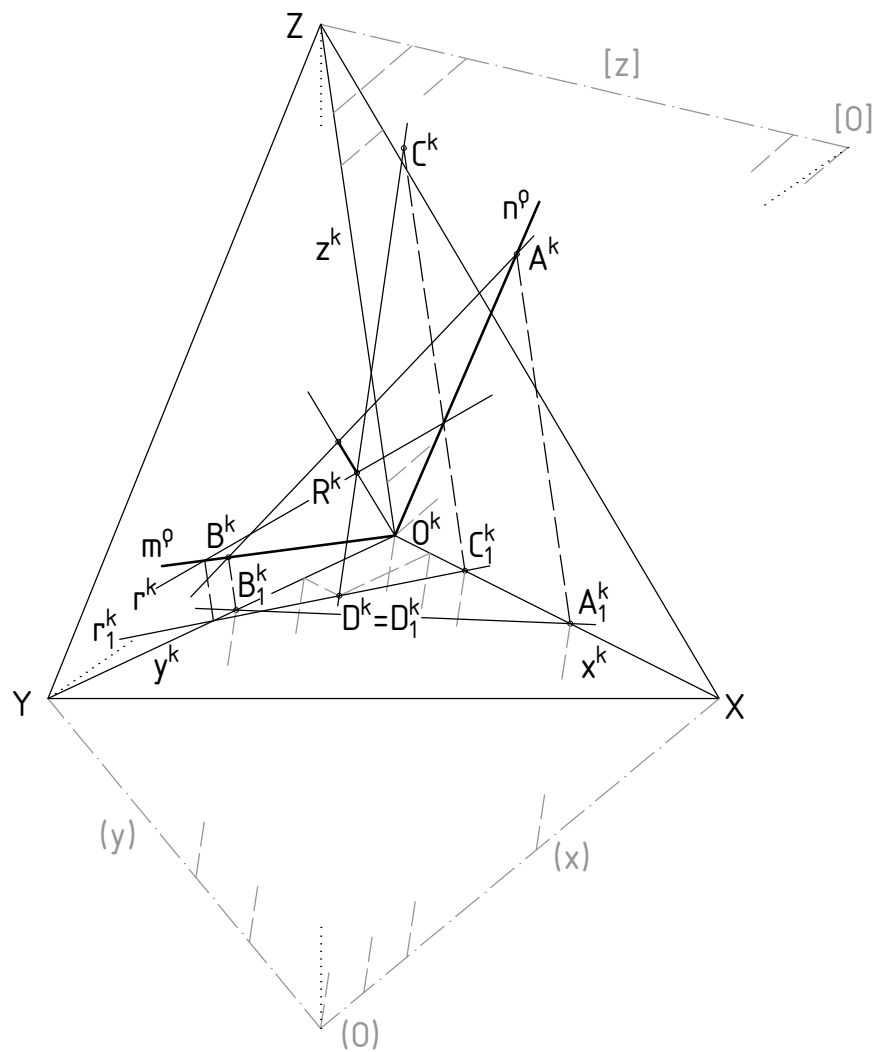
- Sestrojíme rovinu ρ a v ní body A, B (např. pomocí hlavních přímek).
- Pomocí bodu Q , $Q = z \cap \rho$ otočíme rovinu ρ kolem její axonometrické stopy r^ρ .
- Pomocí osově afinity s osou r^ρ a dvojicí odpovídajících si bodů Q_0, Q^k získáme otočené průměty bodů A, B .
- V otočení sestrojíme nad A, B čtverec $ABCD$ a pomocí afinity vrátíme body C a D zpět.



Úloha 10 Sestrojte příčku mimoběžek $p = AB$ a $q = CD$ procházející počátkem.
 $A[5; 0; 7]$, $B[0; 3,5; 1]$, $C[2; 0; 8]$, $D[1; 2; 0]$.

Řešení:

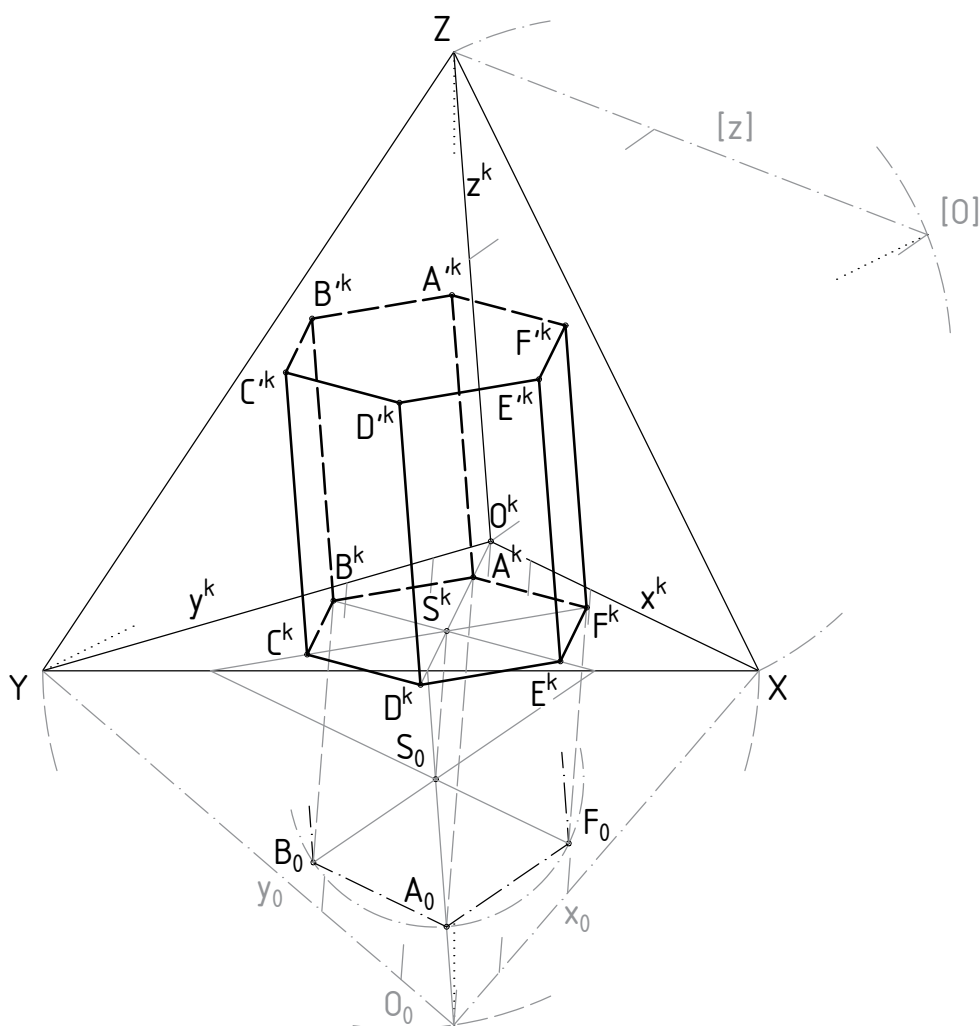
- Sestrojíme rovinu ρ , $\rho = (OAB)$.
- Pomocí krycí přímky r , $r_1^k = p_1^k$, $r \subset \rho$ sestrojíme průsečík $R = q \cap \rho$.
- Příčka mimoběžek je přímka RO .



Úloha 11 Zobrazte pravidelný šestiboký hranol o výšce $v = 7$, s podstavou v pomocné průmětně π o středu $S[5; 5; 0]$ a vrcholu $A[2; 2; 0]$.

Řešení:

- V otočení sestrojíme pravidelný šestiúhelník o středu S_0 a vrcholu A_0 . (Pro přehlednost v obrázku pouze body B_0, F_0 .)
- Pomocí osové afinity s osou XY a dvojicí odpovídajících si bodů O_0, O^k vrátíme otočené body zpět.
- Sestrojíme bod horní podstavy $A[2; 2; 7]$ a dolní na hranol.
- Určíme viditelnost.



Závěr

Mým cílem bylo vytvořit práci, která bude sloužit jako úvod do zobrazovací metody kosoúhlé axonometrie.

Práce je rozdělena do tří kapitol. První kapitola se zabývá teoretickou částí a seznamuje nás se zobrazovací metodou kosoúhlé axonometrie. Je zde vysvětlena zářezová metoda, čili způsob, jak rychle zobrazit útvar v kosoúhlém promítání, známe-li jeho dva rovnoběžné průměty. Dále je zde ukázáno, jak se v kosoúhlé axonometrii zobrazí bod, přímka a rovina.

Druhá kapitola se věnuje pomocným konstrukcím, jako jsou nalezení průsečíku, vzdálenost dvou bodů, sklopení a otočení roviny do axonometrické průmětny a zobrazení přímky kolmé k rovině, resp. roviny kolmé k přímce. Tyto konstrukce jsou nezbytné pro řešení náročnějších úloh.

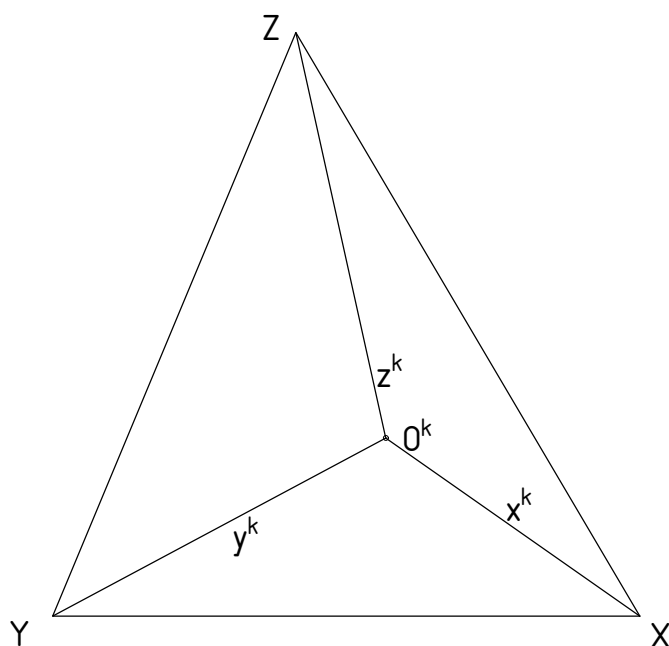
Poslední, třetí kapitola obsahuje jedenáct řešených úloh v kosoúhlé axonometrii, na kterých si čtenář může tuto zobrazovací metodu a nabyté znalosti vyzkoušet.

Literatura

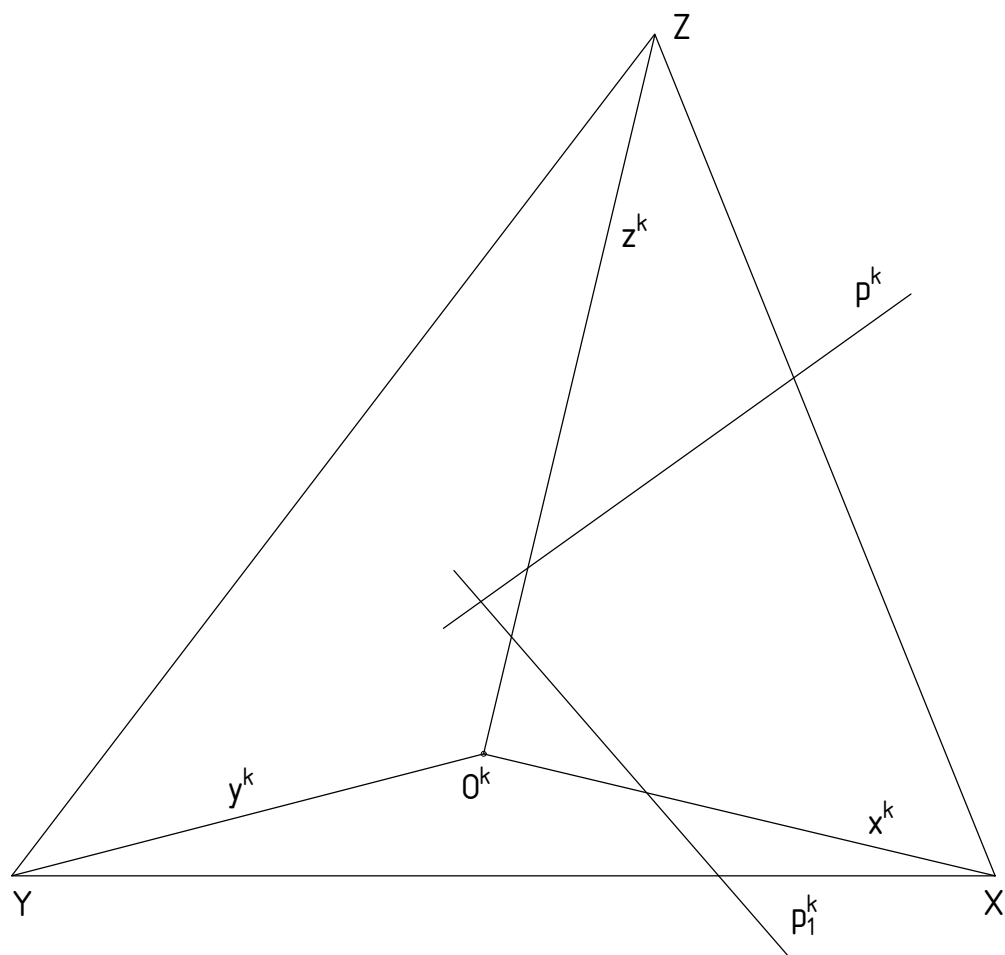
- [1] URBAN, Alois. *Deskriptivní geometrie I*. Praha 1965.
- [2] PISKA, Rudolf; MEDEK, Václav. *Deskriptivní geometrie I*. Praha 1966.
- [3] KADERÁVEK, František; KLÍMA, Josef; KOUNOVSKÝ, Josef.
Deskriptivní geometrie I. Praha 1954.
- [4] KLÍMA, Josef. *Různé způsoby zobrazovací v deskriptivní geometrii*. Praha 1944.

Přílohy

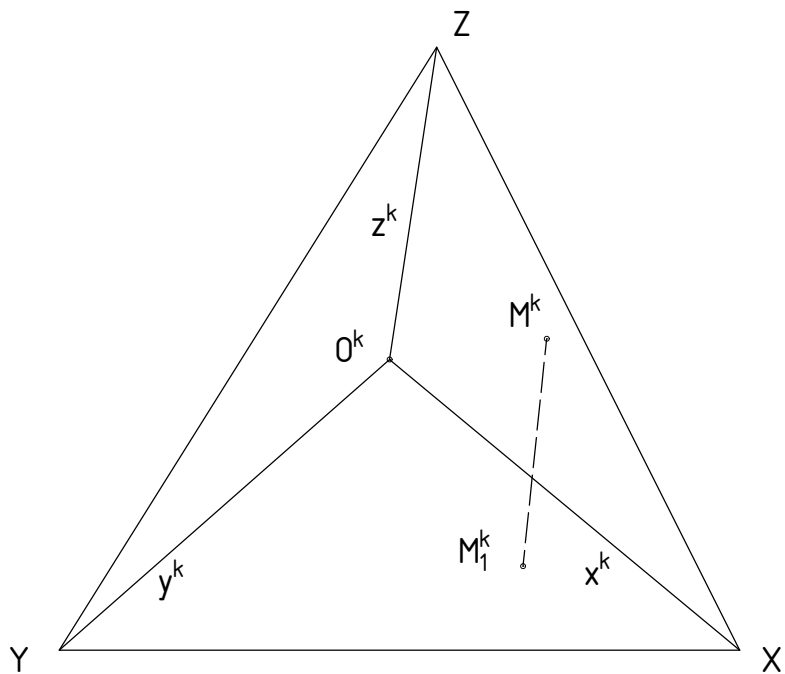
Úloha 1 Jsou dány body $A[1; 1; 3]$, $B[-2; -3; 4]$, $C[-4; 2; -2]$, $D[3; -4; -1]$. Zobraďte všechny jejich průměty.



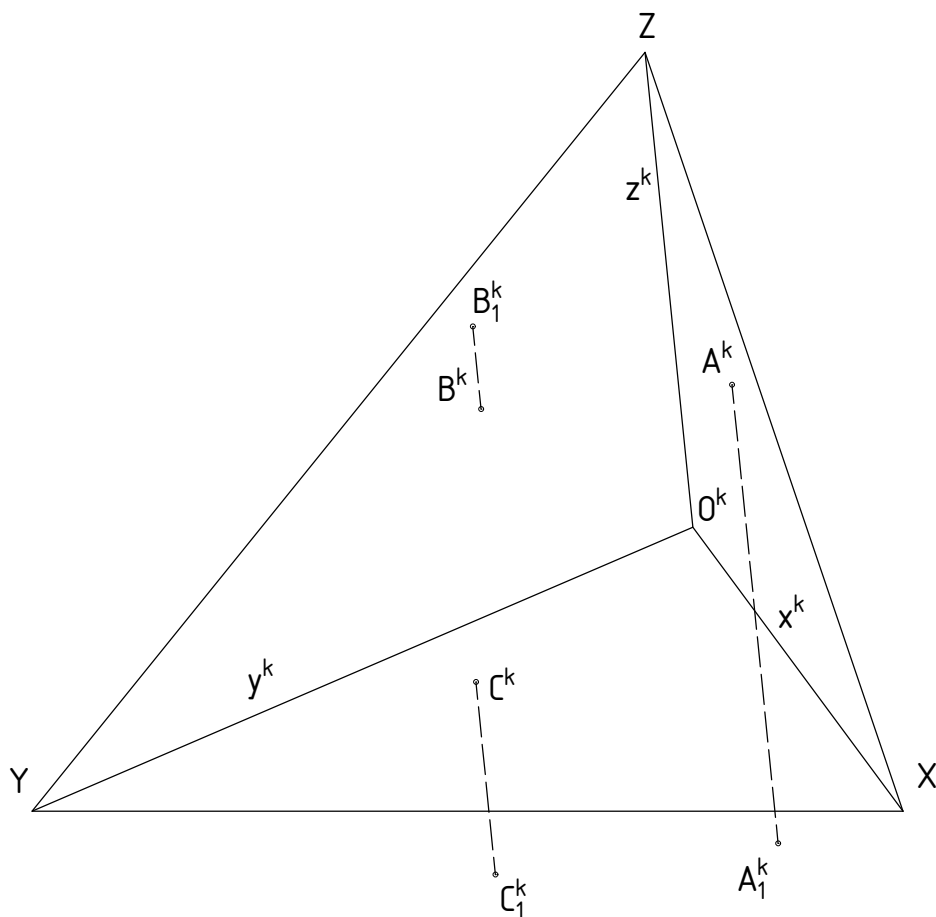
Úloha 2 Zobrazte všechny průměty a stopníky přímky p dané kosoúhlým průmětem a kosoúhlým půdorysem.



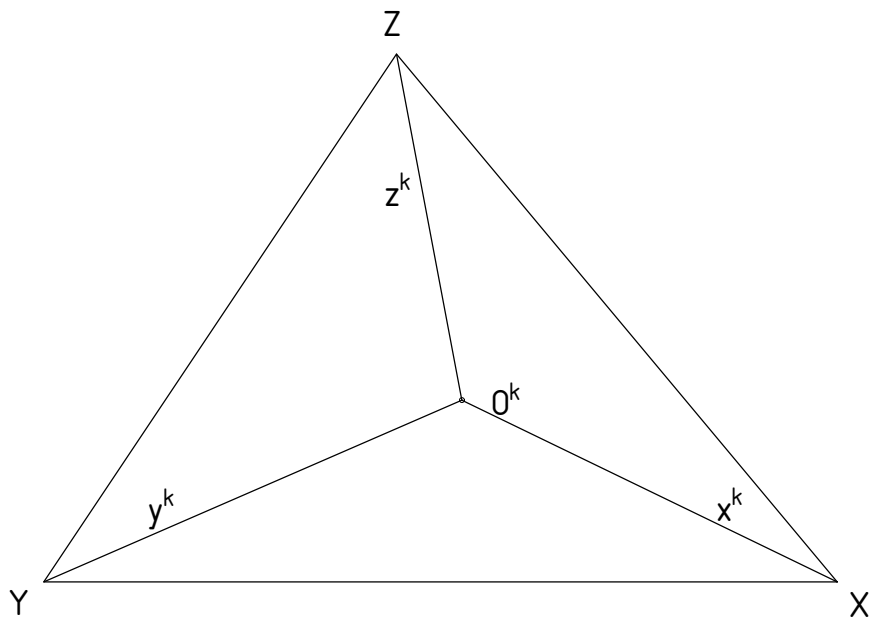
Úloha 3 Je dán bod M kosoúhlým průmětem a kosoúhlým půdorysem. Bodem M ved'te přímku p rovnoběžnou s rovinou π tak, aby její odchylka s rovinou ν byla 70° .



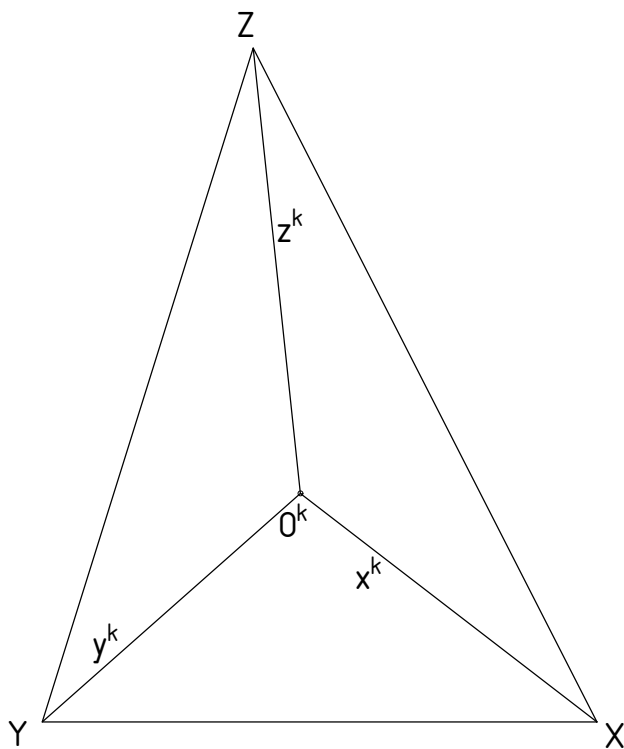
Úloha 4 Sestrojte stopy roviny $\rho = (ABC)$. Body A, B, C jsou dány svými kosoúhlým průměty a kosoúhlými půdorysy.



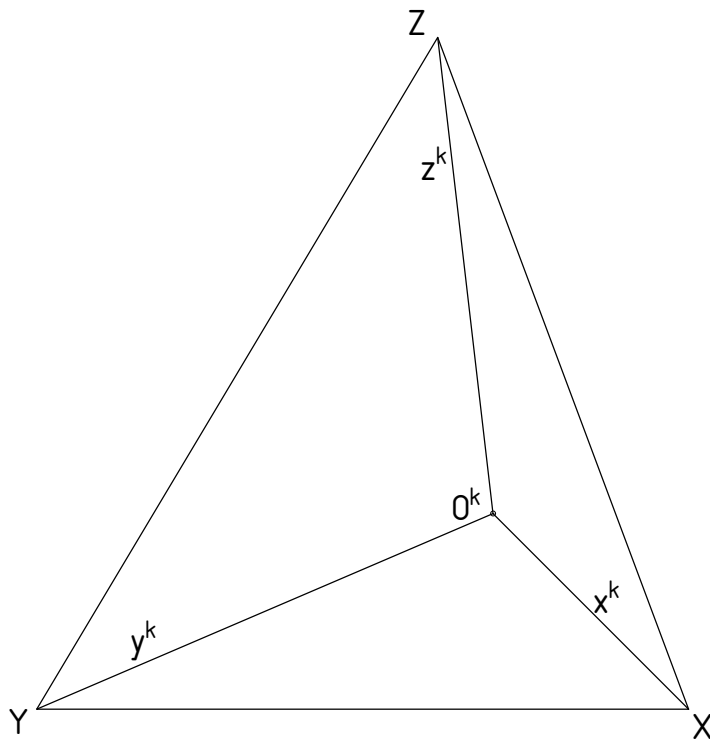
Úloha 5 Bodem $A[1; 3; 2]$ ved'te rovinu σ rovnoběžnou s rovinou $\rho = (3; -3; 3)$.



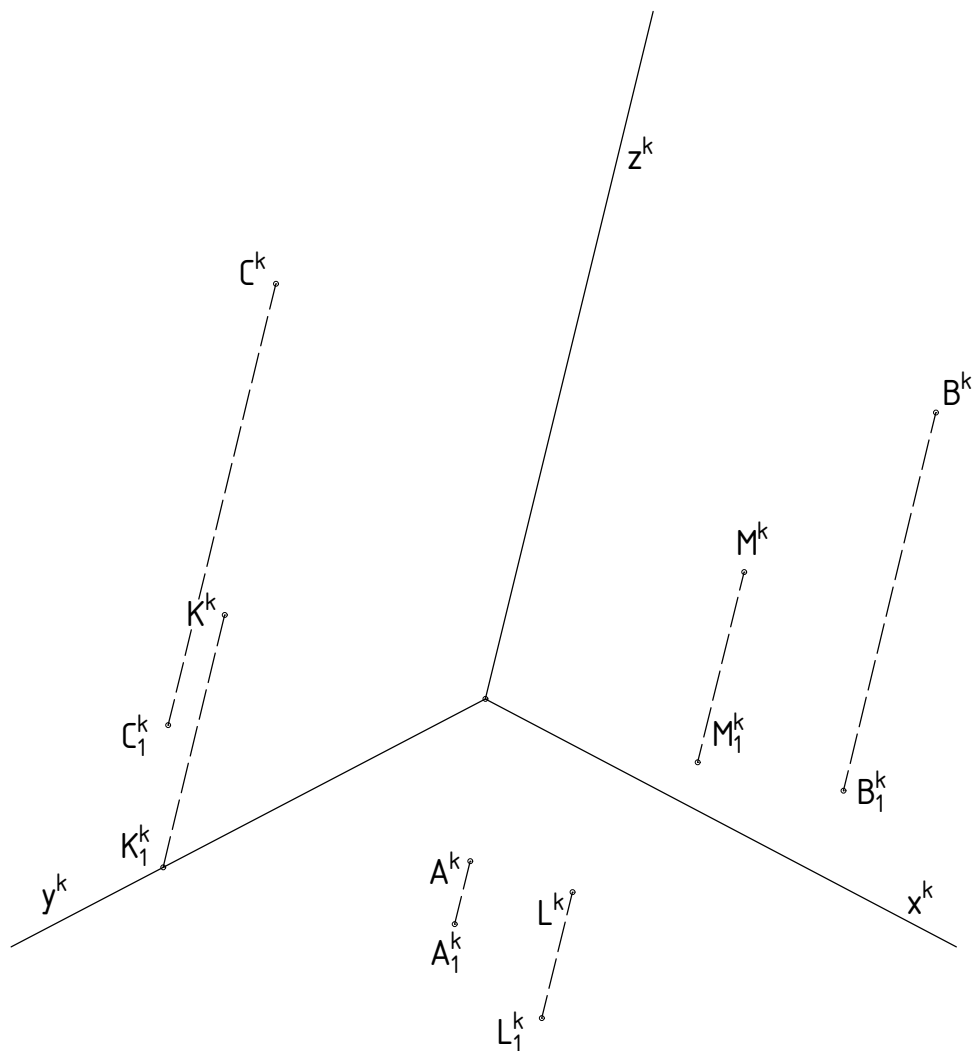
Úloha 6 Zobrazte rovnoběžník $ABCD$, který leží v rovině ρ . $\rho = (8; \infty; 4)$, $A_1[6; 1; 0]$, $B_1[5; 4,5; 0]$, $C_1[1; 4; 0]$.



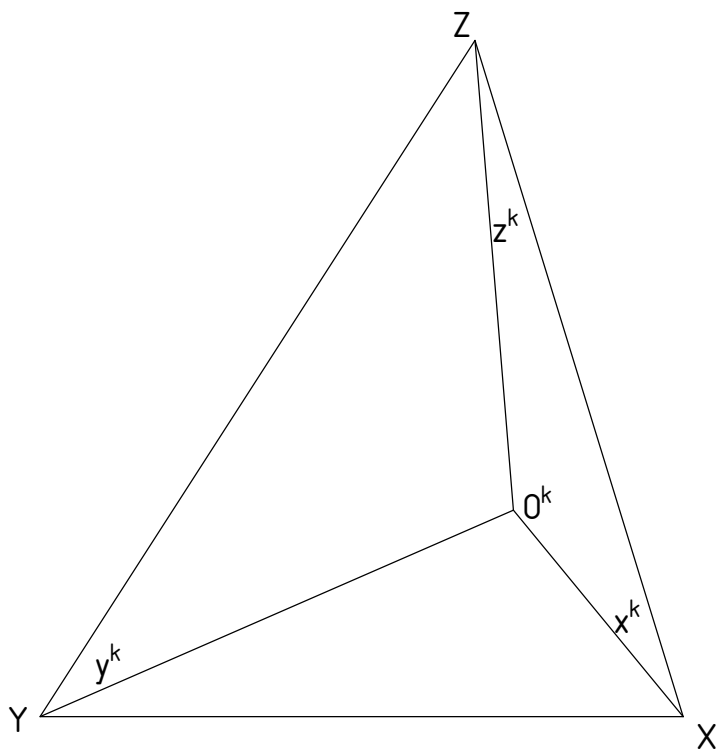
Úloha 7 Sestrojte průsečík přímky $p = MN$ s rovnoběžníkem $ABCD$. $A[3,5; 0,5; 2]$, $B[2,5; 3; 1]$, $C[0,5; 4,5; 3]$, $M[4,5; 1,5; 8]$, $N[1,5; 2,5; 1,5]$. Stanovte viditelnost.



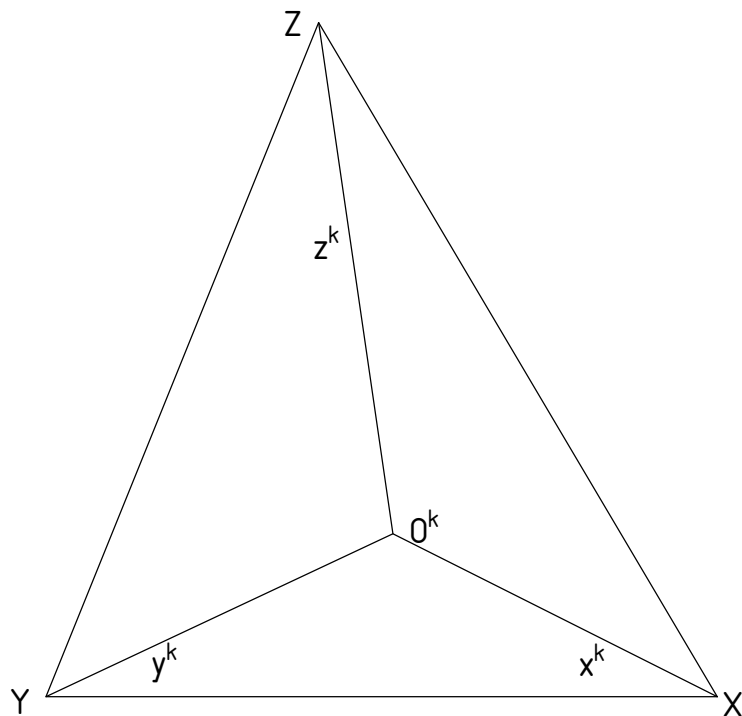
Úloha 8 Sestrojte průsek trojúhelníku ABC s rovnoběžníkem $KLMN$. Body A , B , C , K , L , M jsou dány svými kosoúhlými průměty a kosoúhlými půdorysy.



Úloha 9 V rovině $\rho = (\infty; 6; 4)$ zobrazte nad úsečkou AB , $AB \subset \rho$, $A[4,5;2;?]$, $B[2,5;4;?]$ čtverec.



Úloha 10 Sestrojte příčku mimoběžek $p = AB$ a $q = CD$ procházející počátkem.
 $A[5; 0; 7]$, $B[0; 3,5; 1]$, $C[2; 0; 8]$, $D[1; 2; 0]$.



Úloha 11 Zobrazte pravidelný šestiboký hranol o výšce $v = 7$, s podstavou v pomocné průmětně π o středu $S[5; 5; 0]$ a vrcholu $A[2; 2; 0]$.

